

Динамика конструкций и сооружений

ВОЗДЕЙСТВИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ СЛОИ С ЖИДКОСТЬЮ

САФАРОВ И.И., доктор физико-математических наук, проф.,

АХМЕДОВ М.Ш., старший научный сотрудник,

БОЛТАЕВ З.И., научный соискатель,

Бухарский инженерно-технологический институт (Республика Узбекистан)

Изучается поле динамических напряжений и перемещений, возникающих вблизи цилиндрического слоя (жидкость) в вязкоупругой среде при прохождении плоской волны. Показано, что включение материальной среды с вязкими свойствами в расчет на действие гармонических волн, уменьшает напряжения и перемещения на 10-16%.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: объемный потенциал; режим деформации; продольные и поперечные волны; гармонические волны; метод Гаусса.

Воздействие продольных и поперечных волн на цилиндрическое тело, исследовалось многими авторами [1, 2, 3, 4]. При этом рассматривались осесимметричные (и неосесимметричные) задачи, применялись различные модели для жидкости и слоя (или оболочек). В предыдущих работах цилиндрическое тело рассматривалось в виде цилиндрической оболочки и уравнение движения получалось на основе гипотезы Кирхгофа – Лява [5,6,7,8]. Также окружающая среда рассматривалась как упругая, т.е. связь напряженного и деформированного состояния подчиняется закону Гука [9,10]. Настоящая работа отличается от предыдущих тем, что цилиндрическую оболочку окружает среда, обладающая вязкими свойствами, т.е. связи напряжения и деформации подчиняются интегральному соотношению Больцмана – Вольтера [12]. Модели воздействия продольных и поперечных волн на цилиндрические слои и жидкости базируются на методах, которые разработаны в динамике тел взаимодействующих с деформируемой средой, например, в книге [11].

Постановка задачи. На бесконечно длинный, однородный, изотропно-деформируемый цилиндр с идеальной сжимаемой жидкостью, находящийся в бесконечной вязкоупругой среде, падает гармоническая плоская волна расширения (или сдвига) (рис.1). Фронт волны является параллельным оси цилиндра. Таким образом, рассматривается задача о плоской деформации. Здесь $r = R$ внешнего и $r = R_0$ - внутреннего радиусов цилиндрического слоя. Основной целью работы является определение напряженно – деформированного состояния цилиндрического слоя и окружающей среды при воздействии продольных (или поперечных) гармонических волн. В предположении обобщенного плоскодеформированного состояния уравнение движения в смещениях имеет вид [1]

$$(\tilde{\lambda}_j + 2\tilde{\mu}_j) \text{grad div } \vec{u}_j - \tilde{\mu} \text{rot rot } \vec{u}_j + \vec{b}_j = \rho_j \frac{\partial^2 \vec{u}_j}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где λ_j и μ_j ($j = 1,2$; $j = 1$ – относятся к окружающей среде, $j = 2$ – к слою) операторные модули упругости:

$$\tilde{\lambda}_j f(t) = \lambda_{0j} \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_{\lambda}^{(j)}(t - \tau) f(\tau) d\tau \right]$$

$$\tilde{\mu}_j f(t) = \mu_{0j} \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_{\mu}^{(j)}(t - \tau) f(\tau) d\tau \right];$$

\vec{b}_j – вектор плотности объемных сил ($b_j = 0$); $f(t)$ – некоторая функция; ρ_j – плотности материалов, $R_\mu^{(i)}(t - \tau)$ и $R_\lambda^{(i)}(t - \tau)$ – ядро релаксации, λ_{oj}, μ_{oj} – мгновенные модули упругости вязкоупругого материала, $\vec{u}_j(u_{rj}, u_{\theta j})$ – вектор смещения, который зависит от r, θ, t . При давлениях до 100 МПа движение жидкости удовлетворительно описывается волновыми операторами для потенциалов скорости частиц жидкости [11]:

$$\Delta \varphi_0 = \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial t^2}, \quad (2)$$

где C_0 – акустическая скорость звука в жидкости. Потенциал φ_0 и вектор скорости жидкости связаны зависимостью $\vec{V} = grad \varphi_0$. Давление жидкости $r = R_0$ определяется с помощью линеаризованного интеграла Коши – Лагранжа, $P = -\rho_0 C_0 \partial \varphi_0 / \partial t$ – давление жидкости на стенке цилиндрического слоя и ρ_0 – плотность жидкости. При условии безотрывного обтекания жидкости нормальная компонента скорости жидкости и слоя на поверхности их контакта $r = R_0$ должна быть равна

$$\left. \frac{\partial \varphi_0}{\partial r} \right|_{r=R_0} = \left. \frac{\partial u_{r2}}{\partial t} \right|_{r=R_0}, \quad (3)$$

где u_{r2} – перемещения слоя по нормали. На контакте двух тел $r = R$ выполняется равенство смещений и напряжений (условие жесткого контакта)

$$u_{r1} = u_{r2}; \quad \sigma_{rr1} = \sigma_{rr2}; \quad u_{\theta 1} = u_{\theta 2}; \quad \sigma_{r\theta 1} = \sigma_{r\theta 2}. \quad (4)$$

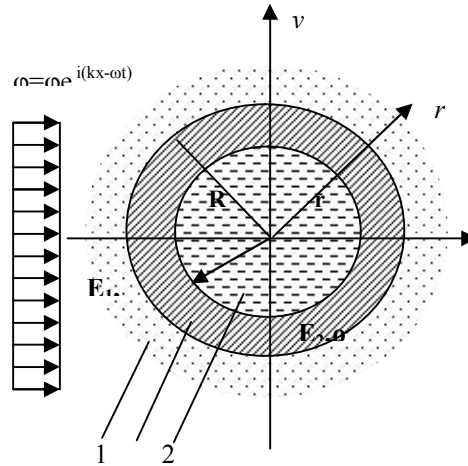


Рис. 1. Расчетная схема трубы с жидкостью

Отметим, что в случае скользящего контакта грунта по поверхности трубы последнее уравнение в (4) примет вид [2]: $\sigma_{r\theta 1} = 0$.

Пусть падающая плоская волна распространяются в положительном направлении оси x : $\varphi_1^{(p)} = \varphi_A e^{(a_1 x - \omega t)}$, $\psi_1^{(p)} = 0$ – при воздействии продольных волн (или $\psi_1^{(p)} = \psi_A e^{(\beta_1 x - \omega t)}$, $\varphi_1^{(p)} = 0$ – при воздействии волн сдвига); φ_A и ψ_A – величины амплитуды падающих волн; ω – круговая частота падающих волн. Выражение $\varphi^{(p)}$ (или $\psi^{(p)}$) можно представить в полярных координатах цилиндрического слоя r, θ посредством ряда

$$\varphi^{(p)} = \varphi_A \sum_{n=1}^{\infty} E_n i^n J_n(\alpha_1 r) \cos n\theta e^{-i\omega t}$$

где $E_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2, & n \geq 1 \end{cases}$, J_n – цилиндрическая функция Бесселя первого рода.

Методы решения. Поставленная задача решается в потенциалах перемещений, для этого представим вектор перемещения в виде:

$$\vec{u}_j = \text{grad } \varphi_j + \text{rot } \vec{\psi}_j, \quad (j = 1, 2),$$

где φ_j – потенциал продольных волн; $\vec{\psi}_j (\psi_{rj}, \psi_{\theta j})$ – векторного потенциала поперечных волн.

Основные уравнения теории вязко упругости (1) для этой задачи о плоской деформации сводятся к следующему уравнению:

$$\begin{aligned} (\lambda_{oj} + 2\mu_{oj}) \nabla^2 \varphi_j - \lambda_{oj} \int_{-\infty}^t R_{\lambda}^{(j)}(t-\tau) \nabla^2 \varphi_j d\tau - 2\mu_{oj} \int_{-\infty}^t R_{\mu}^{(j)}(t-\tau) \nabla^2 \varphi_j d\tau &= \rho_j \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial t^2} \\ \mu_{oj} \nabla^2 \vec{\psi}_j - \mu_{oj} \int_{-\infty}^t R_{\mu}^{(j)}(t-\tau) \nabla^2 \vec{\psi}_j d\tau &= \rho_j \frac{\partial^2 \vec{\psi}_j}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ – дифференциальные операторы в цилиндрических координатах и ν_j – коэффициент Пуассона [12].

На бесконечности $r \rightarrow \infty$ потенциалы продольных и поперечных волн при $j = 1$ удовлетворяют условию излучения Зоммерфельда [1]:

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \varphi_1 = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} (\sqrt{r})^{\kappa} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial r} + i\alpha_1 \varphi_1 \right) &= 0, \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \psi_1 = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} (\sqrt{r})^{\kappa} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r} + i\beta_1 \psi_1 \right) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Решение уравнения (3) можно искать в виде:

$$\varphi_j(r, \theta, t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_{kj}^{(\varphi)}(r, \theta) e^{-i\omega t}; \quad \psi_j(r, \theta, t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_{kj}^{(\psi)}(r, \theta) e^{-i\omega t}, \quad (7)$$

где $q_{kj}^{(\varphi)}(r, \theta)$ и $q_{kj}^{(\psi)}(r, \theta)$ – комплексные функции, которые являются решениями следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \nabla^2 q_{kj}^{(\varphi)}(r, \theta) + \alpha_j^2 q_{kj}^{(\varphi)} &= 0, \quad \nabla^2 q_{kj}^{(\psi)}(r, \theta) + \beta_j^2 q_{kj}^{(\psi)} = 0, \\ \nabla^2 q_{k0}^{(\varphi)}(r, \theta) + \alpha_0^2 q_{k0}^{(\varphi)} &= 0, \quad j = 1, 2; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{где } \alpha_j^2 = \frac{\rho\omega^2}{\lambda_{oj}(1-\bar{\lambda}_{oj}) + 2\mu_{oj}(1-\bar{\mu}_{oj})}, \quad \beta_j^2 = \frac{\rho\omega^2}{\mu_{oj}(1-\bar{\mu}_{oj})}, \quad \alpha_0^2 = \frac{\omega^2}{C_0^2}$$

$$\bar{\lambda}_{oj} = a_{\lambda j}(\omega) + ib_{\lambda j}(\omega), \quad \bar{\mu}_{oj} = a_{\lambda \mu}(\omega) + ib_{\mu j}(\omega),$$

$$a_{\lambda j}(\omega) = \int_0^{\infty} R_{\lambda j}(\tau) \sin \omega \tau d\tau, \quad b_{\lambda j}(\omega) = \int_0^{\infty} R_{\mu j}(\tau) \cos \omega \tau d\tau.$$

Решение уравнения (3) с учетом (8) выражается через функции Ханкеля 1-го и 2-го рода n -го порядка:

$$\varphi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n H_n^{(1)}(\alpha_1 r) + A'_n H_n^{(2)}(\alpha_1 r)] \cos n\theta e^{-i\omega t},$$

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} [B_n H_n^{(1)}(\beta_1 r) + B'_n H_n^{(2)}(\beta_1 r)] \sin n\theta e^{-i\omega t}, \\ \varphi_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} [C_n H_n^{(1)}(\alpha_2 r) + D_n H_n^{(2)}(\alpha_2 r)] \cos n\theta e^{-i\omega t}, \quad (9) \\ \psi_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} [M_n H_n^{(1)}(\beta_2 r) + L_n H_n^{(2)}(\beta_2 r)] \sin n\theta e^{-i\omega t}, \\ \varphi_0 &= \sum_{n=0}^{\infty} [K_n J_n(\alpha_0 r) + K'_n N_n(\alpha_0 r)] \cos n\theta e^{-i\omega t},\end{aligned}$$

где $A_n, A'_n, B_n, B'_n, C_n, D_n, L_n, M_n, K_n$ и K'_n – коэффициенты разложения, которые определяются соответствующими граничными условиями; $H_n^{(1)}(\alpha_j r)$ и $H_n^{(2)}(\alpha_j r)$ – соответственно функция Ханкеля 1-го и 2-го рода n -го порядка $H_n^{(1,2)}(\alpha r) = J_n(\alpha r) \pm iN_n(\alpha r)$. Решение (9) при $j=1$ удовлетворяет на бесконечности $r \rightarrow \infty$ условию излучения Зоммерфельда (6) и представляется в виде:

$$\varphi_1^{(r)} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} H_n^{(1)}(\alpha_1^* r) \cos(m\theta) e^{-i\omega t}; \psi_1^{(r)} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(1)} H_n^{(1)}(\beta_1^* r) \sin(n\theta) e^{-i\omega t}.$$

Решение задачи (2) при $r \rightarrow 0$ удовлетворяет условию ограничения силовых факторов [1] и отсюда следует, что $K'_n = 0$ и

$$\varphi_0 = \sum_{n=0}^{\infty} K_n J_n(\alpha r) \cos n\theta e^{-i\omega t}.$$

Полный потенциал можно определить путем наложения потенциалов падающих и отраженных волн. Таким образом, потенциалы смещений будут

$$\phi_1 = \varphi^{(p)} + \varphi_1^{(1)}, \phi_2 = \varphi_2, \quad \Psi_1 = \psi_1, \quad \Psi_2 = \psi_2, \quad \phi_0 = \varphi_0. \quad (10)$$

Отсюда следует, что напряжения, и смещения легко могут быть выражены через потенциалы смещений [2]. Перемещение и напряжения для случая падения на слои волны сжатия ψ можно получить. После подставляя (10) в (11) с учетом (9), получим следующее выражение для перемещения и напряжения:

$$\begin{aligned}u_{r1} &= r^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} [\varphi_0 E_n i^n E_{51}^{(1)}(\alpha_1 r) + A_n E_{51}^{(3)}(\alpha_1 r) + B_n E_{52}^{(3)}(\beta_1 r)] \cos n\theta e^{i\omega t}, \\ u_{\theta 1} &= r^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} [\varphi_0 E_n i^n E_{61}^{(1)}(\alpha_1 r) + A_n E_{61}^{(3)}(\alpha_1 r) + B_n E_{62}^{(3)}(\beta_1 r)] \cos n\theta e^{-i\omega t}, \\ u_{r2} &= r^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} [C_n E_{51}^{(3)}(\alpha_2 r) + D_n E_{61}^{(4)}(\alpha_2 r) + M_n E_{52}^{(3)}(\beta_2 r) + L_n E_{52}^{(4)}(\beta_2 r)] \cos n\theta e^{-i\omega t}, \\ u_{\theta 2} &= r^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} [C_n E_{61}^{(3)}(\alpha_2 r) + D_n E_{61}^{(4)}(\alpha_2 r) + M_n E_{62}^{(3)}(\beta_2 r) + L_n E_{62}^{(4)}(\beta_2 r)] \sin n\theta e^{-i\omega t}, \\ \sigma_{rr1} &= 2\mu_{01} (1 - M_{k1}) r^{-2} \sum_{n=0}^{\infty} [\varphi_0 E_n i^n E_{11}^{(1)}(\alpha_1 r) + A_n E_{11}^{(3)}(\alpha_1 r) + B_n E_{12}^{(3)}(\beta_1 r)] \cos n\theta e^{-i\omega t}, \\ \sigma_{\theta\theta 1} &= 2\mu_{01} (1 - M_{k1}) r^{-2} \sum_{n=0}^{\infty} [\varphi_0 E_n i^n E_{21}^{(1)}(\alpha_1 r) + A_n E_{21}^{(3)}(\alpha_1 r) + B_n E_{22}^{(3)}(\beta_1 r)] \cos n\theta e^{-i\omega t}, \quad (12) \\ \sigma_{r\theta 1} &= 2\mu_{01} (1 - M_{k1}) r^{-2} \sum_{n=0}^{\infty} [\varphi_0 E_n i^n E_{41}^{(1)}(\alpha_1 r) + A_n E_{41}^{(3)}(\alpha_1 r) + B_n E_{42}^{(3)}(\beta_1 r)] \sin n\theta e^{-i\omega t},\end{aligned}$$

$$\sigma_{rr2} = 2\mu_{02}(1 - M_{k2})r^{-2} \sum_{n=0}^{\infty} [C_n E_{11}^{(3)}(\alpha_2 r) + D_n E_{11}^{(4)}(\alpha_2 r) + M_n E_{12}^{(3)}(\beta_2 r) + L_n E_{11}^{(4)}(\beta_2 r)] \cos n\theta e^{-i\omega t},$$

$$\sigma_{\theta\theta 2} = 2\mu_{02}(1 - M_{k2})r^{-2} \sum_{n=0}^{\infty} [C_n E_{21}^{(3)}(\alpha_2 r) + D_n E_{21}^{(4)}(\alpha_2 r) + M_n E_{22}^{(3)}(\beta_2 r) + L_n E_{22}^{(4)}(\beta_2 r)] \cos n\theta e^{-i\omega t},$$

$$\sigma_{r\theta 2} = 2\mu_{02}(1 - M_{k2})r^{-2} \sum_{n=0}^{\infty} [C_n E_{51}^{(3)}(\alpha_2 r) + D_n E_{61}^{(4)}(\alpha_2 r) + M_n E_{52}^{(3)}(\beta_2 r) + L_n E_{52}^{(4)}(\beta_2 r)] \sin n\theta e^{-i\omega t},$$

где $E_{21}^{(k)} = -(n^2 + n + \beta^2 r^2 / 2 - \alpha^2 r^2) Y_n^{(k)}(\alpha r) + \alpha r Y_{n-1}^{(k)}(\alpha r),$

$$E_{11}^{(k)} = \left(n^2 + n - \frac{\beta^2 r^2}{2} \right) Y_n^{(k)}(\alpha r) - \alpha r Y_{n-1}^{(k)}(\alpha r), \quad E_{12}^{(k)} = n[(n+1)Y_n^{(k)}(\beta r) + \beta r Y_{n-1}^{(k)}(\beta r)],$$

$$E_{22}^{(k)} = n[\beta r Y_n^{(k)}(\beta r) - (n+1)Y_n^{(k)}(\beta r)], \quad E_{31}^{(k)} = \left(\alpha^2 r^2 - \frac{\beta^2 r^2}{2} \right) Y_n^{(k)}(\alpha r),$$

$$E_{41}^{(k)} = n[(n+1)Y_n^{(k)}(\alpha r) - \alpha r Y_{n-1}^{(k)}(\alpha r)],$$

$$E_{42}^{(k)} = -\left(n^2 + n - \frac{\beta^2 r^2}{2} \right) Y_n^{(k)}(\beta r) + \beta r H_{n-1}^{(k)}(\beta r),$$

$$E_{51}^{(k)} = [\alpha r Y_{n-1}^{(k)}(\alpha r) - n Y_n^{(k)}(\alpha r)], \quad E_{52}^{(k)} = -n Y_n^{(k)}(\beta r),$$

$$E_{61}^{(k)} = -n Y_n^{(k)}(\alpha r), \quad E_{62}^{(k)} = [n Y_n^{(k)}(\beta r) - \beta r Y_{n-1}^{(k)}(\beta r)] \quad k = 1, 2, 3, 4;$$

где $Y_n^{(1)} = J_n, \quad Y_n^{(2)} = N_n, \quad Y_n^{(3)} = H_n^{(1)}, \quad Y_n^{(4)} = H_n^{(2)}.$

Неопределенные коэффициенты $A_n^{(j)}, B_n^{(j)}, C_n^{(j)}, D_n^{(j)}$ определяются из системы линейных алгебраических уравнений седьмого порядка:

$$[C] \{q\} = [F], \tag{13}$$

где $\{q\}$ -вектор столбец, содержащий произвольные постоянные; $\{F\}$ -вектор столбец внешних нагрузок; $[C]$ -квадратная матрица, элементы -которого выражаются через функции Бесселя и Ханкеля. Уравнение (13) решается методом Гаусса с выделением главного элемента. В работе перемещение и напряжения сводится в безразмерных видах:

$$u_{rj}^* = \frac{u_{rj}}{i\alpha\varphi_A}; \quad u_{\theta j}^* = \frac{u_{\theta j}}{i\alpha\varphi_A}; \quad \sigma_{rrj}^* = \frac{\sigma_{rrj}}{\sigma_0}; \quad \sigma_{r\theta j}^* = \frac{\sigma_{r\theta j}}{\sigma_0}; \quad \sigma_0 = -\bar{\mu}\beta^2\varphi_A.$$

Результаты расчетов и выводы. Для данных падающих волн напряжения и смещения определяются рядами, описываемыми выражениями (9)-(12) в случае жесткого контакта. Вычисления были выполнены на компьютерном программном комплексе «Matlab», ряды вычислены с точностью до 10^{-8} . Все выражения для напряжений и смещений имеют вид:

$$(R + i \operatorname{Im})e^{-i\omega t} = (R^2 + \operatorname{Im}^2)^{1/2} e^{-i(\omega t - \gamma)}.$$

Как видно решение поставленной задачи выражается через специальные функции Бесселя и Ханкеля 1-го и 2-го рода. С увеличением их аргумента ряд (9)-(11) сходится. Поэтому на основе численных экспериментов установлено, что точность из 5-6 членов ряда достигла $10^{-6} - 10^{-8}$. В качестве ядра релаксации вязкоупругого материала примем трехпараметрическое ядро

$$R(t) = \frac{Ae^{-\beta t}}{t^{1-\alpha}} \text{ Ржаницина - Колтунова [3],}$$

обладающее слабой сингулярностью, где A, α, β - параметры материалы [3].

Примем следующие параметры:

$$A = 0,048; \quad \beta = 0,05; \quad \alpha = 0,1; \quad C_0 = 1493 \frac{\text{М}}{\text{с}}; \quad \rho_0 = 1000 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}; \quad E_2 = 1,95 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{М}^2};$$

$$\rho_2 = 7,86 \cdot 10^{11} \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}; \quad E_1 = 2,1 \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{М}^2}; \quad \rho_1 = 2,0 \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}; \quad R_1 = 0,02R.$$

Максимальное напряжения в слое с жидкостью на действие продольных и поперечных гармонических волн – радиальное напряжение. Их изменение по θ приведено в табл. 1 и 2 (с жидкостью и без жидкости).

Таблица 1. Радиальное напряжение в слое при воздействии воздействия продольных волн

θ	0^0	45^0	90^0	135^0	180^0
σ_{rr} , Пустой слой	0,672	0,423	0,711	0,518	1,65
σ_{rr} , слой с жидкостью	0,778	0,435	0,721	0,547	1,886

Таблица 2. Радиальное напряжение в слое с жидкостью при воздействии поперечных волн

Угол: θ	0^0	45^0	90^0	135^0	180^0
σ_{rr} , пустой слой	0,431	0,712	0,521	0,801	0,847
σ_{rr} , слой с жидкостью	0,483	0,914	0,637	0,825	0,886

В области длинных волн ($D/\lambda > 1$) распределения напряжения слоя с жидкостью и без жидкости отличается до 14%, а в области коротких волн ($D/\lambda < 1$) в некоторых значениях частоты они отличается до 40 %. Учет вязких свойств материала окружающей среды при расчете на действие продольных и поперечных гармонических волн, снижает напряжения и перемещения на 10–16%. Максимальное радиальное напряжение при воздействии продольных волн достигается в $\theta = 90^0$ и 270^0 ; Следует отметить, что максимальное радиальное напряжение при воздействии поперечных волн достигается в $\theta = 45^0$ и 135^0 ; а также распределение напряжения при $\beta_1 R_1 = 0,099$ почти такое же, как в статическом случае ($\lambda \rightarrow \infty$), в то время как при более высоких волновых ($\beta_1 R_1 = 1,5$) числах распределение напряжений значительно отличается от статического. Отношения плотностей $\eta = \rho_1/\rho_2$ оказывает большое влияние на напряжения и смещения слоя. По мере возрастания плотности слоя максимальные величины напряжения и смещения слоя возрастают. Таким образом, разработанная методика и алгоритм для решения поставленных задач, позволяют найти напряженно-деформированное состояние цилиндрических тел при воздействии гармонических волн.

Л и т е р а т у р а

1. Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Черевенко М.А. Дифракция упругих волн. – М.: «Наука», 1978. – 308 с.
2. Pao Y.H., Mow C.C. Diffraction of elastic waves and dynamic stress concentration. – №4, Grane, Russak, 1973, 694 p.
3. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация. – М.: Высшая школа, 1976. – 276с.
4. Datta S.K. Tensional waves in an infinite elastic solid containing a penny – shaped crack// Z. Answer. Math. and Phys. – 1970, 21, № 3, p. 343-351.
5. Мубариков Я.Н., Сафаров И.И. О действии упругой волны на цилиндрическую оболочку// Изв. АНУзССР, серия технических наук, 1987. – №4. – С. 34-40.

6. Сафаров И.И. Оценка сейсмонапряженного состояния подземных сооружений и методики волновой динамики// Сб.: «Сейсмодинамика зданий и сооружений». – Ташкент: Фан, 1988.
7. Филиппов И.Г., Егорычев О.А. Нестационарные колебания и дифракция волн в акустических и упругих средах. – М.: Машиностроение, 1977. – 304 с.
8. Сафаров И.И. Взаимодействие волн в многослойных цилиндрических слоях, находящихся в безграничной упругой среде// Тр. VII Всесоюз. конф. «Динамика оснований, фундаментов и подземных сооружений», Днепропетровск, 1989. – С. 56-57
9. Сафаров И.И., Жумаев З.Ф. О разрушении тоннеля при сильных движениях земли// Межд. конф. по сейсмостойкому строительству, С-Петербург, 2000. – С. 71-78.
10. Авлякулов Н.Н., Сафаров И.И. Современные задачи статики и динамики подземных трубопроводов. – Ташкент, Fan va texnologiya, 2007. – 306 с.
11. Бозоров М.Б., Сафаров И.И., Шокин Ю.И. Численное моделирование колебаний диссипативно однородных и неоднородных механических систем. – Новосибирск: Изд. СО РАН, 1996. – 189 с.
12. Рашидов Т.Р., Сафаров И.И. и др. О двух основных методах изучения сейсмонапряженного состояния подземных сооружений при действии сейсмических волн// Ташкент: ДАН, 1989. – № 6. – С. 13–17.
13. Сафаров И.И. Авлякулов Н.Н. Методы повышения сейсмостойкости подземных пластмассовых трубопроводов// Узбекский журнал нефти и газа. – 2005. – № 4. – С. 42–44.

References

1. Guz, AN, Kubenko, VD, Cherevenko, MA (1978). *Diffraction of elastic waves*. M.: Nauka, 308 p.
2. Pao, YH, Mow, CC (1973). Diffraction of elastic waves and dynamic stress concentration. *Grane, Russak*, №4, 694 p.
3. Koltunov, MA (1976). *Creep and Relaxation*. M.: VSh, 276 p.
4. Datta, SK (1970). Tensional waves in an infinite elastic solid containing a penny - shaped crack. *Z. Answer. Math. And Phys.*, 21, № 3, p. 343-351.
5. Mubarik, YN, Safarov, II (1987). On the action of elastic waves on a cylindrical shell. *Izv. AnUzSSR, Ser. of technical sciences*, №4, p. 34-40.
6. Safarov, II (1988). Assessment of the seismic-and stress state of underground structures and methodology of wave dynamics. In collection "Seismodynamica Zdanij i Sooruzhenij", Tashkent, Fan.
7. Filippov, IG, Egorychev, OA (1977). *Non-stationary vibrations and diffraction of waves in the acoustic and elastic bodies*. M.: "Mashinostroenie", 304 p.
8. Safarov, II (1989). The interaction of waves in multilayer cylindrical layers located in an infinite elastic body. *Proc. of the VII Vsesoyuzn. Conf. "Dynamics of bases, foundations, and underground structures"*, Dnepropetrovsk, p. 56-57.
9. Safarov, II, Zhumaev, ZF (2000). On blow-up of the tunnel under action of large movements of the soil. *International Conference on Earthquake Engineering*, C. Peterburg, p. 71-78.
10. Avliyakov, NN, Safarov, II (2007). *Modern Problems of Statics and Dynamics of Underground Pipelines*. Tashkent, Fan va texnologiya, 306 p.
11. Bozorov, MB, Safarov, II, Shokin, YI (1996). *Numerical Simulation of Vibrations of Dissipative Homogeneous and Inhomogeneous Mechanical Systems*. Novosibirsk: Izd-vo SO RAN, 189 p.
12. Rashidov, TR, Safarov, II, et al (1989). On two basic methods of researching of seismic stress state of underground structures under the action of seismic waves. Tashkent: DAN, № 6, p. 13-17.
13. Safarov, II, Avliyakov, NN (2005). Methods of increasing of earthquake resistance of underground pipelines. *Uzbek Oil and Gas Journal*, № 4, p. 42-44.

AN ACTION OF HARMONIC WAVES ON CYLINDRICAL LAYERS WITH LIQUID

Safarov I.I., Akhmedov M.Sh., Boltaev Z.Ih.

Bukhara Technological Institute of Engineering, Bukhara, Republic of Uzbekistan

The fields of dynamical stresses and displacements arising close to cylindrical layer (liquid) in viscoelastic medium in the process of the passage of a plane wave are studied. It is shown that the inclusion of the viscous properties of the material medium in analysis on the action of harmonic waves reduces stresses and displacements of the 10-16%.

KEYWORDS: volume potentials; deformation modes; longitudinal and transverse waves; harmonic waves; the Gauss method.