

Расчет конструкций из композитных материалов

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ СТЕРЖНЕЙ И ЛОПАТОК ПРИ КРУЧЕНИИ

А.У. НУРИМБЕТОВ, канд. физ.-мат. наук, докторант
ФГБОУ ВПО Московский авиационный институт (НИИ), г. Москва
Москва, ул. Лациса Вилиса 14, кв. 1615. E-mail: alibek_55@mail.ru

В работе предлагается методика решения задачи о кручении слоистых анизотропных стержней МКЭ. Рассматривается задача о кручении стержней ромбовидного сечения и сечения компрессорной лопатки. В работе с помощью МКЭ разработан алгоритм, позволяющий вычислить перемещения, деформации и напряжения, а так же жесткость на кручение многослойных стержней произвольного сечения при кручении. Значения осевых перемещений ромбовидного сечения, вычисленные МКЭ сравниваются с точными их значениями.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: кручение, перемещение, напряжение, жесткость на кручение, композиционный материал, итерация, метод конечных элементов.

Проектирование и конструирование машин, аппаратов, агрегатов и сооружений в энергомашиностроении, авиационной и ракетной технике удовлетворяющих самым современным требованиям, связано с всесторонними исследованиями прочности и надежности конструкций, с учетом воздействия внешней среды. Повышение требований к надежности работы элементов конструкций приводит к необходимости совершенствовать их расчетные модели, учитывать факторы, считавшиеся ранее второстепенными, такие, как влияние анизотропии на механические характеристики материала, нелинейность упругих свойств и др. Более достоверные сведения о напряженно-деформированном состоянии (НДС) конструкций позволяет также выявить резервы их работоспособности и найти пути снижения их материалоемкости, поэтому разработка новых эффективных методов, позволяющих исследовать НДС элементов конструкций, находящихся под воздействием различных силовых нагрузок является актуальной задачей, как с теоретической, так и с практической точек зрения.

Среди многочисленных технических задач, возникающих при конструировании машин и проектировании инженерных сооружений, важное место занимают расчеты элементов на кручение. При этом приходится сталкиваться с задачей кручения стержня с различной природой неоднородности в основном технологического характера. Целью настоящей работы является исследование НДС стержня произвольного сечения, с различной природой неоднородности материала. Изложена общая постановка решения задачи кручения неоднородного стержня произвольного сечения. Разработаны методы решения задач кручения многосвязных областей для неоднородного стержня, с различной природой неоднородности. Приведены примеры расчета НДС стержня и лопатки авиационного двигателя.

Обзор работ, посвященных решению задач о кручении неоднородных стержней, показывает недостаточность аналитических и экспериментальных результатов [1-6]. Поэтому, задача о выборе аппроксимирующей модели многослойных армированных конструкций, которая, с одной стороны, допускала бы возможность практической реализации расчетов на НДС тела, а с другой - позволяла бы учесть особенности свойств и структуры композиционного материала является актуальной. Таким образом, в работе предполагается, что одна-

правленный слой представляет собой квазиоднородную анизотропную среду, упругие свойства которого определяются упругими свойствами составляющих, т.е. свойствами волокон и матрицы, их количественным соотношением, а также структурой расположения волокон и их ориентацией [7]. Поведение однонаправленного слоя полагается линейно-упругим, а связь между напряжением и деформациями описывается обобщенным законом Гука [1].

Слоистое тело. При изучении деформаций в слоистой конструкции следует ее рассматривать как составное тело. При переходе от слоя к слою удовлетворяют условиям непрерывности перемещений и условию равенства векторов напряжений в двух соседних слоях на поверхности их сочленения. Если свойства двух соседних слоев отличаются друг от друга, то при переходе от слоя к слою скачком могут изменяться все компоненты тензора деформаций и следующие компоненты тензора напряжений - $\sigma_{zz}, \sigma_{xz}, \sigma_{xx}$. Это означает, что найденное в результате решения краевой задачи вектор перемещения является непрерывной функцией координат, а производные его (тензор деформации) вместе с некоторыми компонентами тензора напряжений являются кусочно-непрерывными функциями [8].

Численные методы являются в настоящее время наиболее общим подходом в исследованиях кручения неоднородных стержней с произвольной конфигурацией поперечного сечения [8], [9]. В работах [9,10] рассмотрены границы применимости некоторых приближенных формул для определения жесткости на кручение лопаток турбомашин. В работе оцениваются погрешности вычисления геометрической жесткости на кручение по приближенным формулам в зависимости от определенных геометрических параметров. Анализ этих работ показывает, что жесткость на кручение является важной интегральной характеристикой сечения стержней. Опубликованные результаты представляются недостаточными, особенно, в части влияния слоев, свойств отдельных слоев, их взаимодействия на жесткость при кручении слоистых стержней произвольного сечения, поэтому, в работе предлагается методика решения задачи о кручении слоистых анизотропных стержней методом конечных элементов [11].

Слоистая структура сечения. Стержни из композиционных материалов могут изготавливаться из отдельных жгутов, слоев ленты или ткани. Взятые из разных сечений координаты начала и конца одного слоя образуют координаты одного лепестка, т.е. позволяет решить сформулированную задачу раскрытия слоев ленты, ткани [12]. Каждый слой представляет собой трансверсально-изотропное или ортотропное тело.

Рациональные способы разбиения на треугольные элементы поперечного сечения слоистых стержней. Для проведения конечно-элементного расчета НДС исследуемой области при кручении необходимо сначала разбить на конечные элементы с учетом физической неоднородности и слоистости сечения. Так как расчет координат внутренних слоев сечения учитывает все физико-геометрические особенности области, дискретизация на конечные элементы производится по отдельным слоям отдельной области. Предлагается методика автоматического формирования жесткости системы и ее решения [11].

Матрица жесткости треугольного элемента. В системе координат x, y, z соотношения между напряжениями σ_{kj}^i и деформациями ε_{kj}^i для слоя i определяются из формулы [8]:

$$\sigma_{jk}^i = c_{jkmn}^i \varepsilon_{mn}^i + T^i \beta_{mn}^i. \quad (1)$$

Параметры c_{jkmn}^i являются характеристиками упругости, T^i , β_{mn}^i температура и тензор тепловых расширений i -го слоя КМ. Перемещения u^i, w^i, v^i точек i -го слоя определяются из равенств:

$$u^i = -\tau(\ell - z)y + U^i(x, y), \quad v^i = \tau(\ell - z)x + V^i(x, y), \quad w^i = W^i(x, y), \quad (2)$$

где ℓ длина стержня, а τ относительный угол закручивания на единицу длины стержня. Принятая форма перемещений говорит о том, что при переходе от слоя к слою перемещения u^i, v^i в плоскости сечения изменяются непрерывно. Непрерывность перемещения w^i из плоскости сечения при переходе от слоя к слою обеспечивается в последующем соответствующей линейной аппроксимацией функции кручения $\varphi^i(x, y)$ в треугольных элементах. Деформации $\varepsilon_{xz}^i, \varepsilon_{yz}^i$ i -го слоя определяются из соотношений

$$2\varepsilon_{13}^i = \tau y + \partial W^i / \partial x, \quad 2\varepsilon_{23}^i = -\tau x + \partial W^i / \partial y. \quad (3)$$

В треугольном элементе с вершинами x_j, y_j ($j = r, s, t$) функции кручения $\varphi_j^i(x, y)$ в слое i определяются в виде скалярных функций координат:

$$W^i / \tau = \varphi_j^i(x, y) = \{\varphi_r^i, \varphi_s^i, \varphi_t^i\} = \{\delta^i\}_e. \quad (4)$$

После подстановки в (2) деформаций (4) компоненты вектора напряжения определяются по формуле

$$\{\sigma^i\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{23}^i \\ \sigma_{13}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{44}^i & 0 \\ 0 & c_{55}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{23}^i \\ \varepsilon_{13}^i \end{Bmatrix} + T^i \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_{13}^i \end{bmatrix}, \quad \beta_{13}^i = \alpha_{11}^i c_{15}^i + \alpha_{22}^i c_{25}^i + \alpha_{33}^i c_{35}^i, \quad (5)$$

где β_{13}^i - тензор тепловых напряжений связан с тензором тепловых расширений α_{jk}^i i -го слоя. Здесь параметры упругости c_{kj}^i обозначены значками штрих с целью показать, что они выписаны для произвольного угла армирования ψ^i i -го слоя [8]. Исходя из граничных условий слоистой области на контуре L условие запишутся в виде $\sigma_{13}\ell_1 + \sigma_{23}\ell_2 = 0$, а в окрестности линии раздела L_{kj} анизотропных слоев R_k и R_j , следует кинематические $W^k = W^j$ и статические соотношения $(\sigma_{13}^k - \sigma_{13}^j)\ell_1 + (\sigma_{23}^k - \sigma_{23}^j)\ell_2 = 0$. Предполагается, что в слоистом стержне качественная картина распределения напряжений не отличается от картины в случае однородного тела. Здесь $\ell_1 = \cos(\nu_{kj}, x) = \partial y / \partial s$, $\ell_2 = \cos(\nu_{kj}, y) = -\partial x / \partial s$ направляющие косинусы нормали ν_{kj} ; ν_{kj} - направление нормали к линии раздела слоев R_k, R_j ; s - дуга линии L_{kj} .

Интеграл энергии треугольного элемента e вычисляется по формуле

$$\Pi_e = \int_e \{\varepsilon^i\}_e^T \cdot \{\delta^i\}_e de.$$

Минимум энергии достигается, если во всех треугольных элементах e выполняется равенство [11]:

$$\partial \Pi_e / \partial \{\delta^i\}_e^T = 0. \quad (6)$$

Жесткость на кручение треугольного элемента e слоя i определяется в виде [10]

$$C_e^i = \frac{2}{\tau^2} \{z\} D^i B \{\delta^i\}_e + 0.5(c_{55}^i J_x^i + c_{44}^i J_y^i) - \beta_{13}^i S_x T_e^i, \quad (7)$$

$$D^i = \begin{pmatrix} c_{44}^i & 0 \\ 0 & c_{55}^i \end{pmatrix}, \quad B = \frac{\tau}{4F} \begin{pmatrix} b_r & b_s & b_t \\ c_r & c_s & c_t \end{pmatrix}, \quad \text{где } \{z\} = \frac{\tau}{2} \begin{Bmatrix} -S_x^i \\ S_y^i \end{Bmatrix},$$

J_x, J_y - главные моменты инерции, а S_x, S_y - статические моменты элемента относительно осей x и y , $b_k = y_m - y_n$, $c_k = x_n - x_m$, ($n, k, m = r, s, t$), ($m \neq n \neq k$), F - площадь треугольного элемента e . Равенство (6) в матричном выражении имеет вид:

$$K_e^i W^i = F_e^i, \quad (8)$$

где K_e^i - матрица жесткости, F_e^i - узловые силы элемента e .

Формирование матрицы жесткости и способ ее решения. Решением системы уравнений (8) определяются узловые перемещения $\{W\}$, далее по формулам (5) - напряжения в i -ом слое. Предлагается метод построения матрицы жесткости системы в узловой точке j и использовать итерационный способ её решения [11]. После вычисления $W_j^i / \tau = \varphi_j^i(x, y)$ во всех узловых точках слоев сечения определяются касательные напряжения (5) для узла j по формуле

$$\sigma_{xz}^i = 0.5\tau c_{55}^{i'} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \sigma_{yz}^i = 0.5\tau c_{44}^{i'} \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \quad (9)$$

Следовательно, в узловой точке j для слоя i определяется касательные напряжения σ_{yz}^i и два касательных напряжений σ_{xz}^i , т.е. первый касательный напряжения σ_{xz}^i влияет на узловую точку j со стороны i -го, а второе со стороны $(i + 1)$ -го слоя. Поэтому, при разнице свойств слоев i и $(i + 1)$ значения касательных напряжений σ_{xz}^i в узловой точке j при переходе от слоя к слою изменяется скачкообразно. Жесткость C_0 при кручении определяется, как суперпозиция жесткостей отдельных элементов и слоев составного стержня [11]:

$$C_0 = \sum_{i=1}^{K_c} C_i = \sum_{i=1}^{K_c} C_i \sum_{j=1}^L C_i^j,$$

где K_c - количество слоев, L - количество треугольников в слое i . Следовательно, зная значения жесткости на кручения слоя и всего сечения, можно управлять свойствами тех или иных слоев.

В МКЭ предложенный метод построения матрицы жесткости системы в узловой точке j позволяет увеличить количество рассматриваемых узловых точек, а способ решения уравнений (8) методом итерации позволит получить требуемую точность МКЭ-решения [11].

Численные решения МКЭ задачи о кручении слоистых стержней произвольного сечения. На основе соотношений (8), (2)-(5) и [11] была составлена программа расчета НДС слоистого стержня произвольного сечения. Исследовались распределения перемещений, касательных напряжений в сечений для трех различных вариантов сочетаний упругих постоянных в пакете слоев композиционной лопатки [7]. Определены жесткости на кручение сечения компрессорной лопатки. По результатам расчетов на рис. 1 построено семейство кривых, отражающих зависимости жесткости на кручение по Сен-Венану C_0 (линии 1-3), а также распределения касательного напряжения σ_{yz} и перемещения W для второго сечения (рис.2-5). Рассматривался стержень с сечением вида ромба, диагонали которого равны $d_1=120$ мм, $d_2 = 20$ мм. Данные лопатки соответствуют 2 сечению компрессорной лопатки [7]. Точные значения C для ромбовидного сечения определялись по формуле [11]

$$C = C_{ромб} = 0.03515G(d_1d_2)^3 / \sqrt{d_1^2 + d_2^2}, \text{ где } d_1, d_2 \text{ диагонали ромба.}$$

Жесткость на кручения C_0 сечения компрессорной лопатки оценивалась по известной формуле [1].

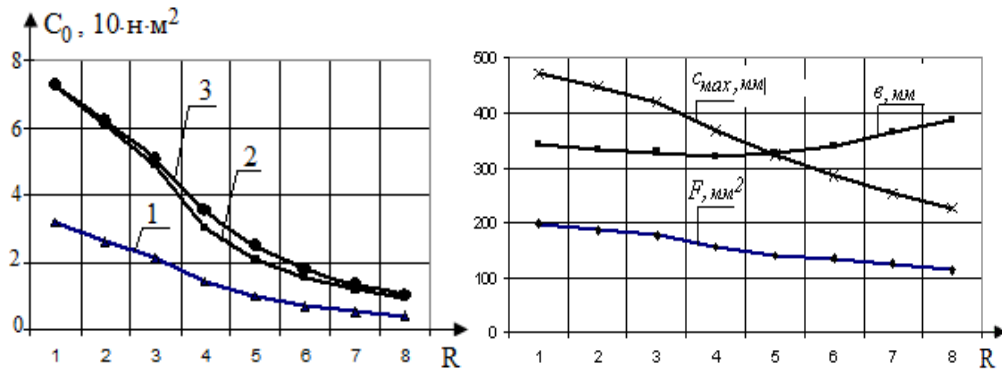


Рис. 1. Изменение жесткости на кручение C_0 , хорды b , площади F и σ_{max} по длине (R номер сечения) лопатки, составленных из чередующихся слоев из: 1- бороалюминия и чистого алюминия; 2 - бороалюминия, керамики и алюминия; 3- бороалюминия уложенных под углами $(+45^0, -45^0, +30^0, -30^0, +15^0, -15^0)$ к оси стержня

Как видно из рис. 1, жесткость на кручение C_0 лопатки, составленной из чередующихся слоев однонаправлено-армированного бороалюминия и чистого алюминия (кривая 1) в 2.5 раза меньше жесткости C_0 лопатки, состоящей из чередующихся слоев бороалюминия, уложенных под углами $\pm 45^\circ, \pm 30^\circ, \pm 15^\circ$ к оси лопатки (кривая 3). Очевидно, варьируя углами укладки более жестких волокон, можно достичь еще более высоких уровней жесткости на кручение пера лопатки и равномерного распределения касательных напряжений.

На рис. 2 приведена поверхность распределения перемещений (W) в сечении а) лопатки б) ромбовидного призматического стержня с чередующимися слоями алюминия и бороалюминия.

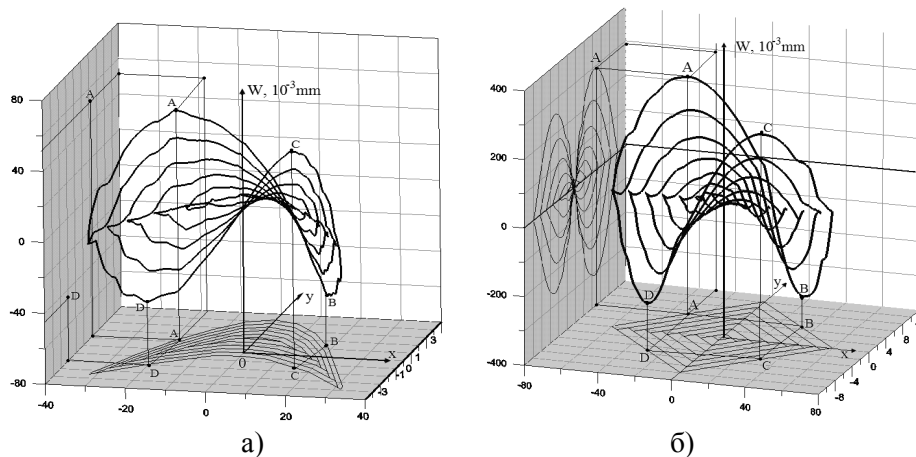


Рис. 2. Поверхность распределения перемещений W в сечении а) лопатки б) ромбовидного стержня с чередующимися слоями алюминия и бороалюминия.

Наибольшие перемещения для лопатки достигается у кромки спинки и корытца лопатки. В этом случае на спинке (у выходной кромки) лопатки происходит растягивающее, а на корытце (у выходной кромки) сжимающее перемещение.

На рис. 3 приведены поверхности касательного напряжения σ_{yz} ромбовидного сечения стержня с чередующимися слоями алюминия и бороалюминия. При этом наибольшие касательные напряжения происходит у входной и выходной кромки лопатки (ромба, точка А, В, С, D). Сжимающие (растягивающие) кас-

тельные напряжения в тонких слоях кромки корытца (спинки) и ромба (точка А, В, С, D) может привести к местной потере устойчивости слоя с малыми свойствами на сдвиг.

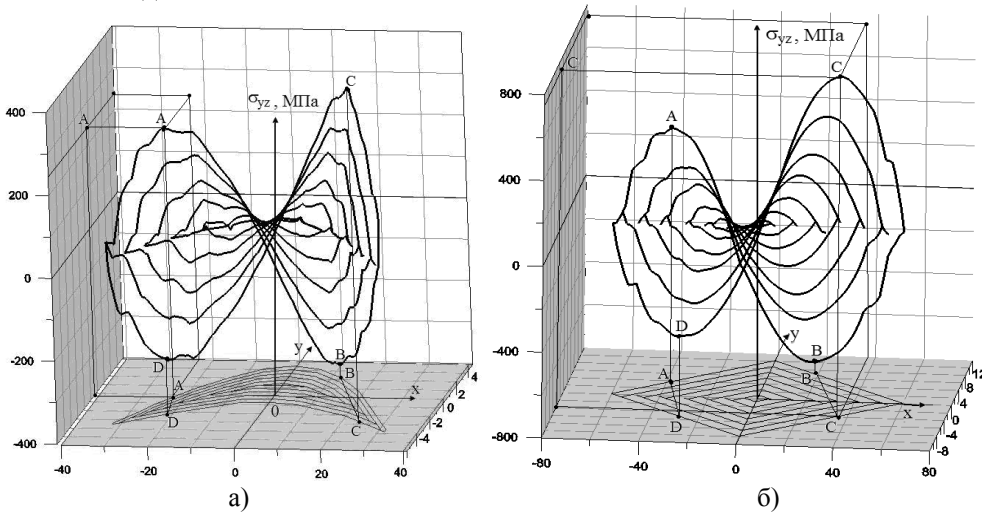


Рис. 3 Поверхности касательного напряжения σ_{yz} в сечении а) лопатки б) ромбовидного стержня с чередующимися слоями алюминия и бороалюминия.

На рис. 4 приведены поверхности распределения перемещений W в сечении а) лопатки б) ромбовидного призматического стержня с чередующимися слоями бороалюминия уложенных под углами $(+45^0, -45^0, +30^0, -30^0, +15^0)$ и алюминия к оси стержня. В этом случае происходит неравномерное распределение перемещений во внутренних слоях бороалюминия армированных волокнами с различными углами армирования. Здесь наибольшее перемещение достигается в слоях кромки из бороалюминия армированных волокнами под углами $+45^0, -45^0$ и ромба в точках (А, В, С, D).

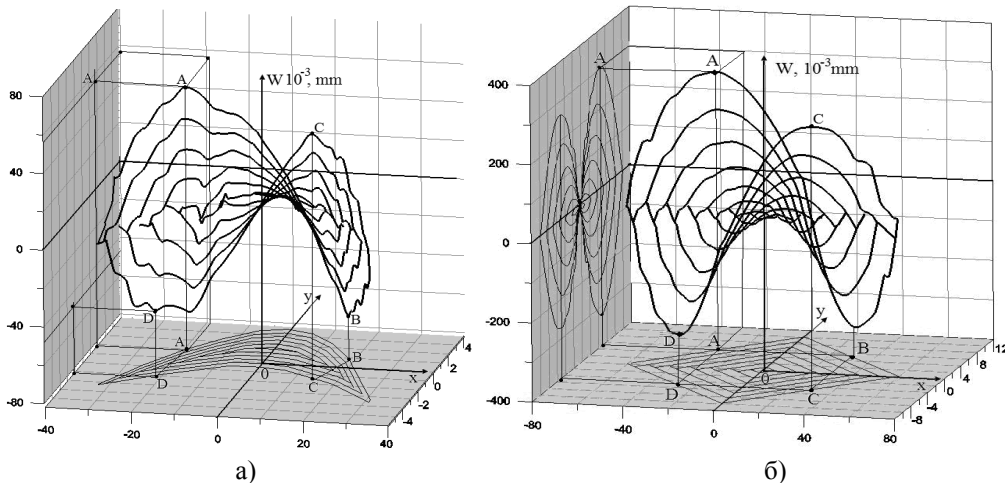


Рис. 4. Поверхность распределения перемещений W в сечении а) лопатки б) ромбовидного стержня с чередующимися слоями бороалюминия уложенных под углами $(+45^0, -45^0, +30^0, -30^0, +15^0, -15^0)$

На рис. 5 приведена поверхности касательного напряжения σ_{yz} в сечении а) лопатки б) ромбовидного призматического стержня с чередующимися слоями бороалюминия уложенных под углами $(+45^0, -45^0, +30^0, -30^0, +15^0)$ и алюминия к оси стержня.

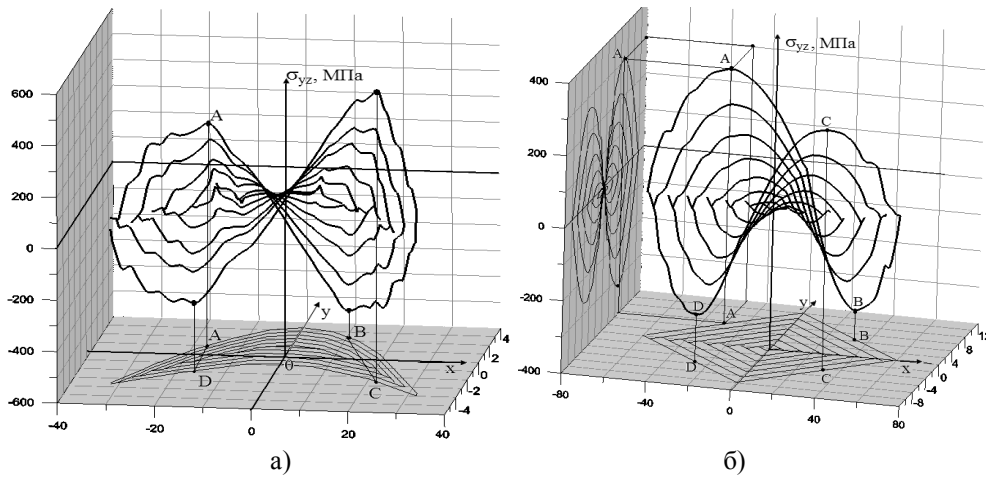


Рис.5. Поверхность распределения касательных напряжений σ_{yz} в сечении а) лопатки б) ромбовидного стержня с чередующимися слоями бороалюминия уложенных под углами $(+45^{\circ}, -45^{\circ}, +30^{\circ}, -30^{\circ}, +15^{\circ}, -15^{\circ})$

В этом случае происходит неравномерное распределение касательного напряжения σ_{yz} во внутренних слоях бороалюминия армированных волокнами с различными углами армирования. Здесь наибольшее перемещение достигается в слоях кромки из бороалюминия армированных волокнами под углами $+45^{\circ}$, -45° и ромба в точках (A, B, C, D). В этом случае наибольшие касательные напряжения (точки A, B, C, D), по сравнению с значениями распределения касательного напряжения в слоях составленного из чередующихся слоев бороалюминия и алюминия (рис. 5), достигает своего значения вдали от входной и выходной кромки. Следовательно, можно избежать от опасных касательных напряжений у входной и выходной кромки лопатки с помощью армирования тонких слоев кромки волокнами под различными углами.

Таким образом, в работе с помощью МКЭ разработан алгоритм, позволяющий вычислить перемещения, деформации и напряжения, а так же жесткость на кручение многослойных стержней произвольного сечения при кручении.

Результаты представленной работы достаточно точно определяет, особенно, в части влияния слоев, свойств отдельных слоев, их взаимодействия на жесткость и напряженно-деформированное состояние при кручении слоистых стержней произвольного сечения. Используемый итерационный способ решения разрешающего уравнения в каждой узловой точке позволяет использовать только оперативную память ЭВМ, обеспечив одновременно необходимую точность решения поставленной задачи.

Л и т е р а т у р а

1. Каримбаев Т.Д., Нурымбетов А.У., Шевченко И.В. Жесткость на кручение мелкослоистого анизотропного стержня// Технология машиностроения. – 2009. – №9. – С. 31-36.
2. Sapountzakis E.J. Nonuniform Torsion of Multi-material Composite Bars by the Boundary Element Method// Computers and Structures. – 2001. – Vol. 79. –P. 2805-2816.
3. Sapountzakis E.J. and Mokos V.G. Nonuniform Torsion of Composite Bars by Boundary Element Method// Journal of Engineering Mechanics. – 2001. – P. 945-953.
4. Sapountzakis E.J. and Mokos V.G. Warping Shear Stresses in Nonuniform Torsion of Composite Bars by BEM// Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2003. – Vol. 192. – P. 4337-4353.
5. Swanson S.R. Torsion of Laminated Rectangular Rods// Composite Structures. – Vol. 42. – 1998. – P. 23-31.

6. Zhang J. and Li S. Torsion of Composite Laminated Bars with a Large Number of Layers// *Applied Mathematics and Mechanics*. – Vol. 19. – 1998. – P. 585-591.
7. Нуримбетов А.У., Шевченко И.В. Оптимизация напряженно-деформированного состояние слоистых композиционных лопаток и стержней произвольного сечения в поле центробежных сил. // *Авиационная промышленность*. – 2009. – №4. – С.34-41.
8. Лехницкий С.Г. Кручение анизотропных и неоднородных стержней. – М.: Наука, 1971. – 240 с.
9. Сперроу, Ю. Кручение упругих составных стержней произвольного сечения // *Конструирование и технология машиностроения*. – М.: Мир, 1968. – № 3. – С.10-17.
10. Воробьев Ю. С., Сапелкина Э.В., Шепель А.И. Области применения различных способов определения жесткости на кручение лопаток турбомашин // *Динамика и прочность машин*. – Харьков, 1985. – № 41. – С. 38-43
11. Нуримбетов А.У. Решение задачи кручения слоистых композиционных стержней произвольного сечения методом конечных элементов // *Строительная механика и расчет сооружений*. – 2009. – №4. – С. 24-30.
12. Нуримбетов А.У. Автоматизированное проектирование раскроя деталей произвольного поперечного сечения из слоистых композиционных материалов // *Вестник РУДН. Серия «Инженерные исследования»*. – 2009. – №4. – С. 92-101.

References

1. Karimbaev, TD, Nurimbetov, AU, Shevchenko, IV (2009). Gestkost na kruchenie melkosloistogo anizotropnogo sterzhnya. *Tehnologiya Mashinostroeniya*, № 9, p. 31-36.
2. Sapountzakis, EJ (2001). Nonuniform Torsion of Multi-material Composite Bars by the Boundary Element Method. *Computers and Structures*, Vol. 79, pp. 2805-2816
3. Sapountzakis, EJ and Mokos, VG (2001). Nonuniform Torsion of Composite Bars by Boundary Element Method. *Journal of Engineering Mechanics*, pp. 945-953.
4. Sapountzakis, EJ and Mokos, VG (2003). Warping Shear Stresses in Nonuniform Torsion of Composite Bars by BEM. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 192, pp. 4337-4353.
5. Swanson, SR (1998). Torsion of Laminated Rectangular Rods. *Composite Structures*, Vol. 42, pp. 23-31.
6. Zhang, J and Li, S (1998). Torsion of Composite Laminated Bars with a Large Number of Layers. *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 19, pp. 585-591.
7. Nurimbetov, AU, Shevchenko IV (2009). Optimizasiya napryajonno-deformirovonnogo sostoyaniya sloistyh kompozisionnyh lopatok i sterzhnei proizvol'nogo sesheniya v pole sentrobenjnyh syl. *Aviatzionnaya Promyshlennost*. № 4, p. 34-41.
8. Lehnisky, CG (1971). *Krushenie Anizotropnyh i Neodnorodnyh Sterzhnei*. M.: Nauka, 240 p.
9. Sперrou, Yu (1968). Кручение упругих составных стержней произвольного сечения. *Конструирование и Технология Машиностроения*. Moscow: Mir, № 3, p.10-17.
10. Vorob'yov, YuS, Sapelkina, EV, Shepel, AI (1985). Oblasti primeneniya razlichnyh sposobov opredeleniya zhestkosti na kruchenie lopatok turbomashin. *Dinamika i Prochnost Mashin*, Harkov, № 41, pp. 38-43
11. Nurimbetov, AU (2009). Rechenie zadachi krucheniya sloistyh kompozitziionnyh sterzhnei proizvol'nogo secheniya metodom konechnykh elementov. *Stroitel'naya Mehanika i Raschet Sooruzheniy*, № 4, pp. 24-30.
12. Nurimbetov, AU (2009). Avtomatizirovannoe proektirovanie raskroya detalei proizvol'nogo poperechnogo secheniya iz sloistyh kompozitziionnyh materialov. *Vestnik RUDN, Seriya «Inzhenernye issledovaniya»*, № 4, p. 92-101.

THE STRESS-STRAIN STATE OF LAYERED COMPOSITE RODS AND BLADES UNDER TORSION

Nurimbetov A.U.

FGBOU VPO "Moskovskiy Aviatzionniy Institut (NIU)", Moscow

In the paper, the technique of the solution of a problem on torsion of layered anisotropic rods by a method of final elements (FEM) is presented. A problem on torsion of rods of rhombus cross section of compress blade is considered. In the paper, the algorithm is discovered with the help of FEM, giving the opportunity to calculate displacements, deformations and stresses, and torsion rigidity of multilayered rods of arbitrary section under torsion too. The values of axial displacements of rhombus cross section calculated with the help of FEM are compared with their exact values.

KEYWORDS: torsion, displacement, stress, torsion rigidity, composite material, iteration, a method of finite elements (FEM).