

ОТ УСЛОВНОЙ К ТОЧНОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СЕЧЕНИЙ

В.И. МАЙОРОВ, д-р технических наук

П.К. КУЗЬМИН, магистр

Российский Университет Дружбы Народов, Москва

117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6; (495)955-09-39; kuzminpk@mail.ru

Статья посвящена совершенствованию метода расчета трещиностойкости железобетонных сечений при изгибе на основе деформационной модели. Предложена формула момента образования трещин, которую можно считать точной, в силу ее адекватности эксперименту. Учет влияния армирования на момент образования трещин будет способствовать технико-экономической эффективности и долговечности железобетонной конструкций, расчетные предельные состояния которых обусловлены ограничениями по образованию и раскрытию трещин.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: трещиностойкость, фибровое сечение, приведенное расстояние.

Расчет момента образования трещин M_{mp} построен на постулатах классической теории железобетона: гипотезе плоских сечений, законе Гука и методе приведения площади растянутой арматуры к бетону. В общем случае формула определения величины M_T может быть представлена в виде:

$$M_T = (W_B + W_{sn})R_{pu}, \quad (1)$$

где W_B – момент сопротивления неармированного сечения по растянутой зоне, W_{sn} – момент сопротивления приведенной к бетону площади растянутой арматуры относительно центра тяжести сжатой зоны, R_{pu} – предел прочности бетона при растяжении от изгиба. Точность расчета зависит от выбора расчетной модели и ее адекватности действительным законам распределения напряжений в рабочем сечении.

В случае линейной модели:

$$W_b = 0,166bh^2; \quad (2) \quad W_{sn} = A_{s,n} \cdot Z; \quad (3) \quad A_{s,n} = \mu \cdot n \cdot bh; \quad (4)$$

$$Z = (1 - 0,3\xi - \delta_h); \quad (5) \quad R_{pu} = \varepsilon_{pu} \cdot E_b; \quad (6)$$

в формулах (2) – (6): ξ – относительная высота сжатой зоны x , $\xi = x/h = 0,5$, b, h – размеры сечения, $A_{s,n}$ – приведенная к бетону площадь арматуры, Z – плечо равнодействующих внутренних сил в нормальном сечении, $\mu = A_s/bh$ – коэффициент армирования, $n = E_a/E_b$ – коэффициент приведения, E_a, E_b – модули упругости арматуры и бетона, $\delta_a = a/h$ – относительная величина защитного слоя бетона (a), ε_{pu} – предельная растяжимость бетона при изгибе.

С учетом (2) - (6):

$$M_T = \left[0,166 + \mu \cdot n \cdot (1 - 0,33\xi - \delta_a) \right] \cdot bh^2 \cdot R_{pu} . \quad (7)$$

В практических расчетах величины M_m принята упругопластическая модель, предложенная В.И. Мурашевым [4]: упругая эпюра напряжений в сжатой зоне и пластическая в растянутой. Соответственно, упругий момент сопротивления бетонного сечения и модуль упругости условно заменены на упругопластические:

$$W_{b,пл} = 0,292bh^2 ; \quad (8) \quad E'_e = \lambda_p E_e . \quad (9)$$

В формуле (9) λ_p – коэффициент упругопластичности, равный отношению упругой части деформации ε_y к полной ε_e , условно принят 0,5, независимо от величины пластической деформации.

Переход от упругой к упругопластической модели не имеет экспериментального обоснования. Расчетная модель и ее основные параметры условны. На ряду с $W_{b,пл}$, E'_e и λ_p , условно предельная растяжимость бетона при изгибе ε_{pu} заменена предельной деформацией при осевом растяжении ε_p . Соответственно, расчетное сопротивление бетона растяжению при изгибе R_{pu} заменено на прочность при осевом растяжении R_p . Пренебрегается влиянием арматуры на предельную растяжимость бетона и момент образования трещин.

Вопреки ожиданиям, применение упругопластической модели не привело к увеличению расчетного момента M_T в сравнении с упругой. Расхождение составляет более 15%, в том числе и с экспериментом.

Известна критика формулы Мурашева [5]. Между тем сам автор не считал ее точной. Для того чтобы она стала точной, необходимо перейти от условной к экспериментально обоснованной расчетной модели и ее параметрам.

На рис. 1 представлены эпюры распределения деформаций, построенные по показаниям тензодатчиков, наклеенных цепочкой по высоте сечения (T_e) и на поверхности (T_n), в зоне чистого изгиба бетонной балки (рис. 2). Линейная зависимость деформаций от расстояния до нейтральной оси очевидна, как и справедливость гипотезы плоских сечений. Считать при этом распределение напряжений равномерным по всей высоте растянутой зоны при предельной деформации бетона при разрыве, равной 6 - 10 микрон нужно воображение.

Различия в эпюрах деформаций «а» и «б» (рис. 1) свидетельствует о наличии на поверхности бетона местных концентраторов напряжений, вызванной преимущественно физико-химической усадкой при твердении цементного камня. Кривая осциллограммы датчика T_{n-1} носит ступенчатый характер, отражая процесс образования и раскрытия трещины, характерный для анизотропных материалов, каким является бетон.

В своем развитии трещина проходит через три стадии равновесного состояния, преодолевая сопротивление разрыву на границах разных уровней масштабов составляющих бетона, от микроскопического (блок - кристаллы цементного камня), до миллископического (элементы структуры цементно- пес-

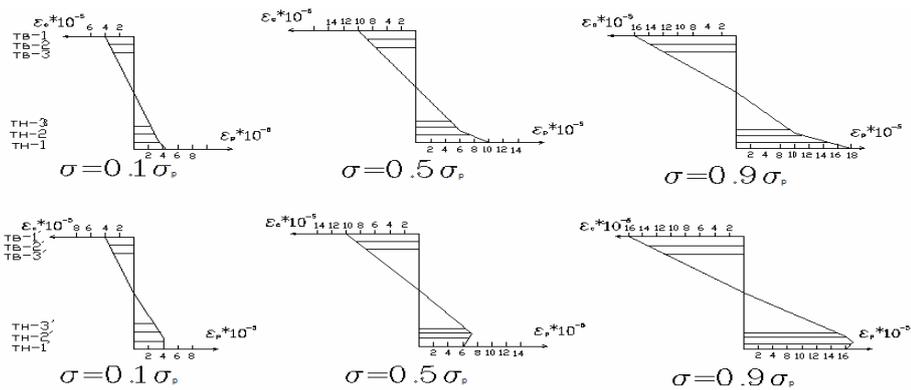


Рис. 1. Эпюры распределения деформаций в нормальном сечении разрушения (а) и в смежном сечении

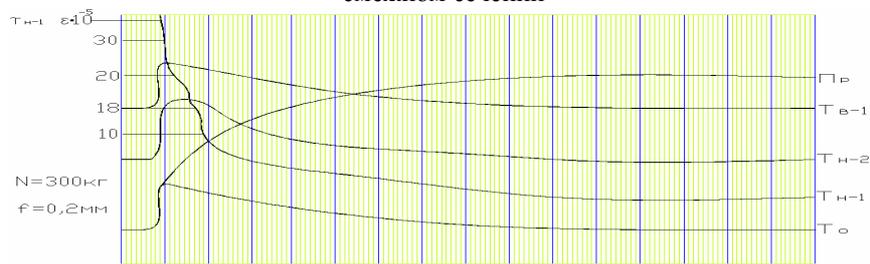


Рис. 2. Осциллограмма записей датчиков деформаций (T_n), прогибов (Π_p) и реакций опор (O_n)

чаной матрицы). Начальная стадия – после разрыва сплошности структуры на микроскопическом уровне деформации $\epsilon_{mp} = (6-10) \cdot 10^{-5}$. Ширина раскрытия микротрещин $a_{mt} = 2,5 \cdot 10^{-3}$ мм. (первая ступень кривой Тн-1, рис. 2) находится за пределами разрешающей способности глаза.

Стадия устойчивого равновесного состояния – после прорыва трещины в межзерновое пространство фибрового сечения растянутой зоны. При достижении средней деформации $\epsilon_{pm} = (18-22) \cdot 10^{-5}$ трещина становится видимой при ширине раскрытия $a_m = 0,02 - 0,05$ мм (вторая ступень).

С появлением видимой трещины устойчивое равновесное состояние и линейная зависимость деформаций « ϵ » и прогибов « f » от напряжения (рис. 3) сохраняется вплоть до разрушения. Способность сечения с трещиной воспринимать до 30% разрушающей нагрузки свидетельствует, что сокращение площади рабочего сечения компенсируется, в том числе, повышением сопротивлением разрыву в вершине трещины в изменившихся условиях работы материала.

Стадия разрушения при потере равновесного состояния структуры бетона в целом. Трещина, прорываясь за пределы межзернового пространства цементно-

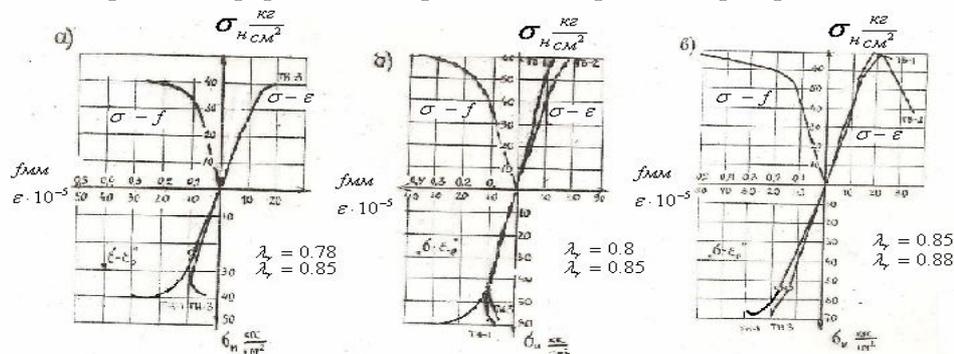


Рис. 3. Диаграммы прогибов и фибровых деформаций в центральном сечении

песчаной матрицы фибрового сечения, превращается в магистральную трещину разрушения, в зависимости от прочности бетона, - в обход или по крупному заполнителю (рис. 4).

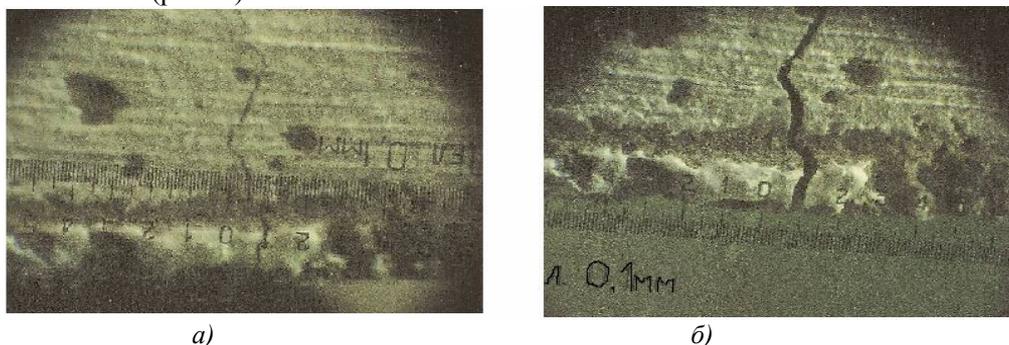


Рис. 4. Общий вид трещины на разных стадиях развития
а) в момент появления трещины, $a_T = 0,005$; в) при разрушении, $a_T = 0,3$ мм

Общая величина предельной деформации при разрушении равна $\varepsilon_{pu,np} = 30 \cdot 10^{-5}$, в три раза превышает предельную растяжимость бетона при осевом растяжении $\varepsilon_{p,np} = 10 \cdot 10^{-5}$ и в полтора раза ее линейную расчетную составляющую, равную $\varepsilon_{pi} = 20 \cdot 10^{-5}$.

Область нелинейности ограничена фибровым сечением. Высота пластической зоны h_{nl} , если принять закон изменения коэффициента λ_p , за пределом пропорциональности диаграммы « $\sigma - \varepsilon$ » линейным, равна [2]:

$$h_{nl} = \frac{(1 - \lambda)}{2} \cdot h. \quad (10)$$

Введение коэффициента λ в теорию железобетона несомненная заслуга В.И. Мурашева (впервые функция λ предложена А.А.Ильюшиным). Анализ соотношения линейной и нелинейной составляющей осциллограмм и графиков деформаций, прогибов и напряжений (рис. 2,3) показывает, что значение λ_p может изменяться в пределах от 0.75 до 0.85 (13%), в зависимости от прочности бетона и времени нарастания разрушающего напряжения. Соответственно, высота пластической зоны h_{nl} изменяется в пределах $(0,12-0,07)h$, не выходя за границы высоты защитного слоя бетона или фибрового сечения. Очевидно, что при определении момента сопротивления сечения по бетону растянутой зоны нелинейностью диаграммы « $\sigma - \varepsilon$ » пренебрегать нельзя. Исследование параметра λ_p позволяет перейти от упругой или пластической эпюры распределения напряжений по высоте растянутой зоны к деформационной упруго-пластической, рассмотренной в [2].

В основу деформационной расчетной модели принята гипотеза плоских сечений, применительно к распределению деформаций, а распределение напряжений в соответствии с линейной составляющей общей деформации, равной $\lambda_p \varepsilon$ – по закону Гука (рис. 5).

Критерием предельного состояния является достижение фибровых деформаций растянутой зоны предельного значения при растяжении от изгиба.

Общая формула упруго-пластического момента сопротивления сечения по растянутой зоне имеет вид:

$$W'_{b,yn} = bh^2 \cdot \nu \cdot (1 - \xi) \cdot [1 - 0,33\xi - \beta(1 - \xi)], \quad (11)$$

где β – коэффициент, определяющий расстояние от поверхности до центра тяжести эпюры растянутой зоны; ν – коэффициент полноты эпюры,

$$\beta = (1 - \lambda_p + 0,33\lambda^2)/(2\nu), \quad (12) \quad \nu = 1 - 0,5\lambda_p, \quad (13)$$

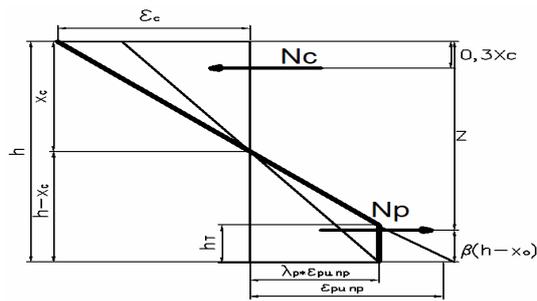


Рис. 5. Схема построения расчетной модели

при среднем значении $\lambda_p = 0,8$, $\nu = 0,6$, $\beta = 0,34$ упруго-пластический момент сопротивления равен

$$W_{в.уп} = 0,2bh^2 \quad (14)$$

В отличие от сжатия, графики диаграмм работы при осевом растяжении и растяжении при изгибе не имеют нисходящей ветви.

Несмотря на вековую историю исследований, единое мнение о влиянии армирования на предельную растяжимость бетона отсутствует. В действующих нормах этим влиянием пренебрегается.

На рис. 6 помещены результаты исследований разных авторов эффективности армирования, выраженные в виде коэффициента K_{rd} , равного отношению предельной растяжимости армированного бетона ϵ_{ps} к неармированному ϵ_p в зависимости от расстояния до арматуры, приведенного к ее диаметру $r_d = a/d$.

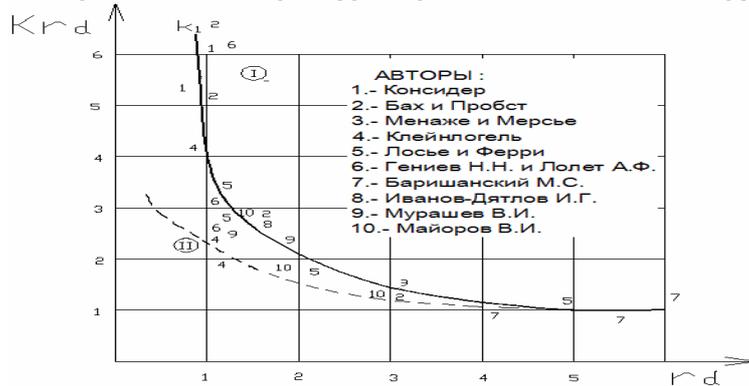


Рис 6. График зависимости Kr_d от приведенного расстояния r_d

Кривая (I) выражает эмпирический закон изменения Kr_d от приведенного расстояния r_d , кривая (II) его аналитическая аппроксимация формулой:

$$K_{Rd} = n_k \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot r_d}} \quad (15)$$

где n_k – коэффициент отношения предельных деформаций растяжения при изгибе к осевой, $n_k = 3$ [3]. Формула (15) снимает противоречия выводов разных авторов, найдя им место в области распределения значений параметра Kr_d с ростом приведенного расстояния r_d .

Главный вывод анализа состоит в том, что влияние арматуры ограничено значением $r_d \leq 5$, за пределом которого оно отсутствует. Большой разброс результатов опытов объясняется условиями твердения, хранения и методикой испытания. Можно считать установленной зависимость предельной растяжимости

от среды хранения (сухая, влажная), диаметра арматуры и равномерности ее распределения по ширине рабочего сечения.

В опытах Баха предельная растяжимость бетона в растянутой зоне менялась от $12,5 \cdot 10^{-5}$ при отсутствии арматуры, до $14,1 \cdot 10^{-5}$ при армировании одиночным стержнем, и до $26,7 \cdot 10^{-5}$ при армировании тремя стержнями $d = 10$ мм, распределенными по ширине сечения.

Если принять во внимание, что величина защитного слоя a изменяется в пределах от 1 см. (плиты) до 3 см, а сортамент диаметров рабочей арматуры от 6 до 30 мм, то в подавляющих случаях приведенное расстояние r_d не выходит за границу $r_d \leq 5$, также как и значение радиуса, приведенной к бетону площади арматуры

$$r_{dsn} = d_s \sqrt{n}. \quad (16)$$

Не учет фактора армирования становится экономически неоправданным при проектировании конструкции массового применения таких, как жесткие покрытия дороги и аэродромов.

Положительное влияние арматуры на трещиностойкость железобетонных сечений начинает проявляться с начала образования микроразрывов сплошности бетона. Пересекая полость разрыва, арматурный стержень становится поперечной связью. В силу высокой осевой жесткости арматура воспринимает на себя значительную часть усилий, препятствуя раскрытию берегов трещины и перераспределению напряжений в ее вершину. Внутреннее поле напряжений и сам материал становятся статистически более однородными.

Положение теоретической кривой на нижней границе распределения опытных значений Kr_d позволяет ее использовать в расчетах. При этом наибольшее приближение имеют опыты на осевое растяжение Лосье и Фери, Баха, Баршанского. Запредельно максимальное расхождение ($\varepsilon_p > 50 \cdot 10^{-5}$) имеет место в опытах Консидера при испытании железобетонных балок на изгиб.

Неравномерность характера распределения напряжений может быть учтена, приведя коэффициент армирования μ к площади эпюры бетона растянутой зоны:

$$\mu_{np} = \frac{A_s}{bh(1-\xi)v} = \frac{\mu}{(1-\xi)v}. \quad (17)$$

Перейдя от условных к обоснованным расчетным параметрам (11,15,16) общее выражение величины момента при появлении трещин (7) имеет вид:

$$M_T = \left[0,199 + \frac{\mu \cdot n \cdot K_{Rd} (1 - 0,33\xi - \delta_a)}{(1-\xi) \cdot v} \right] \cdot bh^2 \cdot R_{pu} \cdot \lambda_p. \quad (18)$$

Для конструктивных бетонов класса В 15 и выше коэффициент λ_p может быть принят 0,8; при этом значении расхождение от среднего момента сжатия сечения (14) не превысит 5%.

Приняв в качестве расчетных

$W_{b,yn} = 2bh^2$, $\lambda_p = 0,8$, $\xi = 0,5$, $v = 0,6$, $R_{pu} = 2\varepsilon_p \cdot \lambda_p \cdot E_b = 1,6 \cdot R_p$, преобразуем (18) в

$$M_T = [0,199 + 3,3 \cdot \mu \cdot n \cdot K_R \cdot (0,83 - \delta_a)] \cdot bh^2 \cdot 1,6R_p. \quad (19)$$

Экспериментальная проверка достоверности (19) проведена на образцах железобетонных балочных плит, размером $5 \times 15 \times 90$ см, коэффициент армирования μ и относительное расстояние r_d соответственно изменялись в пределах, μ – от 0,03 до 0,01; r_d – от 1 до 3.* Методически опыты отличались от опытов

Баришанского напряженным состоянием: у Баришанского – осевое растяжение; в нашем случае – растяжение при изгибе.

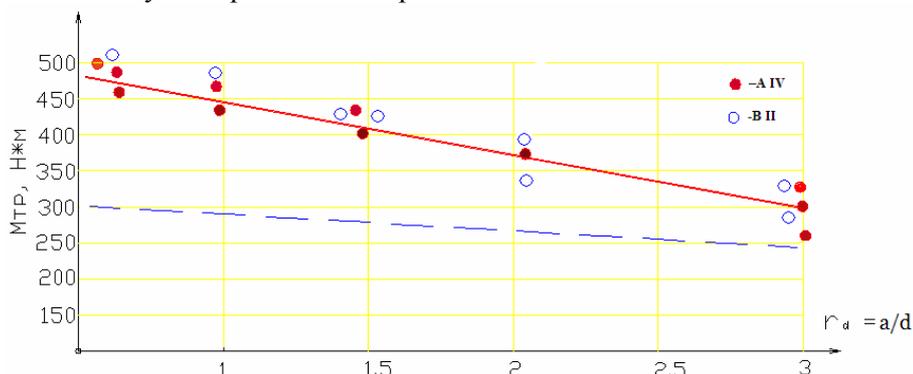


Рис 6. Зависимость момента трещинообразования M_T от относительного расстояния r_d : «- - -» – по Мурашovu, «- · - · -» – по формуле (19)

На рис. 6 приведены опытные и расчетные значения M_T . Близкое совпадение расчетных значений с опытом дает основание считать формулу (19) точной. Расхождение формулы Мурашева с опытом было известно. Автор [4] считал его допустимым в отсутствии экспериментально обоснованных расчетных параметров. Статья устраняет этот недостаток.

Расчет M_T по формуле (19) не только повышает точность, но и экономическую целесообразность армирования, поскольку позволяет повысить ресурсы использования арматуры при проектировании железобетонных конструкций, к которым предъявляются требования трещиностойкости.

- Исследования выполнены аспирантами О. Паниным, В. Моисеевым, Ю. Середой.

«Чем выше уровень развития науки, тем менее она расточительна».

Л и т е р а т у р а

1. *Ильюшин А.А.* Пластичность, ОГИЗ ГИТТЛ, 1949.
2. *Майоров В.И.* Расчет граничных значений относительной высоты сжатой зоны и процента армирования по деформационной модели//Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. - № 3. - 2008.
3. *Майоров В.И.* Экспериментальная основа и элементы теории прочности бетона//Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. - №1. - 2005.
4. *Мурашев В.И.* Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона. - М; Машстройиздат, 1950.
5. *Немировский Я.М.* Пересмотр некоторых положений теории раскрытия трещин в железобетоне. Бетон и железобетон. - № 3 1970.
6. *Столяров В.И.* Введение в теорию железобетона. М.1941.

FROM RELATIVE TO EXACT MODEL OF CALCULATION CRACK RESISTANCE OF REINFORCED CONCRETE SECTION.

V.I. Maiorov, P.K. Kuzmin

The article is about the improving the method of calculating crack resistance of ferroconcrete sections in the bending on the base of deformation model. It is offered a formula of the moment of appearing cracks, which can be considered exact for its adequacy to the experiment. With due regard for influence of reinforcing at the moment of appearing cracks will improve technical-economical effectiveness and durability of ferro-concrete constructions, calculating limited conditions of which are depended on limitation for appearing and enlarging cracks.

KEY WORDS: crack resistance, ferroconcrete, deformation model, reinforcing.