

Расчет тонких упругих оболочек

РАСЧЕТ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СИСТЕМ, СОСТОЯЩИХ ИЗ СВЯЗАННЫХ МЕЖДУ СОБОЙ ЗАМКНУТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, МЕТОДОМ СИЛ

К.Ф. ШАГИВАЛЕЕВ, канд. техн. наук, доцент

С.Н. БУРОВ, аспирант

Саратовский государственный технический университет

410076 г. Саратов, 4-й Чернышевский проезд, д. 8 кв. 26, KFSHAG@yandex.ru

410031 г. Саратов, ул. Челюскинцев, д.173, кв. 17, burov-85@mail.ru

Для расчета пространственных систем, состоящих из сочленённых замкнутых цилиндрических оболочек, предложен один из известных методов строительной механики – метод сил. Сущность метода изложена на примере тонкостенной пространственной системы, состоящей из двух замкнутых цилиндрических оболочек, одна из которых находится под действием радиальной нагрузки.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: оболочка, нагрузка, реактивное давление, метод сил, сопряжение, перемещение, сосредоточенная сила, система, уравнение, ряд.

Тонкостенные пространственные системы, состоящие из ряда связанных между собой замкнутых цилиндрических оболочек, находят широкое применение в самых разнообразных областях современной техники: в промышленном и гражданском строительстве, машиностроении, судостроении, авиа- и ракетостроении и т. д. Такие системы применяются в виде силосных корпусов для хранения и переработки сыпучих материалов, в портовых гидротехнических сооружениях, в конструкциях типа реакторов и т. д.

В научной литературе имеется небольшое число работ [1-9], посвященных расчету таких систем, указывается, что расчет их представляет сложную научную проблему, отмечается, что в настоящее время нет ни расчетных схем, возможно более точно отражающих работу таких пространственных систем, ни методов их расчета. В связи с этим необходимо наряду с поисками новых конструктивных решений вести разработку методов их расчета. В настоящей работе указан один из возможных путей решения этой проблемы [10].

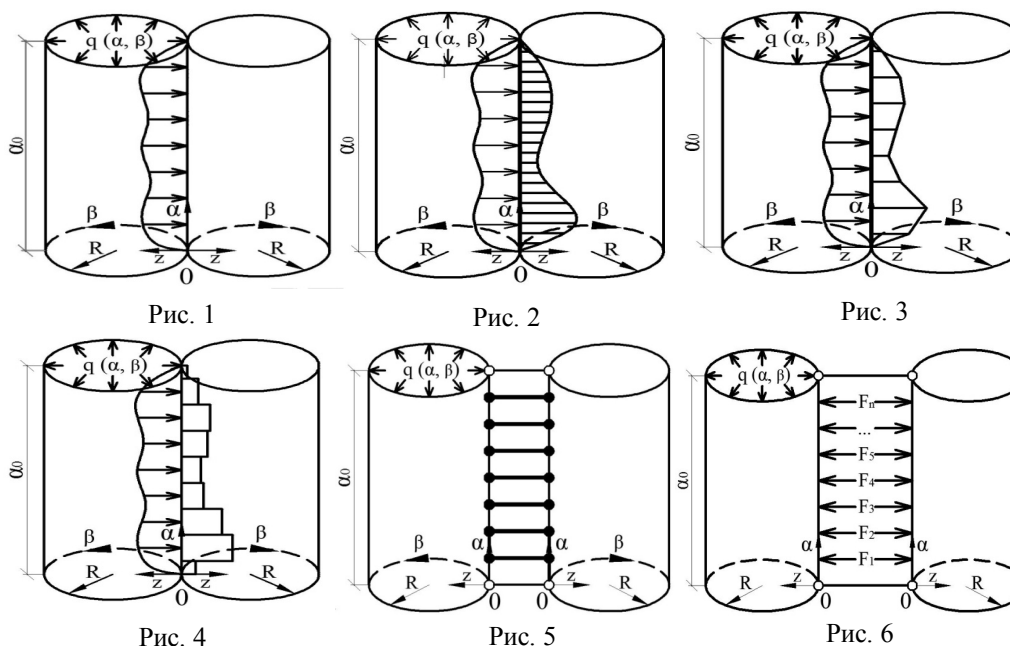
Сущность метода изложим на примере тонкостенной пространственной конструкции, состоящей из двух замкнутых цилиндрических оболочек, одна из которых находится под действием радиальной нагрузки $q(\alpha, \beta)$, для каждой оболочки принята своя система координат (рис. 1).

По линии контакта оболочек возникает реактивное давление (рис. 2). Для определения напряженно-деформированного состояния оболочек необходимо знать величину и характер изменения реактивного давления по линии контакта оболочек. Эпюра реактивного давления всегда ограничена кривой линией, но практически достаточно найти некоторые ординаты и соединив их прямыми, получить ломанную линию (рис. 3).

В целях сокращения вычислительной работы вместо схемы на рис. 3 примем схему по рис. 4, т.е. будем считать, что реактивное давление равномерно распределено в пределах сколь угодно малых участков, а всю эпюру – ограниченной ступенчатой линией (рис. 4). Кроме того, условимся в дальнейшем иметь дело не с интенсивностью давления в каждом участке, а с равнодействующей давления, приходящейся на этот участок.

Связь между оболочками осуществляется только в отдельных точках, находящихся в серединах прямолинейных участков эпюры. Число этих точек (опор)

можно принять, руководствуясь только соображениями о желательной степени точности расчета. Чем больше опор мы наметим, тем точнее будет и окончательный результат.



Расчетная схема будет такой как показана на рис. 5. Условные опоры представлены в виде абсолютно твердых стержней-связей, присоединенных шарнирно к первой и второй оболочкам.

Для расчета применяем один из методов строительной механики - метод сил. Основную систему выберем, разрезая или удаляя все горизонтальные стержни, заменяя их действие действием неизвестных реактивных сил $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ (рис. 6). Таким образом, расчёт сложной пространственной системы сводится к расчету отдельных замкнутых цилиндрических оболочек под действием различных нагрузок.

В рассматриваемом случае на первую оболочку действуют радиальная нагрузка $q(\alpha, \beta)$ и реактивные давления F_n , возникающие в местах контакта оболочек. На вторую оболочку действуют только реактивные давления F_n . Незвестные реактивные давления F_n находим из условий сопряжения оболочек. В точках контакта оболочек радиальные перемещения оболочек равны.

Для нахождения неизвестных реактивных сил F_n будем иметь канонические уравнения обычного вида:

$$\begin{aligned}
 F_1\delta_{11} + F_2\delta_{12} + F_3\delta_{13} + F_4\delta_{14} + F_5\delta_{15} + F_6\delta_{16} + \dots + F_n\delta_{1n} + \Delta_1 &= 0; \\
 F_1\delta_{21} + F_2\delta_{22} + F_3\delta_{23} + F_4\delta_{24} + F_5\delta_{25} + F_6\delta_{26} + \dots + F_n\delta_{2n} + \Delta_2 &= 0; \\
 F_1\delta_{31} + F_2\delta_{32} + F_3\delta_{33} + F_4\delta_{34} + F_5\delta_{35} + F_6\delta_{36} + \dots + F_n\delta_{3n} + \Delta_3 &= 0; \\
 F_1\delta_{41} + F_2\delta_{42} + F_3\delta_{43} + F_4\delta_{44} + F_5\delta_{45} + F_6\delta_{46} + \dots + F_n\delta_{4n} + \Delta_4 &= 0; \\
 F_1\delta_{51} + F_2\delta_{52} + F_3\delta_{53} + F_4\delta_{54} + F_5\delta_{55} + F_6\delta_{56} + \dots + F_n\delta_{5n} + \Delta_5 &= 0; \\
 \dots & \\
 F_1\delta_{n1} + F_2\delta_{n2} + F_3\delta_{n3} + F_4\delta_{n4} + F_5\delta_{n5} + F_6\delta_{n6} + \dots + F_n\delta_{nn} + \Delta_n &= 0,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где $\delta_{mn} = (\delta'_{mn} + \delta''_{mn})$ – перемещения стенок оболочек по линии контакта от реактивного давления; δ'_{mn} – перемещения стенки первой оболочки от реактивного давления; δ''_{mn} – перемещения стенки второй оболочки от реактивного давления; Δ_n – перемещения стенки первой оболочки от внешней нагрузки

Значения перемещений δ_{mn} стенки замкнутой цилиндрической оболочки в любой точке оболочки под действием сосредоточенной силы можно найти по аналитическим выражениям, полученными в статье К. Ф. Шагивалеева [11]. Перемещения стенки оболочки от внешней нагрузки Δ_n , в зависимости от вида действия, можно определить по работам К. Ф. Шагивалеева [12,13].

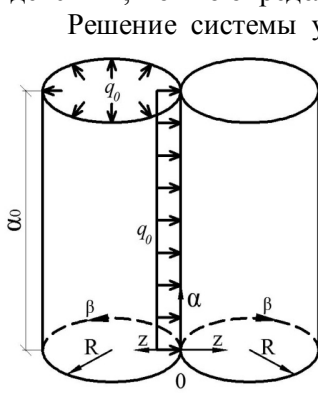


Рис. 7

Решение системы уравнений (1) даст значения неизвестных реактивных сил F_n , а по ним нетрудно найти и интенсивность давления в пределах каждого участка. После этого можно вычертить ступенчатую линию эпюры давления. При желании ступенчатую эпюру можно заменить эпюрой, очерченной по плавной кривой. Имея величину и характер реактивного давления можно определить напряженно-деформированное состояние оболочек.

По разработанному способу произведен расчет пространственной системы, состоящей из двух сочлененных замкнутых цилиндрических оболочек, имеющих по концам шарнирные закрепления. Одна из оболочек нагружена внутренним равномерно распределенным давлением q_0 (рис. 7). Параметры оболочек: $L = 30$ м, $h = 0,16$ м, $R = 3$

$$\text{м, } \alpha_0 = L/R = 10.$$

Первоначально рассмотрим случай, когда линия контакта оболочек разделена на 8 участков. Радиальные перемещения w в оболочке, нагруженной внутренним давлением q_0 , в середине участков приведены в табл. 1 [12].

Таблица 1

α	0,625	1,875	3,125	4,375	5,625	6,875	8,125	9,375
$w(\Delta_n)$	19,26	18,75	18,75	18,75	18,75	18,75	18,75	19,26

Все значения, приведенные в табл. 1, необходимо умножить на $-q_0 R/E$.

Радиальные перемещения $w(\delta_{mn})$ в оболочке в середине участков от действия неизвестных реактивных сил F_n приведены в табл. 2.

Таблица 2

$\alpha \backslash \tau$	0.625	1.875	3.125	4.375	5.625	6.875	8.125	9.375
0.625	22.6158	10.0424	7.4248	5.6392	4.1686	2.8577	1.6522	0.5374
1.875	10.0424	40.0830	23.1064	17.2327	12.6656	8.6786	5.0474	1.6522
3.125	7.4248	23.1064	49.8908	30.1328	21.7426	14.8552	8.6786	2.8577
4.375	5.6392	17.2327	30.1328	54.4007	32.3224	21.7426	12.6656	4.1686
5.625	4.1686	12.6656	21.7426	32.3224	54.4007	30.1328	17.2327	5.6392
6.875	2.8577	8.6786	14.8552	21.7426	30.1328	49.8908	23.1064	7.4248
8.125	1.6522	5.0474	8.6786	12.6656	17.2327	23.1064	40.0830	10.0424
9.375	0.5374	1.6522	2.8577	4.1686	5.6392	7.4248	10.0424	22.6158

Все значения, приведенные в табл. 2, необходимо разделить на Eh .

При определении радиальных перемещений в оболочках от действия неизвестных реактивных сил F_n удерживалось 100 членов тригонометрического ряда [11]. Из условия равенства радиальных перемещений $w(\alpha, \beta)$ в оболочках по линии контакта (в восьми точках) составляем систему восьми уравнений, из которой находим неизвестные реактивные силы F_n .

Таблица 3

α	0,625	1,875	3,125	4,375	5,625	6,875	8,125	9,375
F_n	0,3523	0,0791	0,0330	0,0213	0,0213	0,0330	0,0791	0,3523

В табл. 3 приведены значения неизвестных реактивных сил. Все значения, приведенные в табл. 3, необходимо умножить на $q_0 R h$.

С целью выяснения как изменяются характер и максимальная величина реактивного давления вдоль линии контакта оболочек при изменении размеров (количество) участков разбиения были рассмотрены следующие примеры $n = 16, 32, 64, 128, 256$ и 384 (рис. 5). Результаты расчета представлены на рис. 8.

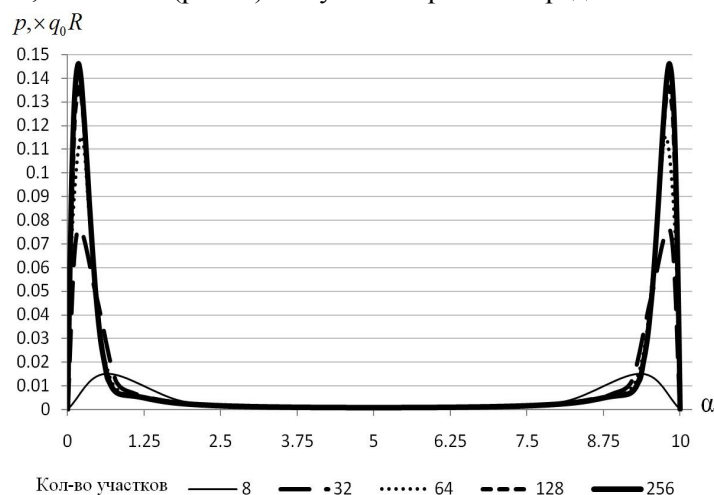


Рис. 8. Графики распределения реактивного давления по линии контакта оболочек, одна из которых загружена внутренним равномерно распределенным давлением

Был проведен анализ влияния количества разбиений на величину максимального значения реактивного давления (рис. 9). В данном случае можно ограничиться разбиением на 256 участков, так как расхождение составляет 1,5%.

Используя предлагаемый подход и полученные аналитические решения [11-13], можно рассчитать пространственную систему, состоящую из любого количества связанных между собой замкнутых цилиндрических оболочек, имеющих как одинаковые, так и разные геометрические параметры оболочек и модули упругости, практически на любую радиальную нагрузку.

Разработанный способ расчета позволяет инженеру-проектировщику решать широкий класс практических задач. Он может быть использован при проектировании емкостей для хранения и переработки различных сыпучих материалов и жидкостей, при расчете различных конструкций в которых в качестве конструктивных элементов используются системы сопряженных замкнутых цилиндрических оболочек.

Л и т е р а т у р а

1. Григолюк Э. И. Равновесие цилиндрических оболочек, соединенных по образующим / Э. И. Григолюк, В. М. Толкачев // Инженерный журнал. Механика твердого тела. – 1968. - № 5. – С. 166-174.

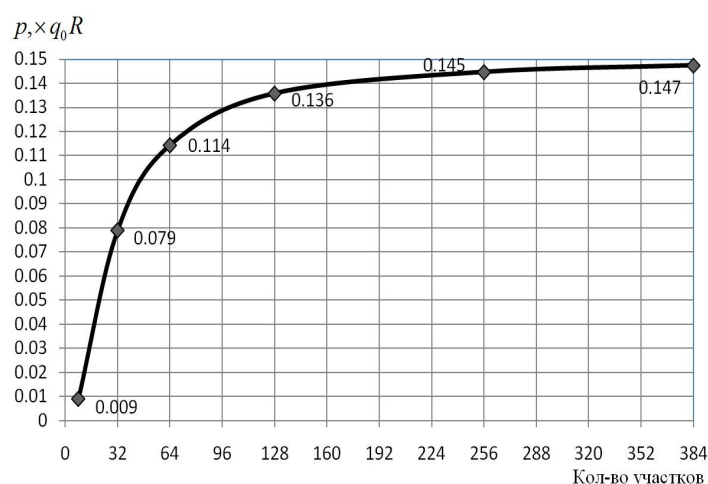


Рис. 9. График зависимости максимальных значений реактивного давления по линии контакта оболочек от количества участков

2. Григолюк Э. И. Контактные задачи теории пластин и оболочек / Э. И. Григолюк, В. М. Толкачев В. – М.: Машиностроение, 1980. – 416 с.

3. Крамер Е. Л. Некоторые вопросы расчета двухстенных цилиндрических оболочек // Исследования по теории сооружений. – 1987. – Вып. XXV. – С. 218-229.

4. Крысько В. А. Расчет пространственной системы, состоящей из двух замкнутых цилиндрических оболочек / В. А. Крысько, К. Ф. Шагивалеев // Труды XXI Междунар. науч.-техн. конф. по теории оболочек и пластин. – Саратов, 2005.- С. 136-145.

5. Шагивалеев К. Ф. Расчет пространственной системы из двух оболочек, соединенных промежуточными связями / К. Ф. Шагивалеев // Вестник Саратовского государственного технического университета.- 2006. – №2. – С. 19-26.

6. Шагивалеев К. Ф. К расчету тонкостенных пространственных систем / К. Ф. Шагивалеев // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2007. – №1, вып. 2. – С. 21-31.

7. Barinka L. L. Nonlinear deflection analysis for coupled tubular structures / L. L. Barinka // Transactions ASME. – 1971. – B93, № 4. – p. 1255-1260.

8. Horowitz Bernardo. Stress resultants due to interstice loading in group of four cylindrical silos / Horowitz B., Nogueira F. Artur // ACI Struct. J. –1999.–96, № 2.– С. 307-313.

9. Poritsky H. Stresses in pipe bundles / H. Poritsky, G. Horvey // Journal Applied mechanics. – 1951. – 18, № 3. – p. 241-250.

10. Жемочкин Б.Н. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б.Н.Жемочкин, А.П. Сеницын – М.: Госстройиздат, 1962 – 260 с.

11. Шагивалеев К. Ф. Расчет замкнутой цилиндрической оболочки на сосредоточенные нагрузки / К. Ф. Шагивалеев // Вестник Саратовского государственного технического университета.- 2007. – №1, вып. 1. – С. 36-42.

12. Шагивалеев К.Ф. Расчет на прочность замкнутой цилиндрической оболочки / К. Ф. Шагивалеев –Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1991. – 208 с.

13. Шагивалеев К. Ф. Расчет замкнутой цилиндрической оболочки по приближенной теории / К.Ф. Шагивалеев; Саратов. гос. техн. ун-т. – Саратов: СГТУ, 2001. – 164 с.

CALCULATION OF THIN-WALLED SPATIAL SYSTEMS CONSISTING OF JOINTED CLOSED BARREL SHELLS BY THE METHOD OF FORCES

Shagivaleev K. F., Burov S. N.

To calculate the thin-walled spatial system, consisting of two closed barrel shells we used one of the methods of structural mechanics, namely, the method of forces. The essence of a method is stated on an example of the thin-walled spatial system, consisting of two closed barrel shells, one of which is subjected to a radial load.

KEYWORDS: shell, loading, reaction pressure, method of forced, mating, moving, concentrated force, system, equation, series.