

ВЛИЯНИЕ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ СРЕДЫ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И РАЗМЕРЫ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ ДЕРЕВОЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ АВТОДОРОЖНЫХ МОСТОВ

П.М. САЛАМАХИН*, *д-р техн. наук, профессор, академик РАТ*

И.В. РЕШЕТНИКОВ**, *главный инженер проекта*

*МАДИ (ГТУ), **ОАО филиал Мосинжпроект, remmostproekt@mail.ru

В статье приведены вывод и решение дифференциального уравнения напряженно-го состояния деревожелезобетонной балки под воздействием отрицательной температуры среды, а также результаты исследования влияния отрицательной темпера-

туры среды на напряженное состояние и размеры поперечных сечений деревожелезобетонных балок автодорожных мостов, полученные с помощью разработанной программы их автоматизированного проектирования.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *деревожелезобетонная балка, температура среды, дифференциальное уравнение, скалывающие напряжения по контакту бетон - дерево, нормальные напряжения в бетоне и древесине.*

Актуальность работы определяется тем, что в России нет общепризнанных и четких рекомендаций по проектированию деревожелезобетонных пролетных строений автодорожных мостов с учетом особенностей их работы при изменении температуры окружающей среды. В этих конструкциях вследствие различных температурных удлинений бетона и дерева возникают дополнительные напряжения на контакте бетона и дерева, которые следует учитывать при их проектировании [4.5].

Среди наиболее значимых научных работ, выполненных к настоящему времени в России, посвященных этим дополнительным напряжениям, следует указать работы В.И. Кулиша [1] и Ю.О. Мельникова [2]]. Но при использовании их рекомендаций для определения температурных напряжений в деревожелезобетонных балках от температуры окружающей среды возникают трудности, вызываемые отсутствием в доступных публикациях полного комплекса необходимых данных о методике их разработки. В связи с этим возникла необходимость получения собственного решения этой задачи для использования в разрабатываемой программе автоматизированного проектирования различных конструктивных решений деревожелезобетонных пролетных строений автодорожных мостов.

Рассмотрим задачу о возникновении сдвигающих напряжений по плоскости контакта деревянной балки с железобетонной плитой проезжей части автодорожных мостов. Пусть деревобетонная балка длиной L составлена из клееной деревянной балки и железобетонной плиты (рис1). Объединение плиты с деревянной балкой может быть выполнено с помощью клея или нагелей.

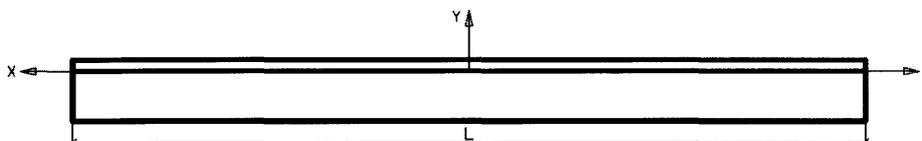


Рис 1. Продольная схема деревожелезобетонной балки с принятой системой координат

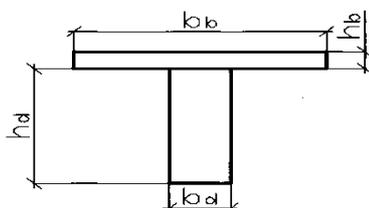


Рис.2. Поперечное сечение деревожелезобетонной балки

Пусть в поперечном сечении деревянная балка имеет высоту h_d и ширину b_d , а железобетонная плита имеет ширину b_b и высоту h_b (рис.2).

Рабочая арматура в плите по условиям её работы в мостовой конструкции расположена в поперечном направлении, в продольном направлении расположена лишь конструктивная арматура, небольшое количество которой в продольном направлении не будем учитывать при вычислении геометрических характеристик плиты.

Обозначим модуль упругости древесины вдоль волокон E_d , модуль упругости бетона вдоль балки E_b , площади поперечного сечения железобетонной плиты A_b , деревянной балки A_d , моменты инерции железобетонной плиты I_b , деревянной балки I_d , полную высоту деревобетонной балки $h = h_b + h_d$, радиус кривизны составного сечения r , коэффициенты линейного температурного расширения бетона α_b , дерева α_d .

Учтем, что в России наибольшее возможное отклонение температуры среды по отношению к температуре среды при строительстве моста соответствует зимним условиям. Обозначим возможный температурный перепад Δt , а разность значений коэффициентов температурного линейного расширения бетона

и древесины $\Delta\alpha$. При понижении температуры среды бетон, имеющий больший коэффициент линейного расширения будет более интенсивно укорачиваться, чем древесина. Но на границе контакта этому противодействует древесина. В связи с этим бетон будет подвергаться растяжению и изгибу, а дерево сжатию и изгибу, т.е. будет происходить изгиб составной балки с вогнутостью в сторону железобетонной плиты. Рассматривая участок балки, расположенный между двумя поперечными сечениями $m-n$ и m_1-n_1 (рис 3) на произвольном участке балки по её длине, и следуя приему, предложенному С. П. Тимошенко при решении аналогичной задачи [3], можем внутренние усилия по поперечному сечению бетонной плиты привести к растягивающему усилию $T_1(x)$ и паре сил $M_1(x)$. Подобным образом внутренние силы в деревянной балке можем привести к сжимающему усилию $T_2(x)$ и паре сил $M_2(x)$.

Внутренние силы в любом поперечном сечении должны быть в равновесии, поэтому должны выполняться условия (1)

$$|T_1(x)| = |T_2(x)| = T(x), \quad \frac{T(x)h}{2} = M_1 + M_2, \quad (1)$$

где

$$M_1 = \frac{E_b I_b}{r}, \quad M_2 = \frac{E_d I_d}{r}. \quad (2)$$

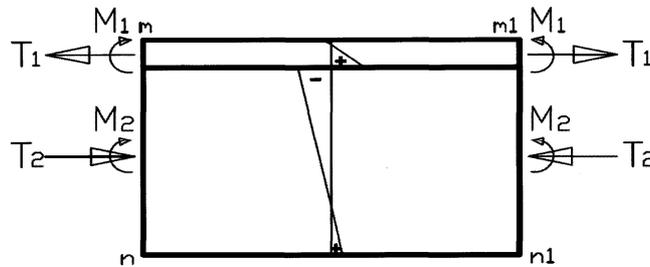


Рис. 3. Схема усилий и напряжений на произвольном участке балки

С учетом (1) и (2) получаем связь между сдвигающей силой и радиусом кривизны составной балки

$$T(x) = \frac{2}{hr} (E_b I_b + E_d I_d). \quad (3)$$

Для определения неизвестных $T(x)$ и r в (3), кроме уравнения (3), следуя также [3], используем уравнение (4) из условия, что по поверхности контакта бетона и дерева относительные деформации материалов должны быть одинаковыми:

$$-\alpha_b \Delta t + \frac{T(x)}{E_b A_b} + \frac{h_b}{2r} = -\alpha_d \Delta t - \frac{T(x)}{E_d A_d} - \frac{h_d}{2r}, \quad (4)$$

где $\alpha_b \Delta t$ – относительная деформация укорочения бетона от Δt ; $T(x)/(E_b A_b)$ – относительная деформация удлинения бетона от воздействия $T(x)$; $h_b/(2r)$ – относительная деформация удлинения нижней кромки бетона от изгиба балки; $\alpha_d \Delta t$ – относительная деформация укорочения дерева от Δt ; $-T(x)/(E_d A_d)$ – относительная деформация укорочения дерева от воздействия $T(x)$; $-h_d/(2r)$ – относительная деформация укорочения верхней кромки дерева от изгиба балки.

Из (4) получаем:

$$T(x) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) + \frac{h}{2r} = \Delta\alpha \Delta t. \quad (5)$$

С учетом (3) получаем:

$$\frac{2}{hr}(E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) + \frac{h}{2r} = \Delta \alpha \Delta t. \quad (6)$$

Далее имеем:
$$\frac{1}{r} \left(\frac{h}{2} + \frac{2}{h} (E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) \right) = \Delta \alpha \Delta t. \quad (7)$$

Из (7) получаем кривизну:

$$\frac{1}{r} = \frac{\Delta \alpha \Delta t}{\left(\frac{h}{2} + \frac{2}{h} (E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) \right)}. \quad (8)$$

При подстановке кривизны в (3) получаем значение $T(x)$ в виде:

$$T(x) = \frac{2 \Delta \alpha \Delta t (E_b I_b + E_d I_d)}{\left(\frac{h^2}{2} + 2 (E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) \right)}. \quad (9)$$

Для учета изменения $T(x)$ в функции координаты x заметим далее, что её первая производная по длине, является равной по величине и обратной по знаку погонной нагрузке $g(x)$, соответствующей интенсивности сопротивления сдвигу по границе контакта двух материалов и определяемой по формуле

$$g(x) = -G \Delta \alpha \Delta t dx, \quad (10)$$

где G – модуль сдвига на границе двух материалов, принимаемый в зависимости от конструкции соединения материалов (с помощью клея, с помощью нагелей); $\Delta \alpha \Delta t$ – относительная деформация сдвига по границе контакта, вызываемая изменением температуры среды по сравнению с температурой среды в период строительства моста.

С учетом выше приведенного записываем:

$$\frac{dT(x)}{dx} = G \Delta \alpha \Delta t dx \quad (11)$$

и получаем затем значение второй производной:

$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} = G \Delta \alpha \Delta t. \quad (12)$$

Из (12) имеем
$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} \frac{1}{G} = \Delta \alpha \Delta t. \quad (13)$$

Из (9) получаем:
$$\frac{\left(\frac{h^2}{2} + 2 (E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) \right)}{2 (E_b I_b + E_d I_d)} T(x) = \Delta \alpha \Delta t. \quad (14)$$

С учетом (13) и (14) и несложного преобразования получаем дифференциальное уравнение (15) для определения $T(x)$:

$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} - G \frac{\left(\frac{h^2}{2} + 2 (E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) \right)}{2 (E_b I_b + E_d I_d)} T(x) = 0. \quad (15)$$

Характеристическое уравнение для уравнения (15) имеет вид:

$$k^2 - G \frac{\left(\frac{h^2}{2} + 2 (E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d} \right) \right)}{2 (E_b I_b + E_d I_d)} = 0 \quad (16)$$

Его два действительных корня имеют значения:

$$k_{1,2} = \pm \sqrt{G \frac{\left(\frac{h^2}{2} + 2(E_b I_b + E_d I_d) \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_d A_d}\right)\right)}{2(E_b I_b + E_d I_d)}}. \quad (17)$$

Общее решение дифференциального уравнения в этом случае [6] имеет вид:

$$T(x) = C_1 e^{kx} - C_2 e^{-kx}. \quad (18)$$

При принятой системе координат (рис.1) в силу симметрии напряженного состояния с учетом физики рассматриваемого явления при $x = 0 \Rightarrow T(x) = 0$.

$$\text{Тогда: } T(x) = C_1 + C_2 = 0, \Rightarrow C_1 = C_2 = C \Rightarrow T(x) = C(e^{kx} - e^{-kx}), \quad (19)$$

$$\frac{dT(x)}{dx} = Ck(e^{kx} + e^{-kx}) = G\Delta\alpha\Delta t dx \Rightarrow C = \frac{G\Delta\alpha\Delta t dx}{k(e^{kx} + e^{-kx})}. \quad (20)$$

Общее решение (18) дифференциального уравнения с учетом (19) и (20) приобретает вид:

$$T(x) = \frac{G\Delta\alpha\Delta t}{k} \frac{(e^{kx} - e^{-kx})}{(e^{kx} + e^{-kx})} dx = \frac{G\Delta\alpha\Delta t}{k} \operatorname{th} kx dx. \quad (21)$$

Максимальное значение сдвигающей силы в приопорном сечении при $x=L/2$ определим интегрированием:

$$T_{\max} = \frac{G\Delta\alpha\Delta t}{k} \int_0^{L/2} \operatorname{th} kx dx = \frac{G\Delta\alpha\Delta t}{k^2} \ln \operatorname{ch} kx \Big|_0^{L/2} = \frac{G\Delta\alpha\Delta t}{k^2} (\ln \operatorname{ch} k \frac{L}{2} - 0). \quad (22)$$

Максимальное сдвигающее напряжение в приопорном сечении реальной балки при $x = L/2$:

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{b_d} = \frac{G\Delta\alpha\Delta t}{k^2} \ln \operatorname{ch} k \frac{L}{2}. \quad (23)$$

При вычисленных $M_b, M_d, T(x)$ с использованием (2), (9) и (21) представляется возможным вычислить нормальные напряжения в кромках бетонной плиты и деревянной балки по следующим формулам:

$$\sigma_{bm} = \pm \frac{M_1}{I_b} \frac{h_b}{2}; \quad \sigma_{bt} = \frac{T(x)}{A_b}; \quad \sigma_{dm} = \pm \frac{M_2}{I_d} \frac{h_d}{2}; \quad \sigma_{dt} = \frac{T(x)}{A_d}; \quad (24)$$

$$\sigma_b^{\text{верх}} = -\frac{M_1}{I_b} \frac{h_b}{2} + \frac{T(x)}{A_b}; \quad \sigma_b^{\text{нижн}} = \frac{M_1}{I_b} \frac{h_b}{2} + \frac{T(x)}{A_b}; \quad (25)$$

$$\sigma_d^{\text{верх}} = -\frac{M_2}{I_d} \frac{h_d}{2} - \frac{T(x)}{A_d}; \quad \sigma_d^{\text{нижн}} = \frac{M_2}{I_d} \frac{h_d}{2} - \frac{T(x)}{A_d}. \quad (26)$$

Для деревожелезобетонной балки длиной 12 м с размерами поперечного сечения: $h_d = 1.025$ м, $b_d = 0.15$ м, $b_b = 2.575$ м, $h_b = 0.17$ м при $\alpha_b = 0.00001$; $\alpha_d = 0.000005$; $\Delta t = 60^\circ\text{C}$, $\Delta\alpha = 0.000005$, $E_d = 10000$ МПа, $E_b = 30000$ МПа, $G = 1140$ МПа по выше полученным формулам вычислены $r = 2665$ м, $M_b = 0.0118$ МНм, $M_d = 0.005$ МНм, $T(x = L/2) = 0.104$ МН, $T(x = L/4) = 0.084$ МН, $T(x = 0) = 0$ МН, $\tau(x = \pm L/2) = \pm 0.69$ МПа, $\sigma_{bm} = \pm 0.95$ МПа, $\sigma_{dm} = \pm 2$ МПа, $\sigma_{bt}(x = L/4) = 0.19$ МПа; $\sigma_{dt}(x = L/4) = -0.55$ МПа; $\sigma_b^{\text{верх}}(x = L/4) = -0.76$ МПа; $\sigma_b^{\text{нижн}}(x = L/4) = 1.15$ МПа; $\sigma_d^{\text{верх}}(x = L/4) = -2.45$ МПа, $\sigma_d^{\text{нижн}}(x = L/4) = 1.36$ МПа

Анализ приведенных данных позволяет сделать вывод о том, что при проектировании деревожелезобетонных пролетных строений следует учитывать возникающие от отрицательной температуры значительные дополнительные сдвигающие напряжения по плоскости контакта бетона с деревом в приопорных

сечениях балок $\tau(x = \pm L/2)$ и дополнительные нормальные напряжения в нижних кромках древесины σ_{dm} .

Для пролета $L = 12$ м с помощью разработанной программы автоматизированного проектирования было получено два варианта пролетных строений шириной 10.3 м, отличающихся тем, что первый вариант спроектирован без учета возникающих дополнительных напряжений при воздействии температуры окружающей среды, а второй с их учетом. В нижеприведенной таблице приведены для сравнения основные выходные данные об этих вариантах пролетных строений.

Наименование выходных данных	1 вариант	2 вариант
Разница температур среды Δt	0	40
Разница значений коэффициентов линейного расширения $\Delta \alpha$	0	0.000005
Количество балок в поперечном сечении моста	8	8
Ширина балок в м	0.25	0.25
Высота деревянных балок в м	1.025	1.05
Толщина железобетонной плиты в м	0.13	0.13
Ширина железобетонной плиты в м	1,0375	1,0375
Полная высота балки в м с учетом одежды	1,277	1,302
Количество нагелей по контакту бетон-дерево		32
Дополнительные касательные напряжения по контакту бетон-дерево в МПа	0	0.33
Дополнительные нормальные напряжения по нижней кромке дерева в МПа	0	1.25
Суммарные напряжения по контакту бетон-дерево в МПа	1.166	1.496
Суммарные напряжения по нижней кромке дерева в МПа	10.4	9.02
Касательные напряжения на нейтральной оси в МПа	1.5	1.46
Стоимость пролетного строения в рублях	1172270	1196731

Из рассмотрения данных таблицы следует, что учет дополнительных сдвигающих напряжений по контакту бетон-дерево и дополнительных растягивающих напряжений в нижней кромке деревянной балки в рассмотренном случае вызвал необходимость увеличения высоты деревянной балки на 2.5 см, что вызвало увеличение стоимости пролетного строения на 24461 рублей с учетом необходимости постановки нагелей для восприятия дополнительных сдвигающих напряжений по контакту бетон-дерево.

Следует заметить, что в обоих вариантах требуемая высота деревянной балки определена условиями работы её на сдвиг по нейтральной оси для 1-го варианта и по плоскости контакта бетона с деревом, для 2-го варианта. В первом варианте соединение бетона с деревом выполнялось с помощью клея при расчетном значении модуля сдвига по контакту $G = 1140$ МПа, во втором варианте условия прочности при использовании клея не выполнялись при экономически приемлемых высотах деревянных балок, потребовалась постановка нагелей, обеспечивающих оптимальный погонный модуль сдвига 30 МПа.

Проведенное исследование свидетельствует о том, что возникающие дополнительные напряжения от воздействия отрицательной температуры среды не создают непреодолимых препятствий для применения деревожелезобетонных пролетных строений автодорожных мостов в условиях России.

Л и т е р а т у р а

1. Кулиш В.И. Клееные деревянные мосты с железобетонной плитой. – М.: «Транспорт», 1979. – 160с.
2. Мельников Ю.О. Влияние температурных деформаций на напряженное состояние деревобетонных мостовых балок. Теоретические и экспериментальные исследования мостов и строительных конструкций// Сборник научных трудов. – Омск. 1971. – №4. – С. 87-96.

3. Тимошенко С.П. Сопrotивление материалов. Часть I. – М.: Физматгиз, 1960. – С. 188-190.
4. Rug, W., Lissner, K. Holz-Beton-Verbundbauweise in der Praxis. In: Holz-Beton-Verbund ,Innovationen im Bauwesen, 2004, Leipzig, 200 p.
5. Kuhlmann, U.; Schanzlin, J. Berechnung von Holz-Beton-Verbunddecken-Neuere Entwicklungen. – Massibauseminar 2005: Bauakademie FH Biberach: 2005.
6. Гутер Р.С., Янпольский А.Р. Дифференциальные уравнения. – М.: Физматгиз, 1962. – 247с.

References

1. Kulish VI (1979). *Kleenye Derevjannye Mosty s Zhelezobetonnoj Plitoj*. М.: Transport, 160 p.
2. Mel'nikov JuO (1971). Vlijanie temperaturnyh deformatsij na naprjazhennoe sostojanie derevo-betonnyh mostovyh balok. Teoreticheskie i jeksperimental'nye issledovanija mostov i stroitel'nyh konstrukcij. *Sbornik nauchnyh trudov. Omsk*, №4, p. 87-96.
3. Timoshenko SP (1960). *Soprotivlenie Materialov*, Part I. М.: Физматгиз, p.188-190.
4. Rug W, Lissner K (2004). Holz-Beton-Verbundbauweise in der Praxis. In: Holz-Beton-Verbund ,Innovationen im Bauwesen, Leipzig, 200 p.
5. Kuhlmann U; Schanzlin J (2005). Berechnung von Holz-Beton-Verbunddecken-Neuere Entwicklungen. Massibauseminar 2005: Bauakademie FH Biberach.
6. Guter RS, Janpol'skij AR (1962). *Differencial'nye Uravnenija*. М.: Физматгиз, 1962. -247s.

**THE INFLUENCE OF NEGATIVE ATMOSPHERIC TEMPERATURES
ON THE STRESS STATE AND THE SIZE OF THE CROSS-SECTIONS OF
COMPOSITE BEAMS MADE OF WOOD-AND-REINFORCED CONCRETE
IN AUTO ROAD BRIDGES**

P.M. Salamahin*, I.V. Reshetnikov

*MADI(GTU), Moscow

The article presents the derivation and solution of the differential equation of the ultimate limit state of the wooden and reinforced concrete beam under the influence of negative atmospheric temperatures, as well as the results of studies of the effect of negative atmospheric temperatures on the stressed state and the size of the cross-sections of the composite beams made of wood and reinforced concrete, in auto road bridges obtained by the developed program of computer-aided design.

KEYWORDS: composite beam, atmospheric temperature, differential equation, the shear stress on the concrete-wood contact, the normal stresses in the concrete and wood.

