

Теория упругости

ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЕ В КРУГОВОМ ДИСКЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОБЪЕМНЫХ СИЛ

Н.М. КАЛАНТАРЛЫ, канд. физ.-мат. наук, доцент
Институт математики и механики НАН Азербайджана,
AZ1141, ул. Б. Вахабзаде, 9, e-mail: nailyak1975@gmail.com

Рассматривается круговой металлический диск под действием объемных сил. Дается решение задачи механики разрушения о зарождении трещин в круговом диске. Используется модель зоны ослабленных межчастичных связей в состоянии пластического течения при постоянном напряжении.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: круговой диск, зоны ослабленных межчастичных связей материала, трещинообразование, объемные силы.

Круговые диски широко применяются в современных машинах, в паровых и газовых турбинах, в компрессорах, вентиляторах и машинах химической промышленности. Диски подвергаются нагрузкам, вызывающим их растяжение. Задача о трещинообразовании в конструкциях и изделиях является важной проблемой теории прочности [1-8]. Разработка расчетных моделей исследования трещинообразования в дисках представляет собой актуальную проблему механики материалов.

Рассмотрим металлический круговой диск в процессе работы. Считается, что на частицы среды действуют объемные силы $F = X + iY$, где $X(x, y)$ и $Y(x, y)$ заданные функции; $i = \sqrt{-1}$. В процессе деформации в некоторых точках диска могут появляться зоны, в которых закон Гука не выполняется, т.е. в этих областях напряжения превосходят предел упругости. Указанные зоны (прослойки перенапряженного материала) малы по сравнению с остальной упругой частью диска, и их можно мысленно удалить, заменив разрезами, поверхности которых взаимодействуют между собой по некоторому закону, соответствующему действию удаленного материала. По мере нагружения металлического кругового диска в нем будут возникать зоны предразрушения (области ослабленных межчастичных связей материала), где материал диска деформируется за пределом упругости. В исследуемом случае возникновение зародышевой трещины представляет собой процесс перехода зоны предразрушения в область разорванных связей между поверхностями диска. Размер зоны ослабленных межчастичных связей материала при этом является неизвестным и должен быть определен в процессе решения задачи механики разрушения. Зона предразрушения ориентирована в направлении максимальных растягивающих напряжений в диске. Исследования [9-11] возникновения областей с нарушенной структурой материала показывают, что в начальной стадии зоны предразрушения представляют собой узкий вытянутый слой, затем с ростом нагрузки внезапно появляется вторичная система зон, содержащих материал с частично нарушенными связями.

Будем считать, что в диске имеется N прямолинейных зон предразрушения длиной $2l_k$ ($k = 1, 2, \dots, N$) (рис. 1). В центрах зон предразрушения разместим начала локальных систем координат $x_k O_k y_k$, ось x_k которой совпадают с линией скольжения и образуют углы α_k с осью x ($\theta = 0$). Полагаем, что в зоне предразрушения имеет место пластическое течение при постоянном напряжении.

Отнесем диск к полярной системе координат $r\theta$, выбрав начало координат в центре окружности L с радиусом R (рис. 1). Граничные условия рассматриваемой задачи механики разрушения о зарождении трещины в круговом диске имеют вид:

$$\sigma_r = 0; \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{при } r=R \quad (1)$$

на берегах зоны предразрушения:

$$\sigma_{y_k} = \sigma_s; \quad \tau_{x_k y_k} = \tau_s, \quad |x_k| \leq l_k, \quad k=1, 2, \dots, N \quad (2)$$

где σ_s – предел текучести материала диска на растяжение; τ_s – предел текучести материала диска на сдвиг; $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ – компоненты тензора напряжений в полярных координатах; l_k – полудлины зон предразрушения.

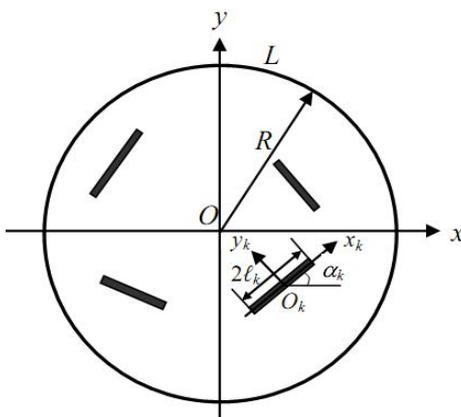


Рис. 1. Расчетная схема задачи о зарождении трещин в круговом диске

Для определения значений внешней нагрузки, при которой происходит появление трещины, нужно постановку рассматриваемой задачи дополнить условием появления трещины. В качестве такого условия принимаем критерий критического раскрытия берегов зоны предразрушения [2]:

$$\left| (v_k^+ - v_k^-) - i(u_k^+ - u_k^-) \right| = \delta_c, \quad k = 1, 2, \dots, N,$$

где $(v_k^+ - v_k^-)$ – нормальная составляющая раскрытия берегов k -той зоны предразрушения; $(u_k^+ - u_k^-)$ – касательная составляющая раскрытия берегов k -той зоны предразрушения; δ_c – характеристика сопротивления материала диска трещинообразованию, определяемая опытным путем [10].

При наличии объемных сил решение задачи представим в виде суммы:

$$\sigma_x = \sigma_x^0 + \sigma_x^1; \quad \sigma_y = \sigma_y^0 + \sigma_y^1; \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}^0 + \tau_{xy}^1 \quad (3)$$

где $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ – любое частное решение уравнений плоской теории упругости при наличии объемных сил; $\sigma_x^1, \sigma_y^1, \tau_{xy}^1$ – решение уравнений плоской теории упругости при отсутствии объемных сил. Для напряжений $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ имеем формулы [12]:

$$\sigma_x^0 + \sigma_y^0 = -\frac{2}{1+\kappa} \operatorname{Re} \frac{\partial Q}{\partial z}, \quad (4)$$

$$\sigma_y^0 - \sigma_x^0 + 2i\tau_{xy}^0 = \frac{1}{1+\kappa} \frac{\partial}{\partial z} (\kappa \bar{Q} - \bar{F}_1),$$

в которые входят две функции $Q(z, \bar{z})$ и $F_1(z, \bar{z})$, представляющие собой любые частные решения уравнений

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial z \partial \bar{z}} = F(z, \bar{z}), \quad \frac{\partial^2 F_1}{\partial z^2} = \overline{F(z, \bar{z})}. \quad (5)$$

Здесь κ – постоянная Мусхелишвили для плоского напряженного состояния.

Используя формулы Колосова-Мусхелишвили [13]:

$$\sigma_x^1 + \sigma_y^1 = 4 \operatorname{Re} \Phi(z), \quad \sigma_y^1 - \sigma_x^1 + 2i\tau_{xy}^1 = 2[\bar{z} \Phi'(z) + \Psi(z)],$$

граничные условия (1) – (2) с учетом (3) запишем в виде краевой задачи для отыскания комплексных потенциалов $\Phi(z)$ и $\Psi(z)$ в виде

$$\begin{aligned} \Phi(\tau) + \overline{\Phi(\tau)} - e^{2i\theta} [\overline{\tau}\Phi'(\tau) + \Psi(\tau)] &= -(\sigma_r^0 - i\tau_{r\theta}^0), \\ \Phi(t_k) + \overline{\Phi(t_k)} + \bar{t}_k \Phi'(t_k) + \Psi(t_k) &= \sigma_s + i\tau_s - (\sigma_{y_k}^0 + i\tau_{x_k y_k}^0), \quad k = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\tau = R \exp(i\theta)$; t_k – аффикс точек берегов зоны предразрушения. Комплексные потенциалы, дающие решение краевой задачи (6), ищем в виде:

$$\Phi(z) = \Phi_0(z) + \Phi_1(z); \quad \Psi(z) = \Psi_0(z) + \Psi_1(z), \quad (7)$$

где потенциалы $\Phi_1(z)$ и $\Psi_1(z)$ ищем в виде

$$\begin{aligned} \Phi_1(z) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \frac{g_k(t) dt}{t - z_k}, \\ \Psi_1(z) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N e^{-2i\alpha_k} \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \left[\frac{\overline{g_k(t)}}{t - z_k} - \frac{\overline{T_k} e^{i\alpha_k}}{(t - z_k)^2} g_k(t) \right] dt, \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $T_k = te^{i\alpha_k} + z_k^0$; $z_k = e^{-i\alpha_k} (z - z_k^0)$; $g_k(t)$ – искомые функции, характеризующие раскрытие берегов зон предразрушения:

$$g_k(x_k) = \frac{2\mu}{i(1 + \kappa)} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[u_k^+(x_k, 0) - u_k^-(x_k, 0) + i(v_k^+(x_k, 0) - v_k^-(x_k, 0)) \right].$$

Неизвестные функции $g_k(t)$ и комплексные потенциалы $\Phi_0(z)$ и $\Psi_0(z)$ должны быть определены из граничных условий на контуре L ($r = R$) и берегах зон предразрушения. Используя (7) – (8) для отыскания комплексных потенциалов $\Phi_0(z)$ и $\Psi_0(z)$, краевое условие (6) на границе диска представим в виде

$$\Phi_0(\tau) + \overline{\Phi_0(\tau)} - e^{-2i\theta} [\tau\Phi_0'(\tau) + \overline{\Psi_0(\tau)}] = -(\sigma_r^0 + i\tau_{r\theta}^0) - (f_1(\theta) + if_2(\theta)), \quad (9)$$

где $f_1(\theta) + if_2(\theta) = \Phi_1(\tau) + \overline{\Phi_1(\tau)} - e^{-2i\theta} [\tau\Phi_1'(\tau) + \overline{\Psi_1(\tau)}]$. Для решения краевой задачи (9) использовали метод Н.И. Мусхелишвили [13]:

$$\begin{aligned} \Phi_0(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_L N_*(\tau) \left(\frac{1}{\tau - z} - \frac{1}{2\tau} \right) d\tau, \\ \Psi_0(z) &= \frac{1}{z^2} \Phi_0(z) + \frac{1}{z^2} \overline{\Phi_0\left(\frac{1}{z}\right)} - \frac{1}{z} \Phi_0'(z), \\ N_*(\tau) &= -(\sigma_r^0 + i\tau_{r\theta}^0) - (f_1(\theta) + if_2(\theta)). \end{aligned}$$

После интегрирования и некоторых преобразований получаем:

$$\begin{aligned} \Phi_0(z) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \left\{ \left(\frac{1}{z\overline{T_k} - 1} + \frac{1}{2} \right) \overline{T_k} e^{i\alpha_k} g_k(t) + \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{T_k}{2} - \frac{z^2 \overline{T_k} - 2z + T_k}{(z\overline{T_k} - 1)^2} \right] e^{-i\alpha_k} \overline{g_k(t)} \right\} dt + \Phi_{00}(z), \\ \Psi_0(z) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \left[\frac{e^{i\alpha_k} \overline{T_k}^3}{(z\overline{T_k} - 1)^2} g_k(t) + \left(z^2 \overline{T_k}^2 + 4 - 3z\overline{T_k} + \right. \right. \end{aligned}$$

$$+ zT_k \bar{T}_k^2 - 3T_k \bar{T}_k) \frac{\bar{T}_k e^{-i\alpha_k}}{(z\bar{T}_k - 1)^3} \overline{g_k(t)} \Big] dt + \frac{1}{z^2} \Phi_{00}(z) + \frac{1}{z^2} \bar{\Phi}_{00}\left(\frac{1}{z}\right) - \frac{1}{z} \Phi'_{00}(z);$$

$$\Phi_{00}(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \left[-(\sigma_r^0 + i\tau_{r0}^0) \right] \left(\frac{1}{\tau - z} - \frac{1}{2\tau} \right) d\tau.$$

Удовлетворяя функциями (7) – (8), граничным условиям (6) на берегах зон предразрушения, после некоторых преобразований, получим систему N комплексных сингулярных интегральных уравнений относительно неизвестных функций $g_k(x_k)$

$$\sum_{k=1}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} [R_{nk}(t, x_k) g_k(t) + S_{nk}(t, x_k) \overline{g_k(t)}] dt = \pi [\sigma_s - i\tau_s - (\sigma_{y_k}^0 - i\tau_{x_k y_k}^0) + f_0(x_k)]. \quad (10)$$

Здесь: $f_0(x_k) = -[\Phi_{00}(x_k) + \bar{\Phi}_{00}(x_k) + x_k \Phi'_{00}(x_k) + \Psi_{00}(x_k)],$

$$\Psi_{00}(z) = \frac{1}{z^2} \Phi_{00}(z) + \frac{1}{z^2} \bar{\Phi}_{00}\left(\frac{1}{z}\right) - \frac{1}{z} \Phi'_{00}(z);$$

$$R_{nk}(t, x_k) = \frac{e^{i\alpha_k}}{2} \left(\frac{1}{T_k - X_n} + \frac{e^{-2i\alpha_k}}{\bar{T}_k - \bar{X}_n} \right) - \frac{e^{i\alpha_k}}{2} \left[\frac{X_n \bar{T}_k^2}{1 - X_n \bar{T}_k} + \frac{\bar{X}_n^2 T_k - 2\bar{X}_n + \bar{T}_k}{(1 - T_k \bar{X}_n)^2} + e^{-2i\alpha_n} \frac{2X_n (T_k \bar{T}_k - 1) + T_k^2 (\bar{X}_n + \bar{T}_k) (\bar{X}_n T_k - 3) + 4T_k}{(1 - T_k \bar{X}_n)^3} \right];$$

$$S_{nk}(t, x_k) = \frac{e^{-i\alpha_k}}{2} \left[\frac{1}{\bar{T}_k - \bar{X}_n} - \frac{T_k - X_n}{(T_k - X_n)^2} e^{-2i\alpha_n} \right] - \frac{e^{-i\alpha_k}}{2} \left[\frac{T_k^2 X_n}{1 - T_k \bar{X}_n} + \frac{X_n^2 \bar{T}_k - 2X_n + T_k}{(1 - X_n \bar{T}_k)^2} + \frac{T_k^2 (X_n - T_k) e^{-2i\alpha_n}}{(1 - T_k \bar{X}_n)^2} \right];$$

$$X_n = x_n e^{i\alpha_n} + z_n^0.$$

Переменные x_n, z, z_n^0, ℓ_n – безразмерные, отнесенные к радиусу диска R .

Для внутренних зон предразрушения к системе сингулярных интегральных уравнений необходимо добавить дополнительные равенства

$$\int_{-\ell_k}^{\ell_k} g_k(t) dt = 0, \quad (11)$$

обеспечивающие однозначность перемещений при обходе контуров зон предразрушения.

Система комплексных сингулярных интегральных уравнений (10) при дополнительных условиях (11) с помощью процедуры алгебраизации [9, 14] сводится к системе $N \times M$ алгебраических уравнений для определения $N \times M$ неизвестных $g_n(t_m)$ ($k = 1, 2, \dots, N; m = 1, 2, \dots, M$):

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^N \ell_k \left[g_k^0(t_m) R_{nk}(\ell_k t_m, \ell_n x_r) + \overline{g_k^0(t_m)} S_{nk}(\ell_k t_m, \ell_n x_r) \right] = \quad (12)$$

$$= \sigma_s - i\tau_s - (\sigma_{y_k}^0(x_r) - i\tau_{x_k y_k}^0(x_r)) + f_0(x_r) \quad (n = 1, 2, \dots, N; r = 1, 2, \dots, M-1),$$

$$\sum_{m=1}^M g_n^0(t_m) = 0.$$

Здесь:
$$t_m = \cos \frac{2m-1}{2M} \pi; \quad x_r = \cos \frac{r}{M} \pi.$$

Перейдя в (12) к комплексно сопряженным значениям, получим еще $N \times M$ алгебраических уравнений. Решение каждого интегрального уравнения ищется в классе всюду ограниченных функций (напряжений), так как напряжения в диске всюду ограничены. Полученные алгебраические системы уравнений не являются пока замкнутыми, так как для их замкнутости не хватает $2N$ уравнений, выражающих условия разрешимости интегрального уравнения. Для замыкания алгебраических систем необходимо добавить условия конечности напряжений у вершин зон предразрушения (условия разрешимости краевой задачи в классе всюду ограниченных функций). В случае, когда все N зон предразрушения являются внутренними, эти условия можно представить в виде:

$$\sum_{m=1}^M (-1)^m g_n^0(t_m) \operatorname{ctg} \frac{2m-1}{4M} \pi = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, N), \quad (13)$$

$$\sum_{m=1}^M (-1)^{M+m} g_n^0(t_m) \operatorname{tg} \frac{2m-1}{4M} \pi = 0.$$

Совокупность $2N$ уравнений позволяет определить размеры зон предразрушения. Из-за неизвестных заранее размеров зон предразрушения алгебраическая система (12), (13) оказалась нелинейной. Для ее решения сначала отделяем действительные и мнимые части. В результате получаем две действительные системы, состоящая каждая из $N \times M + 2N$ уравнений.

Для решения нелинейных алгебраических систем использовали метод последовательных приближений. Используя решение задачи о зонах пластического течения в круговом диске, находим смещения на берегах зон предразрушения

$$-\frac{1+\kappa}{2\mu} \int_{-\ell_k}^{x_k} g_k(x_k) dx_k = v_k(x_k, 0) - iu_k(x_k, 0),$$

Здесь μ – модуль сдвига материала диска;

$$v_k(x_k, 0) = v_k^+(x_k, 0) - v_k^-(x_k, 0); \quad u_k(x_k, 0) = u_k^+(x_k, 0) - u_k^-(x_k, 0).$$

Смещения на берегах зоны предразрушения при $x_k = x_{0_k}$ будут

$$-\frac{1+\kappa}{2\mu} \int_{-\ell_k}^{x_{0_k}} g_k(x_k) dx_k = v_k(x_{0_k}, 0) - iu_k(x_{0_k}, 0).$$

Используя замену переменной интегрирования и заменяя интеграл с помощью квадратурной формулы Гаусса суммой, найдем

$$-\frac{1+\kappa}{2\mu} \frac{\pi \ell_k}{M} \sum_{m=1}^{M_{1k}} g_k(t_m) = v_k(x_{0_k}, 0) - iu_k(x_{0_k}, 0),$$

где M_{1k} – число узловых точек в отрезке $(-\ell_k, x_{0_k})$.

Из последнего соотношения находим:

$$v_k(x_{0_k}, 0) = -\frac{1+\kappa}{2\mu} \frac{\pi \ell_k}{M} \sum_{m=1}^{M_{1k}} v_k(t_m), \quad u_k(x_{0_k}, 0) = -\frac{1+\kappa}{2\mu} \frac{\pi \ell_k}{M} \sum_{m=1}^{M_{1k}} u_k(t_m)$$

и для модуля вектора перемещений на берегах зон предразрушения при $x_k = x_{0_k}$ получаем:

$$V_{0_k} = \sqrt{(v_k^+ - v_k^-)^2 + (u_k^+ - u_k^-)^2} = \frac{1 + \kappa}{2\mu} \frac{\pi \ell_k}{M} \sqrt{A_k^2 + B_k^2},$$

где $A_k = \sum_{m=1}^{M_{1k}} v_k(t_m)$; $B_k = \sum_{m=1}^{M_{1k}} u_k(t_m)$ ($k = 1, 2, \dots, N$).

Таким образом, условием, определяющим критическое значение объемных сил, при котором происходит появление трещин, будет

$$\frac{1 + \kappa}{2\mu} \frac{\pi \ell_k}{M} \sqrt{A_k^2 + B_k^2} = \delta_c. \quad (14)$$

Совместное решение нелинейной системы уравнений, состоящей из алгебраических систем, заменяющих интегральные уравнения с условиями разрешимости задачи и критерия (14) позволяет определить размер зоны предразрушения, значения искомых функций $v_k(x_k)$ и $u_k(x_k)$ в узловых точках, величину внешней нагрузки, при которой происходит появление трещины в диске.

Для упрощения вычислений функции $X(x, y)$ и $Y(x, y)$ разлагались в ряды Тейлора, причем ограничивались несколькими первыми членами разложения. С помощью интегрирования уравнений (5) находим

$$Q(z, \bar{z}) = \int dz \int \bar{z} F(z, \bar{z}) d\bar{z};$$

$$F_1(z, \bar{z}) = \int dz \int \bar{z} F(z, \bar{z}) dz$$

По найденным функциям $Q(z, \bar{z})$ и $F_1(z, \bar{z})$ согласно (4) находим

$$\sigma_r^0, \tau_{r\theta}^0, \sigma_{y_k}^0, \tau_{x_k y_k}^0.$$

Заключение. Предложена эффективная схема расчета трещинообразования в круговом диске внешними объемными силами.

Л и т е р а т у р а

1. Болотин В.В. Механика зарождения трещин и начального развития усталостных трещин // *ФХММ*, 1986, т. 22, №1, с. 18-23.
2. Мирсалимов В.М. Зарождение дефекта типа трещины во втулке контактной пары // *Математическое моделирование*, 2005, том 17, №2, с. 35-45.
3. Ахмедова М.В. Зарождение трещин в тонкой пластине, ослабленной периодической системой криволинейных отверстий // *Вестник ЧПГУ им. И.Я. Яковлева, серия: Механика предельного состояния*, 2013, №4 (18), с. 3-14.
4. Искендеров Р.А. Зарождение трещины при поперечном изгибе изотропной пластины, ослабленной периодической системой круговых отверстий // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2013, №3, с. 18-28.
5. Гасанов Ф.Ф. Зарождение трещин в изотропной среде с периодической системой круговых отверстий, заполненных жесткими включениями, при продольном сдвиге // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2014, №3, с. 44-50.
6. Мир-Салим-заде М.В. Зарождение трещин в перфорированной подкрепленной пластине // *Прикл. мех. и техн. физика*, 2008, том 49, № 6, с. 170-180.
7. Zolgharnein E., Mirsalimov V.M. Nucleation of a Crack under Inner Compression of Cylindrical Bodies // *Acta Polytechnica Hungarica*, 2012, Vol. 9, № 2, p. 169-183.
8. Mirsalimov V.M., Hasanov Sh.G. Modeling of crack nucleation in covering on an elastic base // *International Journal of Damage Mechanics*, 2014, Vol. 23(3), p. 430-450.

9. *Мирсалимов В.М.* Неоднородные упругопластические задачи. – М.: Наука, 1987. 256 с.
10. *Панасюк В.В.* Механика квазихрупкого разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1991, 416 с.
11. *Rusinko A., Rusinko K.* Plasticity and Creep of Metals. – Springer, Verlag Berlin Heidelberg, 2011, 436 с.
12. *Mirsalimov M.V., Rustamov B.E.* Simulation of Partial Closure of a Crack-Like Cavity with Cohesion between the Faces in an Isotropic Medium // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2013, № 6, p. 1021-1029.
13. *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707 с.
14. *Panasyuk V.V., Savruk M.P. and Datsyshyn A.P.* A general method of solution of two-dimensional problems in the theory of cracks. // *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 9, №2, 1977, p. 481-497.

References

1. *Bolotin, V.V.* (1986). Mechanics of the initiation and initial development of fatigue cracks. *Soviet materials science*, Vol. 22, Issue 1, p. 14-19.
2. *Mirsalimov, V.M.* (2005). Initiation of defects such as a crack in the bush of contact pair. *Matem. Mod.* Vol. 17, № 2, p. 35-45.
3. *Akhmedova, M.V.* (2013). Cracks nucleation in thin plate, weakened by the periodic system of the curvilinear holes. *Vestnik of I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Line: Mechanics of definable state.* № 4 (18), p. 3-14.
4. *Iskenderov, R.A.* (2013). The crack nucleation in the isotropic plate, weakened by a periodical system of circular holes under transverse bending. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, №3, P. 18-28.
5. *Hasanov, F.F.* (2014). Nucleation of cracks in isotropic medium with periodic system of the circular holes filled with rigid inclusions, at longitudinal shear. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, №3, p. 44-50.
6. *Mir-Salim-zade, M.V.* (2008). Generation of cracks in a perforated reinforced plate. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 49, Issue 6, p. 1030-1039.
7. *Zolgharnein, E., Mirsalimov, V.M.* (2012). Nucleation of a Crack under Inner Compression of Cylindrical Bodies. *Acta Polytechnica Hungarica*, Vol. 9, №2, p. 169-183.
8. *Mirsalimov, V.M., Hasanov, Sh.G.* (2014). Modeling of crack nucleation in covering on an elastic base. *International Journal of Damage Mechanics*, Vol. 23(3), p. 430–450.
9. *Mirsalimov, V.M.* (1987). *Non-one-dimensional elastoplastic problems*. Moscow: Nauka. 256 p.
10. *Panasyuk, V.V.* (1991). *Mechanics of quasibrittle fracture of material*. Naukova Dumka, Kiev. 416 p.
11. *Rusinko, A., Rusinko, K.* (2011). *Plasticity and Creep of Metals*. Springer, Verlag Berlin Heidelberg. 436 p.
12. *Mirsalimov, M.V., Rustamov, B.E.* (2013). Simulation of Partial Closure of a Crack-Like Cavity with Cohesion between the Faces in an Isotropic Medium. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, №6, p. 1021-1029.
13. *Muskhelishvili, N.I.* (1977). *Some Basic Problems of Mathematical Theory of Elasticity*. Amsterdam: Kluwer, 707 p.
14. *Panasyuk, V.V., Savruk, M.P. and Datsyshyn, A.P.* (1977). A general method of solution of two-dimensional problems in the theory of cracks. *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 9, № 2, p. 481-497.

CRACKING IN CIRCULAR DISK UNDER THE INFLUENCE OF VOLUME FORCES

N.M. Kalantarly

Institute of Mathematics and Mechanics of NAS of Azerbaijan

A circular metal disk under the influence of volume forces is considered. The solution of fracture mechanics problem of crack nucleation in the circular disk under action of volume forces is given. The model of weakened interparticle bonds zone on condition of plastic flow under constant stress is used.

KEY WORDS: circular disk, zone of weakened interparticle bonds of material, cracking, volume forces.