РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ ПО КРИТЕРИЮ ДЛИНЫ ТРЕЩИНЫ

В.С. УТКИН, *д-р техн. наук, профессор,*
С.А. СОЛОВЬЕВ, *аспирант*
ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет»
160000, г. Вологда, ул. Советский проспект, д. 116., кв. 62., utkinvogtu@mail.ru
161200, Вологодская область, г. Белозерск, ул. Комсомольская, д. 34, ser6sol@yandex.ru

В статье предложены методы расчета надежности железобетонной балки на стадии эксплуатации по критерию длины трещины в бетоне. Предложенные методы различаются количеством и полнотой статистической информации о контролируемых параметрах в расчетных моделях. Приведены численные примеры расчетов надё-

жности. Проиллюстрировано применение теории свидетельств Демпстера- Шефера для оценки статистического математического ожидания надежности при наличии статистической информации в виде подмножества интервалов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: надежность, железобетонные балки, длина трещины, механика разрушения, теория свидетельств.

Железобетонные балки являются несущими элементами конструкций многих зданий и сооружений в виде балок покрытия, перекрытия, подкрановых балок и т.д. Безопасная эксплуатация несущих конструкций, в том числе железобетонных балок, должна отвечать требованиям новых стандартов РФ, построенных на основе Закона №384-ФЗ «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений», вступившему в силу с 2010 г. Закон предписывает устанавливать количественную оценку механической (конструкционной) безопасности строительных конструкций. Одним из важнейших параметров механической (конструкционной) безопасности является надежность. По Межгосударственному стандарту ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований» под термином «надежность» понимается свойство строительного объекта выполнять требуемые функции в течение расчетного срока эксплуатации. В качестве меры надежности принята вероятность безотказной работы несущего элемента или системы элементов (в понятиях теории надежности) по тому или иному критерию работоспособности. При расчетах надежности стандартом ГОСТ 27751-2014 рекомендовано применять вероятностно- статистические методы, при наличии достаточного количества данных об изменчивости контролируемых параметров в случае, если количество (длина ряда) данных позволяет производить их статистический анализ. Однако не всегда удается получить достаточное количество статистических данных для выявления функций распределения и их параметров для описания случайных величин, поэтому в теории надежности в последнее время получили развитие новые подходы к расчетам надежности и несущей способности [1, 2, 3, 4 и др.]. Повышенное внимание к разработке нормативных документов и развитию методов расчета надежности строительных конструкций вызвано строительством объектов повышенной ответственности и участившимися авариями и разрушениями, вызванными различными причинами. Так в [5] приведена информация о том, что по данным статистической отчетности Минстроя России на 2013 г., в целом по стране средний срок службы существующих строительных конструкций превышает нормативный срок более чем в 2 раза, а также указано на отсутствие методов определения остаточной несущей способности для многих видов несущих конструкций. В.Д. Райзер в работе [6] приводит недостатки существующих методов расчета по предельным состояниям. Пирадов К.А. и Савицкий Н.В. в работе [7], а ранее Зайцев Ю.В. в [8], также указали на ряд недостатков в методах расчетов по предельным состояниям и обоснованный переход к расчетам методами теории механики разрушения строительных конструкций.

Действительно, в железобетонных конструкциях под нагрузкой нередко возникают трещины, которые приводят к снижению несущей способности по всем критериям работоспособности и надежности. Нормативные документы по расчету железобетонных конструкций, в частности СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции», учитывают влияние трещин на работоспособность несущих элементов, ограничивая ширину раскрытия трещин. Однако, даже при небольшой ширине раскрытия трещины, признаком опасного состояния железобетонной конструкции может являтся длина трещины [7, 8, 9]. Трещины уменьшают высоту сжатой зоны бетона балки, что приводит к увеличению напряжения в бетоне сжатой зоны балки, к возрастанию усилий в арматуре, к снижению несущей способности в целом, и даже к разрушению балки. В качестве критерия несущей способности, и тем более надежности, ограничения на длину трещины в СП 63.13330.2012 не предусмотрено. В СП 63.13330.2012 отмечено, что «расчет бетонных и железобетонных конструкций можно производить по заданному значению надежности на основе полного вероятностного расчета при наличии достаточных данных об изменчивости основных факторов, входящих в расчетные зависимости».

Оценка надежности железобетонной балки по критерию длины трещины с использованием методов механики разрушения рассмотрена в работе [4], где расчет надежности построен на использовании функций распределения случайных величин, полученных на основе неравенства Чебышева [10], с параметрами функций распределения в виде средних значений и средних квадратических отклонений. Для нахождения этих параметров, а также обоснования выбранного распределения, требуется провести сравнительно большое число испытаний, что связано с определенными затратами времени и денежных средств, а в некоторых случаях невозможно проведения необходимого числа испытаний по техническим причинами и по причине безопасности. Методы определения надежности железобетонных элементов при наличии нормальных и наклонных трещин предложены в работах [11, 12]. Однако в этих работах в качестве контролируемого параметра принята ширина раскрытия трещин.

В данной статье предлагается рассмотреть метод расчета надежности железобетонной балки в зависимости от длины трещины. Надежность железобетонной балки с трещиной или системой трещин в растянутой зоне бетона балки будем определять, используя математическую расчетную модель предельного состояния вида:

$$F_{экс} \leq F_{np,crc}, \tag{1}$$

где $F_{экс}$ - обобщенная эксплуатационная нагрузка на балке, включая собственный вес, в виде эквивалентной по воздействию сосредоточенной силы. Например, для однопролетной балки с шарнирным опиранием и равномерно распределенной нагрузкой $q_{экс}$ для середины пролета имеем $F_{экс} = q_{экс} \cdot l/2$. Предельная нагрузка $F_{np,crc}$, определенная по условию ограничения длины трещины, находится через $F_{np,0}$, значение которого определяется либо теоретически, либо экспериментально-теоретическими методами по [13] при отсутствии трещин.

В работах [14, 15, 16] приводятся методы определения $F_{экс}$ на стадии эксплуатации конструкций. Определение $F_{np,crc}$ для железобетонных балок с учетом длины трещины на стадии эксплуатации балки представляет определенные методические и практические проблемы. В связи с этим рассмотрим решение этой проблемы, используя наработки в теории механики разрушений. Из механики разрушения [2, 3, 10 и др.] известно, что при длине трещины, равной критической $l_{crc,ult}$ происходит спонтанное разрушение конструкции, и следовательно при такой длине трещины $F_{np} = 0$. По [17] критическая длина трещины в железобетонных балках (при одной или нескольких трещинах) принимается равной $0{,}3h_0$, где h_0 - рабочая высота сечения балки. При такой длине развитие трещины сменяется с поперечного на продольное с выколом части бетона балки, что приводит к резкому снижению несущей способности и разрушению балки. В дальнейшем значение длины трещины, равной $0{,}3h_0$, будем считать критической длиной трещины $l_{crc,ult} = 0{,}3h_0$, а предельную нагрузку, соответствующую этой длине трещины считать равной нулю $F_{пр} = 0$. При отсутствии трещин в бетоне балки ($l_{crc} = 0$), значение предельной нагрузки $F_{пр}$ по критерию наименьшей прочности бетона или арматуры балки можно определить методами, описанными авторами в работе [13]. Нами установлено, что зависимость между предельной нагрузкой $F_{пр}$ и длиной трещины l_{crc} графически изображается выпуклой кривой, как показано на рис. 1.

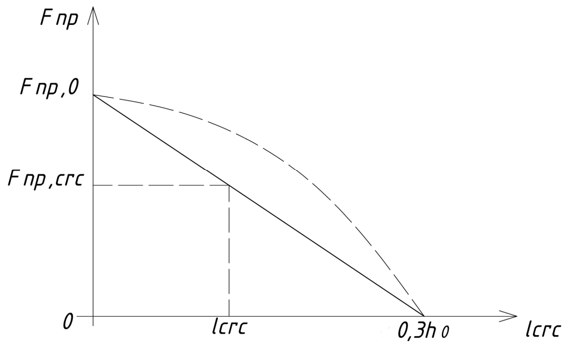

Рис. 1. Зависимость $F_{пр}$ от длины трещины l_{crc} на стадии эксплуатации

В запас безопасности (надежности) примем зависимость $F_{пр,crc}$ от l_{crc} прямолинейной, как показано на рис. 1, с уравнением (прямой в отрезках) вида:

$$\frac{l_{crc}}{0{,}3h_0} + \frac{F_{пр,crc}}{F_{пр,0}} = 1, \tag{2}$$

где $F_{пр,crc}$ - предельная нагрузка на балку при наличии в ней трещин длиной l_{crc}; $F_{пр,0}$ - предельная нагрузка на балку без трещин.

Отсюда предельная нагрузка на балку при наличии трещин с максимальной длиной $l_{crc} < 0{,}3h_0$ определяется по формуле:

$$F_{пр,crc} = F_{пр,0}(1 - \frac{l_{crc}}{0{,}3h_0}), \tag{3}$$

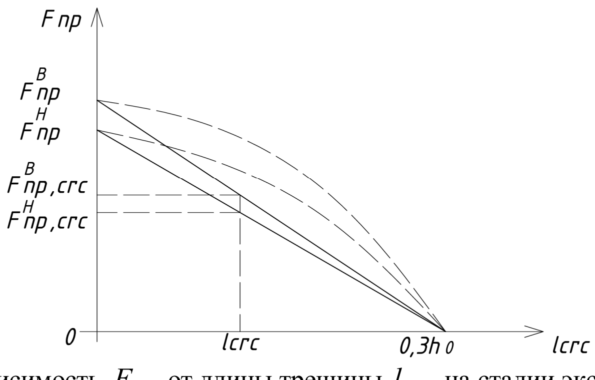

Рис. 2. Зависимость $F_{пр}$ от длины трещины l_{crc} на стадии эксплуатации

Если значения $F_{пр}$ находят по [13] в виде интервала $[F_{пр}^{H}; F_{пр}^{B}]$, где $F_{пр}^{H}$, $F_{пр}^{H}$ - нижнее (пессимистическое) и верхнее значения предельной нагрузки, то $F_{пр,crc}$ будет определяться интервалом, как показано на рис. 2. В этом случае имеем два уравнения для $F_{пр,crc}$:

$$F^{H}_{np,crc} = F^{H}_{np}(1-\frac{l_{crc}}{0{,}3h_0}),\ \ F^{B}_{np,crc} = F^{B}_{np}(1-\frac{l_{crc}}{0{,}3h_0}), \tag{4}$$

Рассмотрим расчет надежности железобетонной балки по первому варианту (рис. 1) с учетом (1) и (3). Математическая модель предельного состояния с учетом изменчивости контролируемых параметров будет иметь вид:

$$\widetilde{F}_{экс} \le F_{np,0}(1-\frac{\widetilde{l}_{crc}}{0{,}3h_0}), \tag{5}$$

где $F_{np,0}$ - детерминированная величина, если $F_{np,0}$ для балки (без трещин) находится теоретическими методами строительной механики. Если $F_{np,0}$ определяют испытаниями балки (без трещин), то $\widetilde{F}_{np,i}$ будет случайной величиной (отмечено волнистой линией) в интервале $[F^{H}_{np};F^{B}_{np}]$. Имея по результатам испытаний [13] интервал предельной нагрузки $[F^{H}_{np};F^{B}_{np}]$, рекомендуется при повышенных требованиях к безопасности конструкции принимать нижнее значение предельной нагрузки (пессимистический вариант) $F^{H}_{np} = F_{np,0}$, полученное с обеспеченностью 0,997, и вести расчет надежности по математической модели предельного состояния вида (5).

Рассмотрим вариант, в котором $F_{np,0}$ - детерминированная величина. Рабочую высоту сечения балки h_0 также примем детерминированной величиной в силу малой изменчивости результатов ее измерений. Длину трещины $\widetilde{l}_{crc}$ на стадии эксплуатации определяем многократными измерениями [16]. Если число измерений достаточно для выявления функции распределения $\widetilde{l}_{crc}$ и определения ее параметров, то принимаем для описания $\widetilde{l}_{crc}$ вероятностные законы распределения. Для $\widetilde{l}_{crc}$ по результатам измерений в одних и тех же условиях и одним методом можно принять [18] нормальное (гауссовское) распределение с плотностью вероятности:

$$f(l_{crc}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot S_{l_{crc}}}\cdot e^{-\frac{(l_{crc}-m_{l_{crc}})^2}{2S^2_{l_{crc}}}}, \tag{6}$$

где $m_{l_{crc}}$ - математическое ожидание длины трещины $\widetilde{l}_{crc}$; $S^2_{l_{crc}}$ - дисперсия $\widetilde{l}_{crc}$.

Если $F_{экс}$ определяется сбором нагрузок на балку (с учетом собственного веса), то в этом случае $F_{экс}$ можно принять детерминированной величиной. Если $F_{экс}$ определяют испытаниями (взвешиванием), то в этом случае она является случайной величиной. Значение $F_{экс}$ можно выявить из проектной документации, если не было никаких изменений эксплуатационной нагрузки.

Рассмотрим наиболее простой вариант расчета надежности железобетонной балки, в котором $F_{экс}$ и $F_{пр}$ - детерминированные величины (см. рис. 1), а $\widetilde{l}_{crc}$ - случайная величина, с большим числом измерений для вероятностно-статистического анализа и применения функции плотности вероятности вида (6). Представим (5) в виде: $\widetilde{l}_{crc} \le 0{,}3h_0(1-\frac{F_{экс}}{F_{np}})$ или $\widetilde{l}_{crc} \le l_{np}$, где

$$l_{np} = 0{,}3h_0(1-F_{экс}/F_{np}).$$

Тогда вероятность безотказной работы (надежность) найдем по [6, 19] из формулы:

$$P = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{\bar{l}_{crc} - l_{пр}}{S_{l_{crc}}}\right),$$

где $\bar{l}_{crc}$ - среднее значение случайной величины $\tilde{l}_{crc}$, $S_{l_{crc}}$ - среднее квадратическое отклонение $\tilde{l}_{crc}$.

Рассмотрим пример. Пусть известны $l_{пр}$ = 0,2 м; $\bar{l}_{crc}$ = 0,1 м; $S_{l_{crc}}$ = 0,05 м.

Используя таблицы функций Лапласа найдем

$$P = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{0{,}1 - 0{,}2}{0{,}05}\right) = 0{,}5 + \Phi(2) = 0{,}5 + 0{,}4772 = 0{,}9772.$$

Надежность (вероятность безотказной работы) равна 0,9772.

Рассмотрим вариант, в котором число измерений длины трещины ограничено и вероятностные методы не применимы. Пусть имеем $l_{пр}$= 0,2 м; l_{crc} = {0,11; 0,14; 0,17; 0,19} м. Для расчета надежности используем метод [1, 2, 3] на основе теории возможностей. Функцию распределения возможностей примем по [1, 2, 3] в виде:

$$\pi_L(l_{crc}) = e^{-\left(\frac{l_{crc} - a_{l_{crc}}}{b_{l_{crc}}}\right)^2}, \tag{7}$$

где $a_{l_{crc}} = 0{,}5 \cdot (l_{crc,\max} + l_{crc,\min}) = 0{,}5 \cdot (0{,}11 + 0{,}19) = 0{,}15$ м; $b_{l_{crc}} = 0{,}5 \cdot (l_{crc,\max} - l_{crc,\min}) / \sqrt{-\ln\alpha}$, где α - уровень среза (риска), которым задаются [20]. Примем α = 0,1, тогда $b_{l_{crc}} = 0{,}5 \cdot (0{,}19 - 0{,}11) / \sqrt{-\ln 0{,}1} = 0{,}0296$ м. Т.к. $a_{l_{crc}} = 0{,}1 < l_{crc,ult} = 0{,}2$ м, то возможность безотказной работы балки R=1, а возможность отказа $Q = e^{-\left(\frac{0{,}2-0{,}15}{0{,}0296}\right)^2} = 0{,}06$. Необходимость безотказной работы N = 1-Q = 0,94. Надежность балки характеризуется интервалом [N=0,94; R=1] или в вероятностном выражении $[\underline{P} = 0{,}94;\ \overline{P} = 1]$.

Рассмотрим вариант, по которому в (5) имеем две нечеткие переменные (в терминах теории возможностей): $\tilde{F}_{экс}$ и $\tilde{l}_{crc}$ - нечеткие переменные (малое число измерений). Представим (5) в виде:

$$\tilde{F}_{экс} + F_{пр}\frac{\tilde{l}_{crc}}{0{,}3h_0} \le F_{пр}, \tag{8}$$

Для расчета надежности по (8) нужно сложить две функции распределения возможностей нечетких переменных $\tilde{F}_{экс}$ и $F_{пр}\frac{\tilde{l}_{crc}}{0{,}3h_0}$, или использовать принцип обобщения Л.Заде из теории нечетких множеств [2, 21]. Рассмотрим первый вариант. Введем для сокращения записей обозначения $\tilde{F}_{экс} = X$, $F_{пр}\frac{\tilde{l}_{crc}}{0{,}3h_0} = Y$, $Z = X + Y$. На рис. 3 показано сложение функций $\pi_x(x)$ и $\pi_y(y)$ при одинаковых уровнях среза α. В результате имеем $Z_{\min} = X_{\min} + Y_{\min}$, $Z_{\max} = X_{\max} + Y_{\max}$, $a_z = a_x + a_y$, $b_z = 0{,}5(Z_{\max} - Z_{\min}) / \sqrt{-\ln\alpha}$

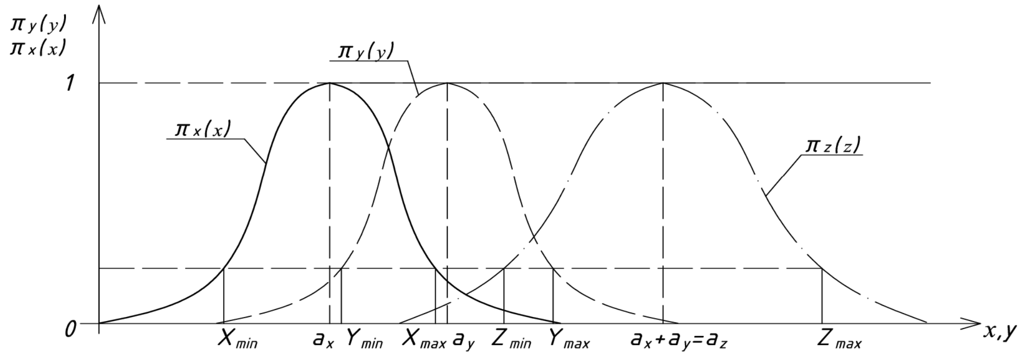

Рис. 3. Иллюстрация суммы нечетких переменных X+Y

В этом случае расчет надежности с использованием функции распределения возможностей $\pi_z(z)=e^{-\left(\frac{z-a_z}{b_z}\right)^2}$ не отличается от предыдущего расчета с одной нечеткой переменной $\tilde{l}_{crc}$ и функцией распределения (7). Если по (8) окажется $(a_x+a_y)\le F_{np}$, то R = 1. Затем вычисляют $Q=e^{-\left(\frac{z-a_z}{b_z}\right)^2}$, где $b_z=0{,}5\cdot(Z_{\max}-Z_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$ и находят значение N = 1 - Q. Надежность будет характеризоваться интервалом [N; R].

Пример. Пусть известны X = {1,2; 1,3; 1,1} кН; Y = {0,9; 1,0; 0,8} кН; F_{np} = 2,3 кН. $Z_{\min}$=1,1 + 0,8 = 1,9 кН; $Z_{\max}$ = 1,3 + 1,0 = 2,3 кН; a_z = 1,2 + 0,9 = 2,1; $b_z=0{,}5(2{,}3-1{,}9)/\sqrt{-\ln 0{,}1}=0{,}13$, при a = 0,1. Т.к. a_z<F_{np}, то R = 1. $Q=e^{-\left(\frac{2{,}3-2{,}1}{0{,}13}\right)^2}=0{,}094$, тогда N = 1 - 0,094 = 0,906. Надежность балки характеризуется интервалом [0,906; 1].

Рассмотрим следующий вариант, в котором обозначим $\tilde{F}_{экс}=X$ и будем рассматривать как нечеткую переменную, а $F_{np,0}(1-\dfrac{\tilde{l}_{crc}}{0{,}3h_0})=Y$ - примем случайной величиной. Пусть Y изменяется по нормальному закону распределения с функцией (6). На рис. 4 показаны условно графики функций $f_Y(y)$ и $\pi_X(x)$.

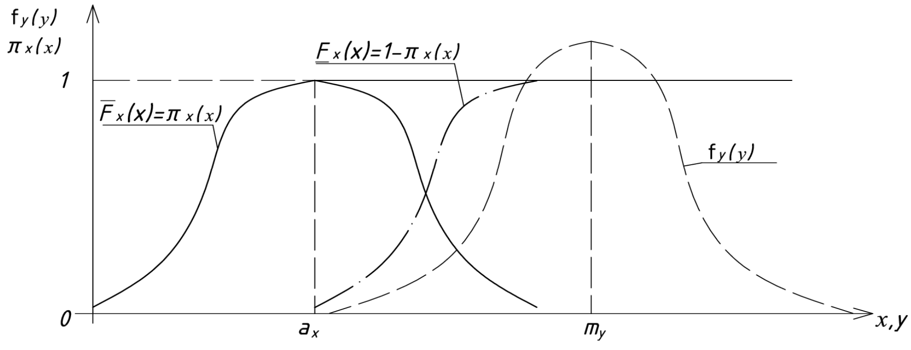

Рис. 4. Графики функций $f_Y(y)$ и $\pi_X(x)$ при $a_x<m_y$

В [1, 2] рассмотрены различные варианты расчетных математических моделей с вероятностными и возможностными случайными величинами и их использования в комбинированных методах расчетов надежности.

Рассмотрим расчетную модель предельного состояния вида $X \le Y$, в которой X характеризуется функцией распределения возможностей вида $\pi_X(x) = e^{-\left(\frac{x-a_x}{b_x}\right)^2}$ и Y изменяется по закону распределения с плотностью вероятности вида (7).

По [2] имеем нижнюю и верхнюю вероятность безотказной работы железобетонной балки по критерию (1) в общем виде:

$$\underline{P} = \int_0^\infty f_Y(y) \cdot \overline{F}_x(y)dy, \quad \overline{P} = \int_0^\infty f_Y(y) \cdot \underline{F}_x(y)dy, \tag{9}$$

где в функциях $F_X(x)$ обозначено $x = y$, т.к. они общей физической природы [19]. Применительно к описанной выше математической модели предельного состояния будем иметь:

$$\overline{P} = \int_0^{a_x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_y} \cdot e^{-\left(\frac{(y-m_y)^2}{2S_y^2}\right)} \cdot e^{-\left(\frac{y-a_x}{b_x}\right)^2} dy + \int_{a_y}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_y} \cdot e^{-\left(\frac{(y-m_y)^2}{2S_y^2}\right)} \cdot 1dy$$

$$\underline{P} = \int_{a_x}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_y} \cdot e^{-\left(\frac{(y-m_y)^2}{2S_y^2}\right)} \cdot e^{-\left(\frac{y-a_x}{b_x}\right)^2} dy$$

Рассмотрим пример. Пусть известны a_x = 1,3 кН; b_x= 0,15 кН; m_y= 1,6 кН; S_y= 0,2 кН. Тогда:

$$\overline{P} = \int_0^{1,3} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 0,2} \cdot e^{-\left(\frac{(y-1,6)^2}{2 \cdot 0,2^2}\right)} \cdot e^{-\left(\frac{y-1,3}{0,15}\right)^2} dy + \int_{1,3}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 0,2} \cdot e^{-\left(\frac{(y-1,6)^2}{2 \cdot 0,2^2}\right)} \cdot 1dy = 0,980$$

$$\underline{P} = \int_{1,3}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, 0,2} \cdot e^{-\left(\frac{(y-1,6)^2}{2 \cdot 0,2^2}\right)} \cdot e^{-\left(\frac{y-1,3}{0,15}\right)^2} dy = 0,852$$

Интервал, характеризующий надежность, запишется как [0,852; 0,980]. Истинное значение надежности (вероятности безотказной работы) будет находиться внутри этого интервала.

Для железобетонных балок, к которым предъявлен высокий уровень эксплуатационной безопасности, требуется производить несколько испытаний и расчетов надежности, в результате чего будем иметь подмножество интервалов $[\underline{P}_i; \overline{P}_i]$. Данное подмножество можно статистически проанализировать с помощью теории свидетельств Демпстера-Шефера [22, 23]. Рассмотрим это на примере: Пусть в результате многократных испытаний балки были получены следующие интервалы надежности – [0,998; 0,999], [0,999; 1], [0,997; 0,999], [0,998; 1] кН/м. Общее число интервалов n=4. Статистическое математическое ожидание значения надежности по результатам испытаний по [23, 24] найдем по формулам:

$$\underline{\mathrm{E}}Y = \sum_{i=1}^n m(A_i) \cdot \inf(A_i)\,; \; \overline{\mathrm{E}}Y = \sum_{i=1}^n m(A_i) \cdot \sup(A_i), \tag{10}$$

где $m(A_i) = C_i / N$, где N – число интервалов; C_i – количество наблюдаемых подмножеств A_i; A_i – подмножество множества Ω (в нашем случае надежность).

В приведенном примере $n = 4$. По формуле (10) имеем:

$$\underline{P} = \underline{\mathrm{E}}Y = (\frac{1}{4}0{,}998 + \frac{1}{4}0{,}999 + \frac{1}{4}0{,}997 + \frac{1}{4}0{,}998) = 0{,}998;$$

$$\overline{P} = \overline{\mathrm{E}}Y = (\frac{1}{4}1 + \frac{1}{4}1 + \frac{1}{4}0{,}999 + \frac{1}{4}0{,}999) = 0{,}999.$$

Надежность характеризуется «средним» интервалом [0,998; 0,999].

Выводы:

1. Рассмотрен расчет надежности железобетонной балки по критерию длины трещины;

2. Приведены различные способы расчета в зависимости от неполноты (полноты) информации о контролируемых параметрах в расчетных математических моделях предельного состояния;

3. Приведенные методы расчетов надежности могут быть использованы для расчетов надежности других видов железобетонных конструкций по критерию длины трещины.

Литература

1. *Уткин В.С., Уткин Л.В.* Расчет надежности строительных конструкций при различных способах описания неполноты информации. – Вологда: ВоГТУ, 2009. 126 с.

2. *Уткин В.С., Соловьев С.А.* Определение остаточной несущей способности и надежности железобетонных балок по критерию ширины раскрытия трещин // Бетон и железобетон. 2016. №1. С. 20-25.

3. *Уткин В.С., Соловьев С.А.* Расчет надежности железобетонной балки на стадии эксплуатации по критерию длины трещины в бетоне// Вестник МГСУ. 2016.№1.С.68-79.

4. *Уткин В.С., Соловьев С.А.* Определение несущей способности железобетонных балок на стадии эксплуатации по критерию ширины раскрытия трещин // Справочник. Инженерный журнал. 2016. №3. С. 18-22..

5. *Золина Т.В.* Сводный алгоритм расчета промышленного объекта на действующие нагрузки с оценкой остаточного ресурса // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 6. С. 12-14.

6. *Райзер В.Д.* Расчет и нормирование надежности строительных конструкций. – М.: Стройиздат, 1978. 344 с.

7. *Пирадов К.А., Савицкий Н.В.* Механика разрушения и теория железобетона // Бетон и железобетон. 2014. №4. С. 23-25.

8. *Зайцев Ю.В.* Механика разрушений для строителей. – М.: Высшая школа, 1991. 288 с.

9. *Партон В.З.* Механика разрушения: От теории к практике. М: Наука, 1990. 240 с.

10. *Utkin V.S., Utkin L.V.* Calculating the reliability of machine parts on the basis of the Chebyshev inequality // Russian Engineering Research Springer (Германия). т. 32. №1. 2012. Pp. 5-8.

11. *Уткин В.С., Уткин Л.В.* Определение надежности железобетонных элементов при наличии в них наклонных силовых трещин // Бетон и железобетон. 1998. №4. С. 16.

12. *Уткин В.С., Уткин Л.В.* Определение надежности железобетонных элементов при наличии в них силовых трещин, нормальных к продольной оси // Бетон и железобетон. 1999. №1. С. 15-16.

13. *Уткин В.С.* Определение остаточной несущей способности железобетонных балок на стадии эксплуатации по критерию прочности арматуры и бетона // Инженерно-строительный журнал. 2015. №1. С. 15-23.

14. *Бедов А.И., Сапрыкин В.Ф.* Обследование и реконструкция железобетонных и каменных конструкций эксплуатируемых зданий и сооружений. – М.: Изд-во АСВ, 1995. 192 с.

15. *Землянский А.А.* Обследование и испытание зданий и сооружений: Учебное пособие. – М: Изд-во АСВ, 2004. 240 с.

16. *Козачёк В.Г., Нечаев Н.В., Нотенко С.Н., Римшин В.И., Ройтман А.Г.* Обследование и испытание зданий и сооружений. Учебник для вузов. Под. ред. Римшина В.И., 3-е изд. – М: Высшая школа, 2007. 655 с.

17. *Пересыпкин Е.Н.* Расчет стержневых железобетонных элементов. – М: Стройиздат, 1998. 168 с.

18. *Шишкин И.Ф.* Метрология, стандартизация и управление качеством. Под ред. акад. Н. С. Соломенко. – М.: Изд-во стандартов, 1990. 342 с.

19. *Ржаницын А. Р.* Теория расчета строительных конструкций на надежность. – М.: Стройиздат, 1978. 239 с.

20. *Уткин В.С., Соловьев С.А., Каберова А.А.* Значение уровня среза (риска) при расчете надежности несущих элементов возможностным методом // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. №6. С. 63-67.

21. *Zadeh L. A.* Fuzzy sets // Information and Control. 1965. Vol. 8. № 3. Pp. 338-353.

22. *Уткин В.С., Соловьев С.А.* Определение несущей способности и надежности стальной балки на стадии эксплуатации с использованием теории свидетельств Демпстера–Шефера // Деформация и разрушение материалов. 2015. № 7. С. 10 - 15.

23. *Zhang Z., Jiang. C, Han X., Dean Hu., Yu S.* A response surface approach for structure reliability analysis using evidence theory // Advanced in Engineering Software. 2014. Pp. 37-45.

24. *Уткин Л.В.* Анализ риска и принятие решений при неполной информации. СПБ: Наука, 2007. 404 с.

25. *Уткин В.С., Соловьев С.А.* Определение надежности и несущей способности элементов конструкций с использованием теории свидетельств Демпстера-Шефера // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. №5. С. 38-45.

References

1. *Utkin, V.S., Utkin, L.V.* (2009). *Raschet Nadezhnosti Stroitel'nykh Konstruktsii pri Razlichnykh Sposobakh Opisaniya Nepolnoty Informatsii* [Calculation of reliability of structures at different ways of describing the incompleteness of information], Vologda: VoGTU, 126 p.

2. *Utkin, V.S., Solov'ev, S.A.* (2016). Opredelenie ostatochnoi nesushchei sposobnosti i nadezhnosti zhelezobetonnykh balok po kriteriyu shiriny raskrytiya treshchin [Evaluation of the residual bearing capacity and reliability of reinforced concrete beams by the crack width criterion], *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete], No 1, pp. 20-25.

3. Utkin, V.S., Solov'ev, S.A. (2016). Raschet nadezhnosti zhelezobetonnoi balki na stadii ekspluatatsii po kriteriyu dliny treshchiny v betone [Calculation of reinforced concrete beam reliability on operation stage by crack length criterion]. *Vestnik MGSU* [Bulletin of MGSU], No 1, pp. 68-79.

4. Utkin, V.S., Solov'ev, S.A. (2016). Opredelenie nesushchei sposobnosti zhelezobetonnykh balok na stadii ekspluatatsii po kriteriyu shiriny raskrytiya treshchin [Calculation of bearing capacity of reinforced concrete beams on operation stage by the crack width criterion], *Spravochnik. Inzhenernyi zhurnal* [Engineering journal], No 3, pp. 18-22.

5. *Zolina, T.V.* (2014). Svodnyi algoritm rascheta promyshlennogo ob"ekta na deistvuyushchie nagruzki s otsenkoi ostatochnogo resursa [A synthesis algorithm of calculation of an industrial facility for external loads with residual life assessment], *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo* [Industrial and civil engineering], No 6, pp. 12-14.

6. *Raizer, V.D.* (1978). *Raschet i Normirovanie Nadezhnosti Stroitel'nykh Konstruktsii* [Calculation and valuation of reliability of structures], Moscow: Stroiizdat, 344 p.

7. *Piradov, K.A., Savitskii, N.V.* (2014). Mekhanika razrusheniya i teoriya zhelezobetona [Fracture mechanics and theory of reinforced concrete], *Beton i Zhelezobeton*], No 4, pp. 23-25.

8. *Zaitsev, Yu.V.* (1991). *Mekhanika Razrushenii dlya Stroitelei* [Fracture mechanics for builders], Moscow: Vysshaya shkola, 288 p.

9. *Parton, V.Z.* (1990). *Mekhanika Razrusheniya: ot Teorii k Praktike* [Fracture mechanics: from theory to practice], Moscow: Nauka, 240 p.

10. *Utkin, V.S., Utkin, L.V.* (2012). Calculating the reliability of machine parts on the basis of the Chebyshev inequality, Russian Engineering Research Springer, Vol. 32. No 1, pp. 5-8.

11. *Utkin, V.S., Utkin, L.V.* (1998). Opredelenie nadezhnosti zhelezobetonnykh elementov pri nalichii v nikh naklonnykh silovykh treshchin [Calculation of reliability of RC members with normal cracks]. *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and reinforced concrete], No 4, pp. 16.

12. *Utkin, V.S., Utkin, L.V.* (1999). Opredelenie nadezhnosti zhelezobetonnykh elementov pri nalichii v nikh silovykh treshchin, normal'nykh k prodol'noi osi [Calculation of reliability of RC members with slanted cracks], *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and reinforced concrete], No 1, pp. 15-16.

13. *Utkin, V.S.* (2015). Opredelenie ostatochnoi nesushchei sposobnosti zhelezobetonnykh balok na stadii ekspluatatsii po kriteriyu prochnosti armatury i betona [Calculation of residual bearing capacity of reinforced concrete beams on operation stage by the criterion of concrete and bar strength], *Inzhenerno-Stroitel'nyi Zhurnal* [Journal of Civil Engineering], No 1, pp. 15-23.

14. *Bedov, A.I., Saprykin, V.F.* (1995). *Obsledovanie i Rekonstruktsiya Zhelezobetonnykh i Kamennykh Konstruktsii Ekspluatiruemykh Zdanii i Sooruzhenii* [Inspection and reconstruction of existing RC and stone structures], Moscow: Izd-vo ASV, 192 p.

15. *Zemlyanskii, A.A.* (2004). *Obsledovanie i Ispytanie Zdanii i Sooruzhenii* [Inspection and test of structures], Moscow: Izd-vo ASV, 240 p.

16. Kozachek, V.G., Nechaev, N.V., Notenko, S.N., Rimshin, V.I., Roitman, A.G. (2007). *Obsledovanie i Ispytanie Zdanii i Sooruzhenii*, Moscow: Vysshaya shkola, 655 p.

17. *Peresypkin, E.N.* (1998). *Raschet Sterzhnevykh Zhelezobetonnykh Elementov* [Calculation of RC rod elements], Moscow: Stroiizdat, 168 p.

18. Shishkin, I.F. (1990). *Metrologiya, Standartizatsiya i Upravlenie Kachestvom* [Metrology, standardization and quality management], Moscow: Izd-vo standartov, 342 p.

19. *Rzhanitsyn, A.R.* (1978). *Teoriya Rascheta Stroitel'nykh Konstruktsii na Nadezhnost'* [Theory of structure calculation on reliability], Moscow: Stroiizdat, 239 p.

20. *Utkin, V.S., Solov'ev, S.A., Kaberova, A.A.* (2015). Znachenie urovnya sreza (riska) pri raschete nadezhnosti nesushchikh elementov vozmozhnostnym metodom, *Stroitel'naya Mekhanika i Raschet Sooruzhenii* [Structure mechanics and calculation of constructions], No. 6, pp. 63-67.

21. *Zadeh, L.A.* (1965). Fuzzy sets. Information and Control, Vol. 8, No 3, pp. 338-353.

22. *Utkin, V.S., Solov'ev, S.A.* (2015). Opredelenie nesushchei sposobnosti i nadezhnosti stal'noi balki na stadii ekspluatatsii s ispol'zovaniem teorii svidetel'stv Dempstera–Shefera [Calculation of bearing capacity and reliability of steel beam on the operation stage using evidence theory], *Deformatsiya i Razrushenie Materialov* [Deformation and fracture of materials], No 7, pp. 10 - 15.

23. *Zhang, Z., Jiang, C, Han, X., Dean, Hu., Yu, S.* (2014). A response surface approach for structure reliability analysis using evidence theory, *Advanced in Engineering Software*, pp. 37-45.

24. *Utkin, L.V.* (2007). *Analiz Riska i Prinyatie Reshenii pri Nepolnoi Informatsii* [Risk analysis and decision making with incomplete information], Saint-Petersburg: Nauka, 404 p.

25. Utkin, V.S., Solov'ev, S.A. (2015). Opredelenie nadezhnosti i nesushchei sposobnosti elementov konstruktsii s ispol'zovaniem teorii svidetel'stv Dempstera-Shefera [Calculation of reliability and bearing capacity of structures using evidence theory]. *Stroitel'naya Mekhanika i Raschet Sooruzhenii*, No 5, pp. 38-45.

CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE BEAM RELIABILITY ON THE CRACK LENGTH CRITERION

V.S. Utkin, S.A. Solovyev

Vologda State University, Department of Civil Engineering

The article describes the methods of calculation of reinforced concrete beams reliability at operation stage by the concrete crack length criterion. The offered methods differ in the fullness of statistical data about controlling parameters in mathematical design model. The numerical examples of reliability calculation are given. The article also illustrates the application of evidence theory for evaluation of mathematical expected value of reliability in the presence of statistical information in the form of a subset of intervals.

Key words: reliability, reinforced concrete beams, crack length, fracture mechanics, evidence theory.