

**ЭЛЕМЕНТЫ ДИССИПАТИВНОЙ ТЕОРИИ СИЛОВОГО  
СОПРОТИВЛЕНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА**

В.М. БОНДАРЕНКО, *д-р техн. наук, профессор*  
НИИСФ РААСН  
127238 Москва, Локомотивный пр-д, д.21

*В диссипативной постановке предложена методика оценки силового сопротивления железобетона, учитывающая нелинейность, неравновестность деформирования и коррозионные повреждения.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** неравновестность, железобетон, силовое сопротивление.

Силовое сопротивление бетона деформированию зависит от знака, уровня, режима нагружения, а так же от возраста и сопутствующих характеристик среды (физико-химических особенностей, температуры и т.п.). Силовые деформации нелинейно связаны с напряжением, развиваются неравновесно.

При разгрузке часть силовых деформаций обратима (восстанавливаемая), часть необратима (невосстанавливаемая). Это обуславливает диссипацию энергии деформирования и снижает потенциал отпорность.

Полные силовые деформации складываются из частых деформаций: мгновенных, следящих за напряжениями, и запаздывающих, следующих за напряжениями; мгновенные деформации равновестны, запаздывающие – неравновестны. Часто первые называются упругими деформациями, вторые – деформациями ползучести, накапливаемыми во времени. Кроме того, существует т.н. кратковременная ползучесть (быстронатекающая ползучесть), которая также «следит» за изменениями напряжений.

Исходное уравнение силового сопротивления бетона для полных относительных деформаций имеет запись

$$\varepsilon(\sigma, t, t_0) = \frac{S_{\text{мгн}}(\sigma, t)}{E_{\text{мгн}}(t)} + S_{\text{пол}}(\sigma, t)C_0(t, t) - \int_{t_0}^t S_{\text{пол}}(\sigma, \tau) \frac{dC_0(\tau, t_0)}{d\tau} d\tau, \quad (1)$$

в частности, при  $\sigma(\tau) = \sigma(t) = \text{const}$ :

$$\varepsilon(\sigma, t, t_0) = \frac{S_{\text{мгн}}(\sigma, t)}{E_{\text{мгн}}(t)} + S_{\text{пол}}(\sigma, t)C_0(t, t_0). \quad (2)$$

В формуле (1) первое слагаемое – относительные мгновенные деформации, второе слагаемое – относительные деформации кратковременной ползучести, третье слагаемое – относительные деформации режимной (накапливаемой во времени) ползучести;  $\sigma$  - напряжение;  $t_0, \tau, t$  - время начала отчета, текущее время,  $t$  - время окончания отчета,  $E_{\text{мгн}}$  - модуль мгновенной деформации,  $C_0$  - мера простой ползучести;  $S_{\text{мгн}}$  - функция напряжений для мгновенной деформации,  $S_{\text{пол}}$  - функция напряжений для деформации ползучести.

В линейной постановке  $S = 1$ , в нелинейной  $S(t) > S(\tau)$ .

Среди возможных записей нелинейной функции напряжений обозначим предложение Васильева П.И.:

$$S = \sigma \left[ 1 + v \left( \frac{\sigma}{R} \right)^m \right] \quad (3)$$

и предложение Граффа:

$$S = a\sigma^b, \quad (4)$$

Где  $v, m, a$  и  $b$  – эмпирические параметры нелинейности, например, при осевом сжатии [1]

$$v_{\text{мгн}} = \frac{37,5}{R}; m_{\text{мгн}} = 5,7 - 0,05R; v_{\text{пол}} = \frac{45}{R}; m_{\text{пол}} = 5,0 - 0,07, \quad (5)$$

где  $R$  - в МПа.

Заметим, что С.Е. Фрайфельд для упрощения решений предложил применять так называемую Гуковую форму уравнения силового сопротивления:

$$\mathcal{E}(\sigma, t, t_0) = \frac{\sigma(t)}{E_{\text{вр}}(\sigma, t, t_0)}, \quad (6)$$

где  $E_{\text{вр}}$  – т.н., нелинейный временный модуль полных деформаций,

$$E_{\text{вр}}(\sigma, t, t_0) = \left[ \frac{S_{\text{мгн}}(\sigma, t)}{\sigma(t)E_{\text{мгн}}(t)} + \frac{S_{\text{пол}}(\sigma, t, t_0)C_0(t, t)}{\sigma(t)} - \int_{t_0}^t \frac{S_{\text{пол}}(\sigma, \tau)}{\sigma(\tau)} \frac{dC_0(\tau, t_0)}{d\tau} d\tau \right]^{-1}, \quad (7)$$

в частности, при  $\sigma(\tau) = \text{const}$

$$E_{\text{вр}}(\sigma, t, t_0) = \frac{1}{\sigma(t)} \left[ \frac{S_{\text{мгн}}(\sigma, t)}{E_{\text{мгн}}(t)} + S_{\text{пол}}(\sigma, t)C_0(t, t_0) \right]^{-1} \quad (8)$$

в том числе в линейной постановке временный линейный модуль деформации

$$E_{\text{вр,л}}(t, t_0) = \left[ \frac{1}{E_{\text{мгн}}(t)} + C_0(t, t_0) \right]^{-1} = \frac{E_{\text{мгн}}(t)}{1 + E_{\text{мгн}}(t)C_0(t, t_0)}, \quad (9)$$

при этом существенно, что одинаковые по форме записи функции напряжений  $S$  для мгновенной деформации и для деформации ползучести, отличаются друг от друга количественно(5).

Это отличие затрудняет непосредственное использование формулы (1) в полном комплексе задач, в том числе при расчете двух и трехмерных конструкций. Указанные трудности преодолены с помощью предложения Ю.Н. Работнова [9] о замене нелинейного уравнения (1) квазилинейным уравнением [10]:

$$\mathcal{E}(\sigma, t, t_0) = \frac{\sigma}{E_{\text{вр}}(\sigma, t, t_0)} \text{ или } \mathcal{E}(\sigma, t, t_0) = \frac{S(\sigma, t, t_0)}{E_{\text{вр,л}}(t, t_0)}. \quad (10)$$

Поскольку расхождение в части влияния частной нелинейности между мгновенными деформациями и деформациями ползучести, накапливаемые во времени, достигают максимальной величины при режиме полного нагружения в момент  $t_0$  и неизменном  $\sigma$  до  $t$ , постольку поиск значений единых величин параметра  $\bar{V}$  и  $\bar{m}$  для квазилинейного замещающего уравнения (6) производится при  $\sigma = \text{const}$  и с помощью фиксации двух уровней нагружения.

С принятием равных значений  $\mathcal{E}$  для (2) и (10) при  $\delta = R$  и  $\delta = \gamma R$ , где  $0,6 < \gamma < 0,8$ [10]:

$$\bar{v} = \left[ \frac{1 + v_{\text{мгн}}}{1 + \varphi(t, t_0)} + (1 + v_{\text{пол}})\varphi(t, t_0) \right]^{-1};$$

$$\bar{m} = \frac{\ln \frac{1}{\bar{v}}}{\ln \gamma} \left[ \frac{1 + v_{\text{мгн}} \gamma^{m_{\text{мгн}}}}{1 + \varphi(t, t_0)} + (1 + v_{\text{пол}} \gamma^{m_{\text{пол}}})\varphi(t, t_0) \right]^{-1}. \quad (11)$$

Как показано в [5], точность замены записи (1) записью (10) – 97% и более. Полученный результат, и только он, позволяет построить диаграмму напряжений – полные относительные деформации для фиксированных  $t_0, t_i$  – это порождает для разных сочетаний  $t_0, t_i$ , разные, но аналогичные диаграммы. В частности, представительно построить диаграмму  $\mathcal{E} - \sigma$ , при  $t_0 = 28$  суток и  $t = \infty$  (рис. 1). Заметим, что для большинства прикладных задач вместо функций напряжений (3) предпочтительно использование (4).

Теперь восходящая ветвь диаграммы (рис.1) описывается формулой:

$$\bar{\varepsilon}(\delta, t, t_0) = \bar{a} \sigma^{\bar{b}}. \quad (12)$$

Искомые величины  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  находятся из условий равенства значений  $S$  по (3) и по (4) в двух фиксированных точках диаграммы  $\sigma = \sigma_t (= R)$ ,  $\sigma = \gamma \sigma_t (= \gamma R)$  (удобно принимать  $0,6 < \gamma \leq 0,8$ )

$$\bar{b} = 1 + \frac{1}{\ln \gamma} \ln \frac{(1 + \bar{V} \gamma^{\bar{m}})}{1 + \bar{V}}, \quad \bar{a} = \frac{(1 + \bar{V}) R^{1 - \bar{b}}}{E_{\text{вр,л}}(t, t_0)}. \quad (13)$$

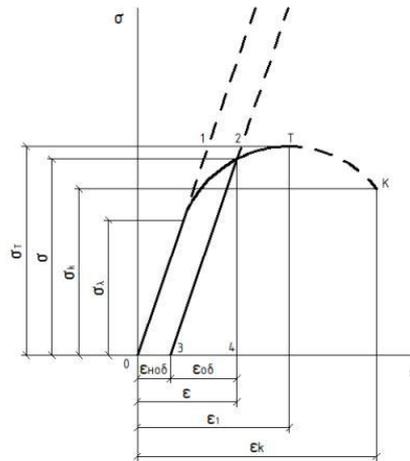


Рис. 1. Диаграмма напряжения-полные относительные деформации при неубывающем нагружении сжатием, уравнение (1) относится к восходящей ветви ОТ. Здесь  $\sigma_L$  — наибольшие напряжения линейного деформирования;  $\sigma$  — действующее напряжение,  $\epsilon$  — соответствующее полной относительной деформации;  $\sigma_T$  — максимальные возможные напряжения;  $\epsilon_k$  — соответствующие полные деформации;  $T$  — точка «невозврата»,  $K$  — точка разрушения.

Конструкции зданий и сооружений, эксплуатирующихся в агрессивной среде, коррозионно повреждаются. Это снижает их силовое сопротивление и должно учитываться при оценке резервов конструктивной безопасности. Основным вариантом взаимодействия конструкций и агрессивной среды считается такой, при котором коррозия материала начинается после полного нагружения конструкции и при сформировавшемся напряженно-деформированном состоянии. Коррозийные повреждения начинаются на внешней поверхности конструкции и далее продвигаются в ее глубину. При этом действующие напряжения не превышают предела длительной прочности бетона  $R_{длит}$ , а процесс продвижения фронта коррозионного повреждения затухает и, наконец, фиксируется рис. 2. [4]

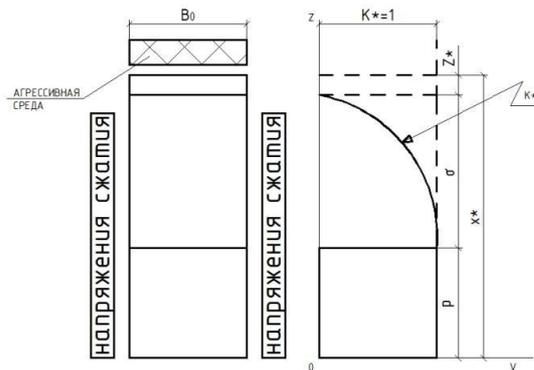


Рис. 2. Схема изменения сечений сохранения механических характеристик по глубине образца

На рис. 2 обозначено:  $b_0$  — ширина образца,  $b_1$  — перпендикулярный размер образца,  $X^*$  — вертикальный размер образца,  $Z^*$  — высота (толщина) слоя полного разрушения бетона (табл.1),  $\sigma$  — толщина переходной зоны поврежденного образца [3],  $p$  — высота неповрежденного слоя образца,  $K^*$  — коэффициент сохранения

ния исходных механических характеристик силового сопротивления бетона при коррозионных повреждениях.

Табл. 1. Скорость образований  $Z^*$ -мм/год.

Степень агрессивности среды	Скорость мм/год
слабая	до 0,4
средняя	от 0,4-1,2
сильная	> 1,2

Очевидно, что в пределах зоны  $Z^*$ , вплоть до границы с переходной зоны  $\delta$ , бетон полностью разрушен и  $K^* = 0$ ; в переходной зоне вплоть до границы с зоной неповрежденного бетона  $p$  коэффициент сохранения ( $0 < K^* < 1$ ) постепенно повышается, а в зоне  $p$  становится равным единице  $K^* = 1$  (рис. 2).

Из этого следует аппроксимация функции сохранения:

$$K^*(z) = \sum_{i=0}^{i=2} a_i z^i, \quad (14)$$

справедливой для всех механических характеристик

$$K^*(z) = \frac{R^*(z)}{R} = \frac{E^0(z)}{E_0} = \frac{c_0}{c^*(z)} = \frac{K_{об}^*}{K_{об}} = \dots \quad (15)$$

Так как из геометрических признаков сопряжения кривой сохранения  $K^*$  вытекают условия при  $z = p \rightarrow K^*(p) = 1$ ;

$$\text{при } z = p + \sigma \rightarrow K^*(p + \sigma) = 0; \quad \frac{dK^*(p+\delta)}{dz} = 0, \quad (16)$$

$$\text{то } a_0 = 1 - \left(\frac{p}{\delta}\right)^2; \quad a_1 = \frac{2p}{\delta^2}; \quad a_2 = -\frac{1}{\delta^2}; \quad (17)$$

причем  $Z^*$  устанавливается натурными замерами или с помощью регламентных документов табл. 1;  $\delta$  вычисляется из уравнения [3],

$$\frac{d(\Delta\delta)}{dt} = -\alpha (\Delta\delta)^m \quad \text{где } \Delta\delta = \frac{\delta_{кр} - \delta}{\delta_{кр}}, \quad (18)$$

где  $\alpha, m, \delta_{кр}$  - назначаются эмпирически в зависимости от величины действующих напряжений при  $m \geq 1$ , что соответствует асимптотически затухающему развитию коррозионных повреждений по глубине  $z$  [3] откуда

$$\delta(t) = f_m(\alpha, m, t) \delta_{кр}(\sigma, t_0), \quad (19)$$

$$\text{для } m = 1 f_1 = 1 - \Delta\delta(t_0, t_0) e^{-\alpha(t-t_0)}, \quad (20)$$

$$\text{для } m > 1 f_m = 1 - \langle [\Delta\delta(t_0, t_0)]^{(-m+1)} + \alpha[(-m+1)](t-t_0) \rangle^{\frac{1}{(-m+1)}}, \quad (21)$$

$$\Delta\delta(t_0, t_0) = 1 - \frac{\delta(t_0, t_0)}{\delta_{кр}(\sigma, t_0)}. \quad (22)$$

Полученные данные позволяют исследовать силовое сопротивление конструкций в частности изогнутого железобетонного бруса. Для этого используются известные соотношения между кривизной бруса, изгибающим моментом, жесткостью его сечения, а также гипотеза плоских сечений.

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{D(x)}; \quad \frac{1}{\rho(x)} = \frac{\varepsilon(x, z)}{z} \quad \text{откуда } \varepsilon(x, z) = \frac{M(x)}{M_{пр(x)}} z, \quad (23)$$

где  $z$  отсчитывается от нейтральной оси эпюры напряжений, следовательно, из (12), (13) вытекает

$$\varepsilon(x, z) = \bar{a} \sigma^{\bar{b}} = \frac{M(x)}{D(x)} z, \quad \sigma(z) = \left[ \frac{E_{врл}}{(1+\bar{v}) D R^{1-\bar{b}}} M(x) z \right]^{\frac{1}{\bar{b}}}. \quad (24)$$

Далее, умножив и разделив выражения в квадратных скобках (24) на  $x$  и  $M_{пр}$ , получим формулу для напряжения и сжатия бруса

$$\sigma(z) = \left[ \frac{E_{врл} M_{пр} X}{(1+\bar{\nu}) R D} \right]^{\frac{1}{b}} \left[ \frac{M(x)}{M_{пр}(x)} \right]^{\frac{1}{b}} R \left( \frac{z}{X} \right)^{\frac{1}{b}}, \quad (25)$$

при этом  $\frac{E_{врл}}{(1+\bar{\nu})R} = \frac{1}{\epsilon_R}$  и  $\frac{M_{пр}(x)X}{D(x)} = \epsilon_R$ ; (26)

откуда  $\sigma(z) = \left[ \frac{M(x)}{M_{пр}(x)} \right]^{\frac{1}{b}} R \left( \frac{z}{X} \right)^{\frac{1}{b}} = \sigma_{\phi}(x) \left( \frac{z}{X} \right)^{\frac{1}{b}},$  (27)

где  $\sigma_{\phi}(x) = \left[ \frac{M(x)}{M_{пр}(x)} \right]^{\frac{1}{b}} R$  (28)

при  $\sigma_{\phi}(x)$  - напряжения сжатия фибры неповрежденного бруса.

Из (8) следует, что при изменении изгибающих моментов  $M$  в полном диапазоне от  $M(x) = 0$  до напряжений  $M(x) = M_{пр}(x)$ , эпюры нормальных напряжений аффинноподобны (рис 3). Это объясняется формальным переносом диаграммы сжатия (рис. 2) для однороднонапряженного состояния при осевом нагружении на эпюру сжатой зоны изгибаемого бруса, но на неоднородного напряженного состояния.

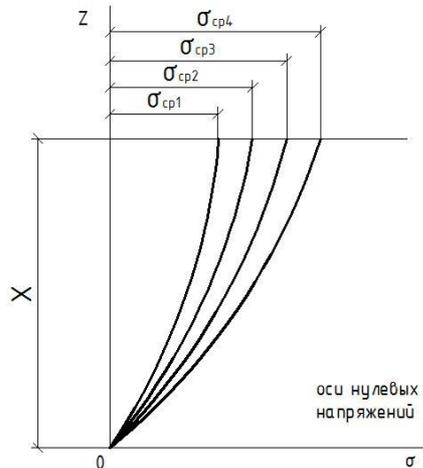


Рис. 3. Схема эпюр нормальных напряжений в изгибаемом брус по (27).

Между тем, с ростом изгибающего момента  $M(x)$  меняется форма эпюры: при малых  $M(x)$  она очерчивается фигурой, близкой к треугольнику, при больших  $M(x)$ , приближающихся к предельному моменту  $M_{пр}(x)$ , она становится прямоугольной. Указанное противоречие снимается заменой множителя (28)  $\left( \frac{z}{X} \right)^{\frac{1}{b}}$  множителем  $\left( \frac{z}{X} \right)^{\eta}$ , который принимают по [1]

$$\eta = 1 - (1 - f_0) \frac{M(x)}{M_{пр}(x)} \quad \text{при} \quad f_0 = \frac{E_R^K}{E_0^K}, \quad (29)$$

где  $E_0^K$  - касательный модуль деформаций при нулевых напряжениях,  $E_R^K$  - тоже при напряжениях, соответствующих разрушению бетона.

Далее  $f_0$  расчетно принимается равным нулю и, следовательно, [1]

$$\eta = 1 - \frac{M(x)}{M_{пр}(x)} \quad \text{и} \quad \sigma(z) = \sigma_{\phi}(x) \left( \frac{z}{X} \right)^{\eta}. \quad (30)$$

Отсюда следует, что при  $M(x) \rightarrow 0$  будет  $\eta = 1$ , эпюра нормальных напряжений сжатия в изгибаемом брус очерчивается треугольником, а при  $M(x) = M_{пр}(x)$ , что соответствует постановке СНиП, эпюра будет прямоугольной (рис. 4).

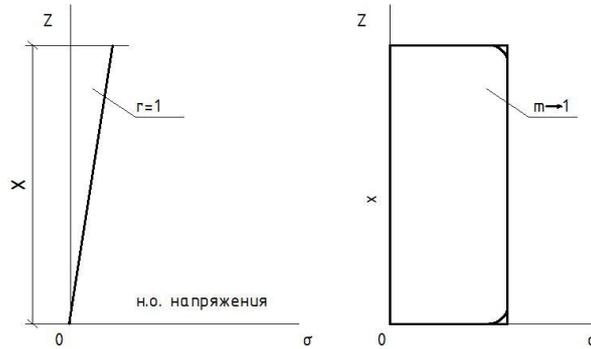


Рис. 4. Схема расчетных эпюр нормальных напряжений сжатия в изгибаемом брусе.

Для поврежденных коррозией бетонных элементов с учетом (15), (28) получается

$$\sigma(z) = \sigma_{\phi}(x) K^*(z) \left( \frac{z}{X^* - z^*} \right)^{\eta} \quad (31)$$

при 
$$\sigma_{\phi}^*(x) = \left[ \frac{M(x)}{M_{\text{пр}}^*(x)} \right]^{\frac{1}{b}} R, \quad (32)$$

где  $M_{\text{пр}}^*(x)$  - предельный изгибающий момент силового сопротивления (несущая способность). В дальнейшем записи (27) и (32) применяются только для расчета фибровых напряжений  $\sigma_{\phi}(x)$  неповрежденных и  $\sigma_{\phi}^*(x)$  - для поврежденных коррозией бруса. Эпюры нормальных напряжений в сжатой части поперечных сечений для поврежденного коррозией железобетонного бруса приведено на рис. 5.

Далее, используя условия равновесия всех сил на горизонтальную ось и моментов этих сил, отсчитываемых относительно центра тяжести растянутой арматуры, установим характеристики силового сопротивления сечений изогнутых железобетонных брусьев.

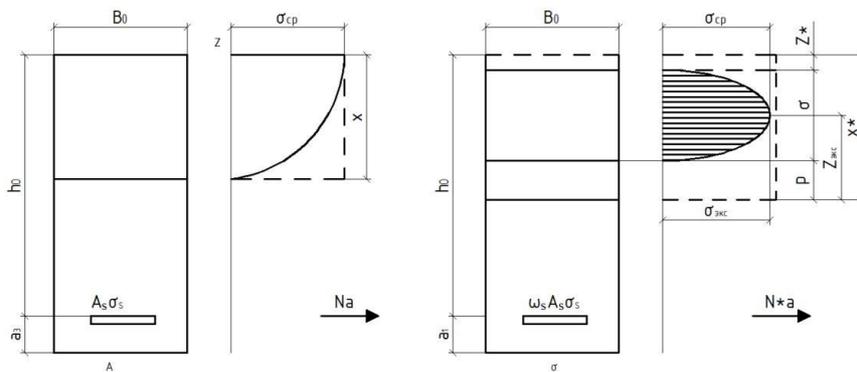


Рис. 5. Эпюры нормальных напряжений в сжатых частях сечения.

А. Неповрежденный коррозией брус /с учетом (28) и (30)/.

Усилия в сжатом бетоне:

$$N_b = b_0 \int_0^X \sigma(z) dz = \frac{b_0}{1+\eta} \left[ \frac{M(x)}{M_{\text{пр}}(x)} \right]^{\frac{1}{b}} R X = \frac{b_0 R}{2 - \frac{M(x)}{M_{\text{пр}}(x)}} \left[ \frac{M(x)}{M_{\text{пр}}(x)} \right]^{\frac{1}{b}} X. \quad (33)$$

Усилия в растянутой арматуре:  $N_s = A_s \sigma_s$

Высота сжатой части сечения:

$$N_b - N_s = 0, \quad X = (1 + \eta) \frac{A_s \sigma_s}{b_0 \sigma_\phi} = \left[ 2 - \frac{M(x)}{M_{\text{пр}}(x)} \right] \frac{A_s \sigma_s}{b_0 R} \left[ \frac{M_{\text{пр}}(x)}{M(x)} \right]^{\frac{1}{b}}. \quad (34)$$

В предельном частном случае  $M(x) > M_{\text{пр}}(x)$ ;  $\sigma_\phi = A_s$ ;  $\eta = 0$ ,

$$N_{\text{впр}} = b_0 R X, \quad X = \frac{A_s R_s}{b_0 R}, \quad (35)$$

$$M_{\text{пр}}(x) = b_0 R X \left( h_0 - \frac{X}{2} \right). \quad (36)$$

Б. Поврежденный коррозией брус с учетом (31),

$$N_b^* + N_p - N_z^* = 0,$$

$$N_b^* = b_0 \int_{X^* - (\delta + z^*)}^{X^* - z^*} \sigma(z) dz = b_0 \left[ \frac{M(x)}{M_{\text{пр}}(x)} \right]^{\frac{1}{b}} \frac{R}{(X^* - z^*)^\eta} \sum_{i=2}^{i=2} a_i \frac{z^{i+1+\eta}}{i+1+\eta} \Big|_{X^* - (\delta + z^*)}^{X^* - z^*} \quad (37)$$

$$N_p = b_0 P \sigma_\phi = b_0 [X^* - (\delta + z^*)] \sigma_\phi = -b_0 (\delta + z^*) \sigma_\phi + b \sigma_\phi X^*; \quad N_s^* = \omega_s A_s \sigma_s, \quad (38)$$

при  $X^* = p + \delta + z^*$

Применяя условие равновесия (30), получаем равенство:

$$\frac{1}{(X^* - z^*)} \sum_{i=2}^{i=2} a_i \frac{z^{i+1+\eta}}{i+1+\eta} + X^* = \delta + z^* + \frac{\omega_s A_s \sigma_s}{b_0 R} \left( \frac{M_{\text{пр}}(x)}{M(x)} \right)^{\frac{1}{b}}, \quad (39)$$

решение которого относительно  $X^*$  дает значение высоты сжатой зоны; в частности, для  $\eta > 0$  решение сводится к кубическому уравнению, а для  $\eta = 1$  к уравнению четвертой степени.

Предельный изгибающий момент  $M_{\text{пр}}^*(x)$  находится по (14) и (31) при условии

$$M(x) = M_{\text{пр}}^*(x), \quad \text{т. е.} \quad \eta = 0,$$

$$\sigma^*(z) = K^*(z) \left[ \frac{M(x)}{M_{\text{пр}}^*(x)} \right]^{\frac{1}{b}} \left( \frac{z}{X^* - z^*} \right)^\eta R, \quad (40)$$

$$M_{\text{пр}}^*(x) = b_0 \int_{X^* - (\delta + z^*)}^{X^* - z^*} \sigma^*(z) (h_0 - X^* + z) dz,$$

$$\text{т. е.} \quad M_{\text{пр}}^*(x) = R b_0 \int_{X^* - (\delta + z^*)}^{X^* - z^*} (h_0 - X^* + z) \sum_{i=2}^{i=2} a_i z^i dz; \quad (41)$$

в том числе, в частном случае  $z^i = 0$ ,  $P = 0$ ,  $X^* = \delta$ :

$$M_{\text{пр}}^*(x) = R b_0 \left[ (h_0 - X^*) \sum_{i=2}^{i=2} a_i \frac{(X^*)^{i+1}}{i+1} + \sum_{i=2}^{i=2} a_i \frac{(X^*)^{i+1}}{i+1} \right]. \quad (42)$$

Далее в интересах упрощения расчетов при учете нелинейности и неравномерности деформирования и влияния коррозионных повреждений для переходной области, а также при необходимости – для зоны неповрежденного бетона вводится интегральный модуль деформаций [1]. Для этого уравнение силового сопротивления применяется в т.ч. и в Гуковой форме

$$\varepsilon_{\text{инт}}(t, t_0) = \frac{\sigma}{E_{\text{инт}}}, \quad (43)$$

а также, используются известные соотношения

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{D} \quad \text{и} \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon}{z}, \quad \varepsilon = \frac{M}{D} z. \quad (44)$$

Сопоставляя значения полных относительных деформаций по (43) с их значениями по (44), выписываем величину их отклонения в каждой дискретной точке по высоте сечения

$$\Delta = \varepsilon - \varepsilon_{\text{инт}}, \quad (45)$$

которое вытекает из замены исходной записи (1) записью (43).

С целью компенсации указанного отклонения используем квадратичную минимизацию  $m$  моментного отклонения по  $\frac{1}{E_{\text{инт}}}$  [1]:

$$\frac{\delta}{\delta \frac{1}{E_{\text{инт}}}} \int_{\rho}^q (\Delta z^m)^2 dz = 0, \quad (46)$$

где  $q$  и  $\rho$  граница области минимизации, откуда получаем

$$E_{\text{инт}} = \frac{\int_{\rho}^q \sigma^2 z^{2m} dz}{\int_{\rho}^q \varepsilon \sigma z^{2m} dz}, \quad (47)$$

а) для неповрежденного коррозией изгибаемого железобетонного бруса ( $\rho = 0$ ;  $q = X$ )

$$\text{при} \quad \sigma(x, z) = \left[ \frac{M(x)}{M_{\text{пр}}(x)} \right]^{\frac{1}{b}} R \left( \frac{z}{X} \right)^{\eta}, \quad (48)$$

$$E_{\text{инт}}(x) = \frac{\left[ \frac{M(x)}{M_{\text{пр}}(x)} \right]^{\frac{1}{b}-1} RD \int_0^X z^{2m+2\eta} dz}{M_{\text{пр}}(x) X^{\eta} \int_0^X z^{1+\eta+2m} dz}, \quad (49)$$

$$\text{или} \quad E_{\text{инт}}(x) = \frac{(2+\eta+2m)D(x)R}{(1+2\eta+2m)M_{\text{пр}}(x)X(x)} \left[ \frac{M(x)}{M_{\text{пр}}(x)} \right]^{\frac{1}{b}-1}; \quad (50)$$

б) для поврежденного коррозией изгибаемого железобетонного бруса, а при  $\rho = X^* - (\delta + z^*)$ ;  $q = X^* - z^*$ , при  $z^* > 0$ ;  $\rho \geq 0$

$$\sigma^*(z) = \sigma_{\Phi}(x) K^*(z) \left( \frac{z}{X^* - z^*} \right)^{\eta}, \quad (31)$$

$$K^*(z) = \sum_{i=0}^{i=2} a_i z^i, \quad (14)$$

$$E_{\text{инт}}^*(x) = \frac{\left[ \frac{M(x)}{M_{\text{пр}}^*(x)} \right]^{\frac{1}{b}-1} D(x)R \int_{X^* - (\delta + z^*)}^{X^* - z^*} [K^*(z)]^2 z^{2m+2\eta} dz}{M_{\text{пр}}^*(x) (X^* - z^*)^{\eta} \int_{X^* - (\delta + z^*)}^{X^* - z^*} K^* z^{1+\eta+2m} dz}.$$

Одновременно в изгибаемых железобетонных элементах неоднородность структуры бетона обуславливает неравномерность сцепления арматуры с бетоном и неравномерность распределения деформации вдоль оси элементов. С ростом нагрузки, указанные явления усугубляются, на отдельных участках происходит их интенсивное нарастание, появляются трещины.

Во времени к этому присоединяются воздействия ползучести. Совокупно все это приводит к уменьшению жесткости и увеличению прогибов. Вместе с тем, на участках, на которых действующие изгибающие моменты не превышают моментов трещинообразования, сохраняется сплошность сечений, а жесткость может быть рассчитана методами сопротивления материалов. На участках с трещинами такими приемами устанавливать жесткость невозможно и используется условный учет вклада растянутого бетона в жесткость с помощью расчетного увеличения модуля деформации растянутой арматуры. Это осуществляется введением к нему коэффициента  $1/\psi_s$ . Таким образом, при установлении жесткости элементов на разных участках железобетонного бруса применяются разные приемы оценки участия растянутого бетона. Поэтому в интересах методологического единства в [1] предложен общий прием оценки жесткости, который состоит в применении  $\psi_s$  во всем диапазоне изгибающих моментов ( $0 < M < M_{\text{пред}}$ ); при этом учитывается влияние ползучести бетона и его коррозионных повреждений.

Расчетные формулы для коэффициентов  $\psi_s$  в области  $0 < M < M_{\text{тр}}^*$ , т.е. до образования поперечных трещин, как и в области  $M > M_{\text{тр}}$ , строятся на основании опытов об изменении прогибов изгибаемых элементов (рис.6).

Значение  $\psi_0$  устанавливается из условия равенства силового сопротивления бетонного образца сопротивлению железобетонного образца с учетом замены растянутой зоны влиянием арматуры при  $\psi_s = \min \psi_s$

$$\psi_{s0} = \frac{1}{1 + \frac{E_b J_s}{E_s J_s}} \quad \text{или} \quad \psi_{s0}^* = \frac{1}{1 + \frac{E_b J_s}{\omega_s E_s J_s}}, \quad (52)$$

при этом участок кривой, соответствующий  $M > M_{\text{тр}}$  или  $M > M_{\text{тр}}^*$  описывается соотношением [6,7,8]

$$\psi_{s(\text{пт})} = \left[ a_{\text{пт}} + b_{\text{пт}} \left( \frac{M}{M_{\text{пр}}} \right)^{C_{\text{пт}}} \right] \Phi(\psi, t). \quad (53)$$

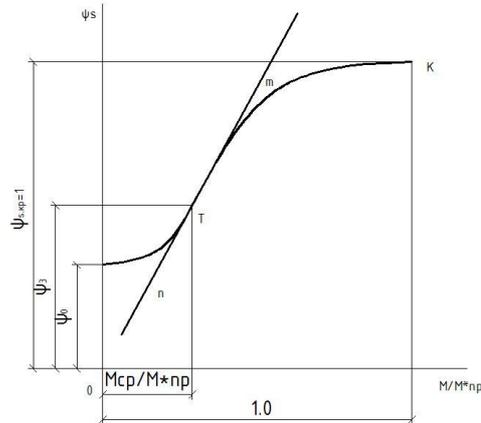


Рис.6. Схема изменения коэффициента  $\psi_s$  в зависимости от уровня действующего момента  $M/M_{пр}$ .

Здесь индексы “пт” обозначают область применения в зоне после появления трещин (табл. 2,3,4).

Таблица 2

Параметры	[16]	[17]	[15]
$a_{пт}$	1	1	1,3
$b_{пт}$	$-\frac{M_{bt}M_{тр}}{M_{пр}^2}$	$-d \frac{M_{bt}}{M_{пр}}$	$-S \frac{M_{bt}}{M_{пр}}$
$c_{пт}$	-3	-1	-1

Таблица 3

Тип поверхности арматуры	Характеристика нагрузки					
	Статическая кратковременная		Статическая длительная		Динамическая	
	d	s	d	s	d	s
Периодическая арматура	0,8	1,1	0,4	0,8	0	0,3
Гладкая арматура	0,7	1,0	0,3	0,8	0	0,3

$\Phi(\psi, t)$ – множитель продолжительности нагружения:

$$\Phi(\psi, t) = 1 + \delta(\psi)r(t), \text{ при } \delta = \alpha - \beta\psi + \gamma\psi^2; r(t) = \frac{C_0(t, t_0)}{C_0(\infty, t_0)}, \quad (54)$$

где  $t_0 = 28$  суток, а значения параметров  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  приведены в таблице 4.

Таблица 4

Вид напряженного состояния	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Изгиб	2,26	3,71	1,45
Внецентренное сжатие	1,0	2,75	0,65

Участок кривой  $\psi_{бдт}$  описывается функцией аналогичной (53), коэффициенты  $a_{дт}, b_{дт}, c_{дт}$  устанавливаются из условия сопряженности частей кривой  $\psi_s$  в точке  $T$ , т.е.

$$\psi_{сдт}(T) = \psi_{спт}(T); \left. \frac{d\psi_{спт}}{dM/M_{пр}} \right| = \left. \frac{d\psi_{сдт}}{dM/M_{пр}} \right| \frac{M}{M_{пр}} = \frac{M_{тр}}{M_{пр}}, \quad (55)$$

откуда 
$$C_{дт} = \frac{b_{пт}c_{пт}}{\psi_{сТ} - \psi_{s0}} \left( \frac{M_T}{M_{пр}} \right) c_{пт}; b_{дт} = \frac{\psi_T - \psi_0}{\left( \frac{M_T}{M_{пр}} \right) c_{дт}}, \quad (56)$$

где предельный момент и, следовательно, значения  $C_{дт}$  и  $b_{дт}$  принимаются, соответственно, «без коррозионных повреждений»  $M_{пр}$  (36) и с коррозионными повреждениями « $M_{пр}^*$ » (41).

Таким образом, получены с учетом нелинейности, неравномерности деформирования и влияния коррозионных повреждений значения высоты сжатой зоны  $X$  и  $X^*$ , предельных величин  $M_{пр}$  и  $M_{пр}^*$ , интегральных модулей деформаций  $E_{инт}$  и  $E_{инт}^*$ , коэффициентов приведения растянутого бетона при растянутой арматуре  $\Psi$  позволяют: найти положение центра тяжести приведенного сечения, необходимого для расчета жесткости

$$Y_{цт}^*(X) = \frac{\sum_{k=1}^k A_k E_k^* Y_k^*}{\sum_{k=1}^k A_k E_k^*} \quad \text{при} \quad E_s = \frac{\omega_s E_s}{\Psi_s^*}, \quad (57)$$

$Y_k^*$  - расстояние от растянутой грани сечения до центра каждого компонента сечения; расстояние, которое дает плечо от центра тяжести каждого компонента до центра тяжести приведенного сечения,

$$r_k^*(x, t, t_0) = Y_{цт}^*(x, t, t_0) - Y_{кт}(x, t, t_0). \quad (58)$$

И, как следствие, установить дрейф линии центра тяжести приведенного сечения вдоль пролета и во времени.

Определим расчетную жесткость сечения относительно приведенного центра тяжести сечения

$$D^*(x, t, t_0) = \sum_{k=1}^k D_k^*(x, t, t_0), \quad (59)$$

где  $D_1^* = A_b E_{bинт}^* r_b^2, D_2^* = \frac{\omega_s}{\Psi_s^*} E_s A_s r_s^2, \quad (60)$

$$D_3 = A_p E_{инт} r_p^2$$

Таким образом, предложена и введена в диссипативную теорию силового сопротивления железобетона, как части общей теории конструктивной безопасности сооружений, интегральная методика оценки и прогноза потенциала функциональной пригодности конструкций нелинейной неравновесной постановке с учетом влияния коррозионных повреждений.

#### Л и т е р а т у р а

1. Бондаренко В.М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. – Харьков: Изд-во Харьковского университета, 1968. – С. 330.
2. Бондаренко В.М. К вопросу об устойчивости и неустойчивости силового сопротивления железобетонных конструкций. Известия, ОрелГТУ, Орел, 3/23. 2009.
3. Бондаренко В.М. Феноменология кинетики повреждений бетона и железобетонных конструкций, эксплуатирующихся в агрессивной среде// Бетон, железобетон, 2008, № 2.
4. Бондаренко В.М., Иванов А., Мигаль Р.Е., Царева А. Д. Учет координатной изменчивости диссипативных факторов силового сопротивления деформированию// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2013, №3. – С. 35-43
5. Бондаренко С.В., Тутберидзе О.Б. Инженерные расчеты ползучести строительных конструкций. – Тбилиси: Изд-во Ганатлеба, 1982. – 550 с.
6. Немировский Я.М., Никитин Н.В. О коэффициенте  $\psi$  для расчета жесткости железобетонных элементов// Бетон и железобетон. – 1958. – №5.
7. СНиП 2012.
8. Сулов Ю.А. Исследование жестких обычных и предварительно напряженных железобетонных элементов. – М.: Изд-во Высшая школа, 1966.
9. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966 г.
10. Рекомендации по учету ползучести и усадке при расчете бетонных и железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1985. – 132 с.
11. Улицкий И.И., Руденко Н.В. Определение перемещений (жесткостей) изгибаемых и внецентренно сжатых элементов// Сб. «Строительные конструкции». – Вып.6, Киев: Изд-во Будивельник, 1965.

References

1. Bondarenko, V.M. (1968). *Nekotorye voprosy nelinejnoj teorii zhelezobetona*. Kharkov: Izd-vo Kharkovskogo universiteta. Har'kov, 330 p.
2. Bondarenko, V.M. (2009). K voprosu ob ustojchivosti i neustojchivosti silovogo soprotivlenija zhelezobetonnyh konstrukcij, *Izvestija, OrelGTU*, Orel, 3/23.
3. Bondarenko, V.M. (2008). Fenomenologijakinetikipovrezhdenijbntonaizhelezobetonnyhkonstrukcij, jekspluatirujushihsjavagressivnojsrede. *Beton, zhelezobeton*, 2,
4. Bondarenko, V.M., Ivanov, A., Migal', R.E., Careva, A. D. (2013). Uchet koordinatnoj izmenchivosti dissipativnyh faktorov silovogo soprotivlenija deformirovaniju. *Stroitel'naja mehanika inzhenernyh konstrukcij i sooruzhenij*. №3, p. 35-43.
5. Bondarenko, S.V., Tutberidze, O.B. (1982). *Inzhenernye raschety polzuchesti stroitel'nyh konstrukcij*. Tbilisi: Izd-vo Ganatleba. 550 p.
6. Nemirovskij, Ja.M., Nikitin, N.V. (1958). O koefefficente  $\psi$  dlya rascheta zhestkosti zhelezobetonnyh elementov. *Beton i zhelezobeton*, №5,
7. SNiP 2012.
8. Suslov, Ju.A. (1966). Issledovanie zhestkih obychnyh i predvaritel'no naprjazhennyh zhelezobetonnyh elementov. M.: Izd-vo Vysshaya shkola.
9. Rabotnov, Ju.N. (1966). *Polzuchest' jelementov konstrukcij*. M.: Nauka.
10. Rekomendacii po uchetu polzuchesti i usadke pri raschete betonnyh i zhelezobetonnyh konstrukcij, Strojizdat, 1985. 132 p.
11. Ulickij, I.I., Rudenko, N.V. (1965). Opredelenie peremeshhenij (zhestkosteij) izgibaemyh i vne-centrenno szhatyh elementov. Sb. "Stroitel'nye konstrukcii". Kiev: Izd-vo Budivel'nik, Vol. 6.

**THE ELEMENTS OF DISSIPATIVE THEORY  
OF FORCE RESISTANCE OF CONCRETE**

V.M. Bondarenko  
NIISF RAASN

A method of evaluation of force resistance of reinforced concrete is presented in dissipative definition which takes into the consideration non-linearity, non-balance of deforming and corrosion damages.

KEY WORDS: non-balance of deforming, reinforced concrete, force resistance.

