RUDN Journal of Philosophy 2018 Vol. 22 No. 2 149—157
Вестник РУДН. Серия: ФИЛОСОФИЯ http://journals.rudn.ru/philosophy

DOI: 10.22363/2313-2302-2018-22-2-149-157

ПРИНЦИП СВЕДЕНИЯ К АБСУРДУ КАК ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА

А.М. Анисов

Институт философии РАН
Гончарная ул., 12, стр. 1, Москва, Россия 109240

Обсуждается онтологический статус доказательств сведением к абсурду. Проблема в том, что в таких доказательствах в качестве исходной допускается невозможная (или все-таки возможная?) ситуация. Каков онтологический статус подобных ситуаций, имеют ли они онтологическое оправдание? Ответ на поставленный вопрос предполагает рассмотрение структуры доказательств сведением к абсурду, выбор подходящей логики и поиск адекватной онтологии. В статье показано, что в классическом исчислении предикатов первого порядка доказательства сведением к абсурду включают как частный случай доказательства от противного. Интуиционистское исчисление предикатов использует доказательства сведением к абсурду, однако доказательства от противного в нем не принимаются. Далее разбирается ключевое понятие «абсурд». Показано, что трактовка абсурда как бессмыслицы ведет в тупик, поскольку проблема смысла не имеет адекватного решения в современной науке. Мы не можем гарантировать наличие смыслового значения у правильно построенных выражений знаковой системы, но можем обеспечить наличие денотационного значения у таких выражений в искусственных знаковых системах. Применительно к нашей проблеме это указывает на необходимость поиска денотационного значения у противоречий. Поскольку модели логических исчислений строятся средствами теории множеств, область поиска суживается до выбора подходящей теории множеств. В статье рассматривается модифицированная теория множеств ZF, в которой аксиома существования пустого множества заменяется на ее отрицание. В этом случае удается придать противоречиям денотационное значение, но тогда противоречия вида *A* и не-*A* получают онтологическое оправдание, поскольку как *A*, так и не-*A* оказываются выполненными.

Ключевые слова: онтология, логика, вывод, противоречие, абсурд, апагогия, теория множеств

1. ПРИНЦИП СВЕДЕНИЯ К АБСУРДУ

Будет рассмотрен известный с древности принцип доказательства, получивший название «сведение (приведение) к абсурду» (лат. *reductio ad absurdum*), или «апагогия» (др. греч. εις άτοπον απαγωγή), состоящий в следующем. Чтобы доказать отрицание утверждения A, т.е. $\neg A$, допускаем само A и пытаемся вывести из него противоречие. Если вывод противоречия удался, заключаем: следовательно, A неверно, т.е. доказано $\neg A$. Более формально, если из A следует или выводится как некоторое B, так и его отрицание $\neg B$, приходим к выводу о том, что тем самым доказано $\neg A$. В семантических терминах следования это рассуждение соответствует переходу от $A \models B$ и $A \models \neg B$ к заключению $\models \neg A$ (т.е. к выводу о том, что $\neg A$ истинно во всех возможных мирах) или, в синтаксических терминах выводимости, — переходу от $A \vdash B$ и $A \vdash \neg B$ к заключению $\vdash \neg A$ (т.е. к выводу о том, что $\neg A$ является теоремой логики).

Поскольку в классической первопорядковой логике предикатов (которую мы берем за основу) следование $A_1, A_2, ..., A_n \models A$ имеет место тогда и только тогда, когда имеется выводимость $A_1, A_2, ..., A_n \vdash A$, выражения «Из допущений $A_1, A_2, ..., A_n$ следует A» и «Из допущений $A_1, A_2, ..., A_n$ выводится A» оказываются эквивалентными и можно использовать одно из них вместо другого. Мы предпочитаем синтаксическую формулировку в терминах выводимости, поскольку она соответствует формальным системам классического исчисления предикатов первого порядка. Будем пользоваться формальной системой натурального вывода, построенной в книге [1]. К числу достоинств этой системы относится применение символа выводимости «$\vdash$» на уровне объектного языка (а не метаязыка, как это обычно принято), что позволяет говорить о формальной доказуемости выражений вида $A_1, A_2, ..., A_n \vdash A$, что существенно облегчает построение выводов и доказательств в данной системе.

Выражение $A_1, A_2, ..., A_n \vdash A$ (содержательно означающее, что существует логический вывод из конечной последовательности посылок $A_1, A_2, ..., A_n$ заключения A), стандартно сокращаем до записи $\Gamma \vdash A$. Допускается случай *пустой* последовательности посылок Γ, и тогда вместо $\Gamma \vdash A$ пишем $\vdash A$, что означает существование формального доказательства A в соответствующей системе логического вывода. Таким образом, например, запись $\Gamma, A \vdash B$ распишется либо как $A_1, A_2, ..., A_n, A \vdash B$ при непустом Γ ($n \geq 1$), либо как $A \vdash B$ при пустом Γ.

Тип доказательства *сведением к абсурду* (*апагогия*) вводится в систему натурального вывода как формальное правило перехода следующего вида.

$$\frac{\Gamma, A \vdash B \qquad\qquad \Gamma, A \vdash \neg B}{\Gamma \vdash \neg A}$$

В частности, при пустом Γ получаем

$$\frac{\mathrm{A} \vdash B \qquad\qquad A \vdash \neg B}{\vdash \neg A}$$

Правила такого рода называют правилом *введения отрицания*, сокращенно ¬в. Обратим внимание, что это правило сокращает число допущений на единицу: приводящее к противоречию B и $\neg B$ последнее допущение A исчезает и в заключительной части перехода после знака выводимости появляется $\neg A$. Кроме того, это типичное правило, относящееся к *косвенным* (*непрямым*) рассуждениям, умозаключающим от наличия тех или иных выводимостей к выводу о существовании другой выводимости.

Наряду с доказательствами сведением к абсурду существуют и широко применяются так называемые *доказательства от противного* (хотя более логично назвать их доказательствами от противоречащего, но это не повод менять практику именований тысячелетней давности). Рассуждение от противного следующее. Предположим, требуется доказать A. Зачастую сделать это по тем или иным причинам затруднительно. Тогда принимают в качестве допущения $\neg A$ и далее стремятся вывести из этого допущения противоречие. Если это удается, заключают: следовательно, A. Действительно, если есть два отношения следования $\Gamma, \neg A \models B$

и $\Gamma, \neg A \models \neg B$, имеется и отношение следования $\Gamma \models A$. В силу указанной эквивалентности семантических и синтаксических понятий отсюда вытекает, что если имеются выводимости $\Gamma, \neg A \vdash B$ и $\Gamma, \neg A \vdash \neg B$, то имеется и выводимость $\Gamma \vdash A$.

Однако нет нужды вводить в связи с доказательствами от противного новое косвенное правило вывода. Дело в том, что в системах классического исчисления предикатов так или иначе обоснован переход от двойного отрицания вида $\neg\neg A$ к утверждению A. В натуральной системе из [1] и многих других натуральных системах такому переходу соответствует *прямое* (от формул к формуле) правило удаления отрицания (¬у).

$$\frac{\neg\neg A}{A}$$

Это позволяет легко построить вывод $\neg\neg A \vdash A$.

Теперь покажем, как получить требуемое в доказательствах от противного заключение при помощи правила сведения к абсурду. Пусть имеются построенные в системе натурального вывода выводимости $\Gamma, \neg A \vdash B$ и $\Gamma, \neg A \vdash \neg B$. Применим к ним правило сведения к абсурду ¬в (для гуманитариев поясним, что в правиле ¬в (и вообще в правилах, содержащих A) формула A — это *любая* формула, в том числе $\neg A$). Получим вывод $\Gamma \vdash \neg\neg A$. Затем из этого вывода и вывода $\neg\neg A \vdash A$ путем простейших преобразований получим требуемый вывод $\Gamma \vdash A$. Таким образом, в нашей натуральной системе исчисления предикатов способ доказательства от противного является производным и вводить его в исходную систему не требуется. Этот вывод можно распространить на широкий набор систем, в которых имеются или допускаются описанные правила ¬в и ¬у. В таких системах доказательства от противного являются частным случаем доказательств сведением к абсурду.

Этот частный случай может быть запрещен. Как известно, в интуиционистском исчислении высказываний и предикатов (см., напр., [7] или [17]) правило снятия двойного отрицания (т.е. правило ¬у) отбрасывается. Поэтому в интуиционистской логике доказательства методом от противного считаются незаконными и также отбрасываются. Вместе с тем доказательства сведением к абсурду в ней принимаются без ограничений. Например, в интуиционистской логике недоказуем закон исключенного третьего $A \vee \neg A$. Однако попытка допустить его отрицание $\neg(A \vee \neg A)$ приводит к противоречию, откуда по принципу сведения к абсурду (т.е. по правилу ¬в) выведем $\neg\neg(A \vee \neg A)$. Но снять здесь двойное отрицание в этой логике не получится, так что будет доказана лишь теорема двойного отрицания закона исключенного третьего $\vdash \neg\neg(A \vee \neg A)$. Вообще, если в классической логике доказуема теорема $\vdash A$, в интуиционистской логике будет доказуема теорема $\vdash \neg\neg A$ (1).

2. ПРОБЛЕМА ИНТЕРПРЕТАЦИИ АПАГОГИИ

В предыдущем разделе принцип апагогии, т.е. сведения к абсурду, был рассмотрен с чисто синтаксической позиции. Никаких формальных проблем в этой связи не возникло. Да, можно в одной и той же формальной системе строить выводы вида Г, $A \vdash B$ и Г, $A \vdash \neg B$, доказывать теоремы вида $\vdash (A \to B)$ и $\vdash (A \to \neg B)$. Но ни к каким формальным неприятностям одновременное наличие в системе подобных конструкций не приводит. Более того, на их основе осуществляется успешное построение выводов типа Г $\vdash \neg A$ и доказательство теорем типа $\vdash \neg A$. Причем здесь абсурд?

Проблемы возникают при попытке проинтерпретировать полученные синтаксические конструкции, понять их значение и смысл. При пустом Г апагогическое рассуждение начинается с допущения A. Возьмем допущение «2×2=4». Никакой апагогии не получится. А вот если начать с допущения «2×2=5», получится! Но как можно допустить то, что не просто неверно, но ведет к абсурду, к противоречию B и $\neg B$? Как возможно допустить невозможное, начинать с того, чего не только нет, но и не может быть (2)? Получается, что апагогия не только заканчивается абсурдом, но и начинается с абсурда.

Что же такое абсурд? Согласно [18. С. 12] абсурд в главном значении — бессмыслица, нелепость. Но значение знака, как показал еще Г. Фреге в статьях [19] и [20], разбивается на то, что сейчас называют *денотатом* знака, и на *смысл* знака. Мы предпочитаем говорить о *денотационном значении* и *смысловом значении* знака (см. [2]). При этом оказывается, что выражения языка, которые по внешнему виду должны бы были иметь значение, на самом деле либо вовсе не имеют значения, либо не имеют одной из двух его компонент, как показано на примерах 1—3.

1. Выражение не имеет ни смыслового, ни денотационного значения. Пример: *Бесцветные зеленые идеи спят яростно*.
2. Выражение имеет смысловое значение, но не имеет денотационного. Пример: *Нынешний король Франции лыс.*
3. Выражение имеет денотационное значение, но не имеет смыслового. Пример: *Если 2 × 2 = 5, то Луна сделана из зеленого сыра* (3).

К сожалению, с провалами рода «3» логике приходится мириться. На практике в классической логике предикатов (но не в логике высказываний!) данная проблема отчасти решается в том смысле, что ни один разумный человек не будет строить единую теорию сыров, небесных тел и чисел, но именно отчасти, т.к. никаких собственно логико-теоретических возражений для построения подобных теорий в нашем распоряжении нет. Хотя и слабым, но все же утешением может послужить то, что среди видов семантических провалов случай «3» наименее вредный, тогда как два оставшиеся поистине злокачественные. Можно мириться со смысловыми проблемами у знака, но не с отсутствием у него денотата (как в случаях 1 и 2). Ведь знак без денотата — уже и не знак вовсе. Сами знаки мы выделяем на том основании, что они указывают на денотат, обозначают денотат и т.д. Если денотат исчез, то и знак исчез.

Методы современной логики способны обеспечивать сохранение денотационного значения при всех допустимых преобразованиях правильно построенных выражений искусственных языков логических систем. Но у нас не таких методов в отношении смыслового значения. Проблема смысла не решается современными методами науки, несмотря на непрекращающиеся попытки продвинуться в этой проблеме. У нас нет никаких гарантий, что очередной правильно построенный знак формального языка будет иметь не только денотат, но и смысл. Оставляя в стороне обсуждение сложившейся ситуации, примем ее как факт и будем исходить из этого факта.

Раз проблема смысла не имеет решения, бесполезно трактовать абсурд как бессмыслицу. Доказательства методом сведения к абсурду оперируют *противоречиями*. Даже если кто-то считает противоречия бессмысленными, важно не это, а то, сможем ли мы приписать противоречиям денотационное значение. Если не сможем, это будет указывать на то, что попытка онтологически обосновать апагогию потерпела сокрушительную неудачу. Важно также, чтобы в ходе обоснования апагогии мы не пришли к оправданию противоречий (как это сделал Гегель и последовавшие за ним диалектики). Поэтому всегда должна существовать возможность запретить выявленные противоречия. Формой такого запрета в логике является *операция отрицания*, которая сама по себе представляет проблему (об отрицании см. [3] и [10]).

3. ТРУДНОСТИ В ОНТОЛОГИЧЕСКОМ ОБОСНОВАНИИ АПАГОГИИ

Онтологическим фундаментом современной классической логики предикатов (а также современной математики — см. [23]) является *теория множеств*. В частности, семантические *структуры* теорий в первопорядковой логике представляют из себя упорядоченные пары вида $< U, J >$, где U есть *непустое множество объектов (или индивидов)* теории, а J есть *функция интерпретации* языка теории. Структура M теории T будет ее *моделью*, если все формулы из T *истинны* в структуре M. В этом случае пишем $M \vDash T$ (подробнее см. [11]). С философской точки зрения, если $M = < U, J >$ является моделью теории T, т.е. если $M \vDash T$, то множество U играет роль *универсума* теории T, а сама модель M является *возможным миром* для T. Само собой разумеется, что разные универсумы порождают разные возможные миры. Но иногда одна и та же теория в одном и том же универсуме может быть по-разному интерпретирована, что также порождает разные возможные миры, хотя в одном и том же универсуме.

Поставляет универсумы теория множеств. Но существуют различные теории множеств, и не все из них по тем или иным причинам годятся для обоснования апагогии. Обычно в качестве онтологической основы берется теория множеств Цермело — Френкеля ZF. Эта теория допускает различные аксиоматические формулировки (см. [4; 9; 11—13; 15; 24]). Для наших целей лучше всего подходит формулировка из книги [15]. Она включает следующие аксиомы: I. *Экстенсиональности (объемности)*; II. *Неупорядоченной пары*; III. *Множества-суммы, или объединения*; IV. *Бесконечности*; V. *Множества-степени*; VI. *Подстановки*. На этом список аксиом в оригинале на английском языке заканчивался. Но, как отметили редакторы перевода, аксиома существования пустого множества не выводится из аксиом I—VI, поэтому они добавили аксиому VII. *Существования пустого множества*: $\exists x \forall y (y \notin x)$ [15. С. 12] (4). Вместе аксиомы I—VII задают теорию множеств ZF.

Из математической логики известно, что если из теории T не выводится A, то добавление к T отрицания A, т.е. аксиомы $\neg A$, не сделает получившуюся новую теорию $T \cup \{\neg A\}$ противоречивой. Применим эту метатеорему к рассматриваемой ситуации. Коль скоро аксиома VII существования пустого множества не выводится из I—VI (это означает, что система аксиом I—VI непротиворечива), добавим к I—VI отрицание аксиомы VII, т.е. формулу $\neg\exists x \forall y (y \notin x)$, в качестве новой аксиомы. Обозначим полученную непротиворечивую теорию ZF\∅. В этой теории тривиально доказуема теорема $\vdash \forall x \exists y (y \in x)$. Иными словами, все множества в ZF\∅ не пусты.

Поскольку, по предположению, система аксиом I—VI непротиворечива, теория ZF\∅ также непротиворечива. По метатеореме полноты, каждая непротиворечивая теория имеет модель. Пусть $M^* \vDash$ ZF\∅ и $M^* = < U^*, \ J^* >$. Введем первопорядковый язык L, содержащий одноместные предикатные константы P и Q. Образуем теорию Th в языке L, содержащую единственную аксиому $\forall x P(x)$ (про Q ничего явно не говорится, но это обманчивое впечатление; например, в Th будет доказуема теорема $\vdash \forall x (Q(x) \to P(x))$). Будем использовать непустой универсум $V^* \in U^*$ для стандартной интерпретации J этих констант: возьмем $P^* = V^*$ и $Q^* \subset V^*$ и положим $J(P) = P^*$ и $J(Q) = Q^*$. Отметим, что поскольку $Q^* \in U^*$, Q^* является непустым множеством (как и вообще все элементы U^*).

Далее необходимо проинтерпретировать стандартные логические операции. Ограничимся конъюнкцией & и отрицанием $\neg$. Так как один из двух предикатных символов имеет универсальную интерпретацию, будем интерпретировать конъюнкцию $(P(x)\ \&\ Q(x))$ посредством стандартной операции пересечения $\cap$. В нашем конкретном случае $P^* \cap Q^* = Q^*$.

Но вот с отрицанием возникают проблемы. Если попытаться стандартно семантически определить отрицание $S^* \subset V^*$ как теоретико-множественную разность $V^* \backslash S^*$, то в случае $S^* = V^*$ получим $V^* \backslash S^* = \varnothing$. Но в универсуме U^* теории ZF\∅ пустых множеств нет! Между тем нам необходимо проинтерпретировать не только универсальный предикат $P(x)$, но и его отрицание $\neg P(x)$. В результате любая одноместная операция $\angle$, сопоставляющая непустому подмножеству S^* из V^* непустое подмножество $\hat{S}^*$ из V^* (т.е. $\angle S^* = \hat{S}^*$, где $\hat{S}^* \subset V^*$) в качестве семантического отрицания S^*, будет обладать следующей особенностью: в случае $S^* = V^*$ получим, что $S^* \cap \angle S^*$ не пусто, т.е. для некоторого a выполняется как $a \in S^*$, так и $a \in \angle S^*$. Фактически будем иметь $S^* \cap \angle S^* = \hat{S}^*$.

Рассмотрим теперь противоречие $P(x)\ \&\ \neg P(x)$. В силу сказанного выше семантически этому противоречию сопоставляется множество $V^* \cap \angle V^* = \angle V^*$, причем $\angle V^*$ непусто, т.е. найдется $a \in V^*$ такое, что $a \in \angle V^*$. Но тогда логично считать, что противоречие $P(x)\ \&\ \neg P(x)$ выполняется при $x = a$. Тем самым противоречия получают онтологическое оправдание, а метод апагогии, напротив, становится сомнительным. Получается, что никакого сведения к абсурду нет, т.к. нет самой абсурдной ситуации.

Полученный негативный результат показывает, что трактовка противоречивых ситуаций как абсурдных тесно связана с понятием пустого множества в теории множеств. Теории типа ZF\∅, исключающие пустое множество, не способны служить средством онтологического обоснования запрета противоречий и выявлению роли противоречий в апагогических доказательствах. Но какая из теорий множеств является наиболее подходящей для данных целей? В дальнейших исследованиях планируется рассмотреть под этим углом зрения не только теорию ZF, но теории классов [11; 14; 15], теорию типов [4; 21], а также такие экзотические теории множеств, как NF Куайна [4; 6; 21; 22], теорию множеств А. Чёрча [25] и альтернативную теорию множеств П. Вопенки [5].

ПРИМЕЧАНИЯ

(1) В интуиционистской логике не действует общий принцип снятия двойного отрицания, но в частных случаях он применим. Например, если в интуиционистской логике $\vdash A$, то можно легко построить интуиционистски приемлемый вывод $\neg\neg A \vdash A$.

(2) Подобного рода вопросы не раз задавал А.Г. Драгалин в своих лекциях на мехмате МГУ, которые я слушал в начале 80-х годов. К сожалению, в его печатных работах (напр., в монографии [7] или в сборнике трудов [8]) эти вопросы, по-видимому, не ставились. Во всяком случае, я их не нашел.

(3) Имеется в виду, что данная импликация указывает как на свой денотат на истину, которая в этом случае является постулируемым абстрактным объектом. Но это лишь одна из возможных трактовок термина «истина» (см. [16]).

(4) Мы изменили обозначения для кванторов на более современные, а также ввели обозначение $(y \notin x)$ вместо $\neg(y \in x)$.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Анисов А.М.* Современная логика. М.: ИФ РАН, 2002.

[2] *Анисов А.М.* Онтологическая типология знаков // Логико-философские исследования. Вып. 4. М.: Изд-во Моск. гуманит. ун-та, 2010. С. 72—112.

[3] *Бродский И.Н.* Отрицательные высказывания. Л.: ЛГУ, 1973.

[4] *Ван Хао, Мак-Нотон Р.* Аксиоматические системы теории множеств. М.: ИЛ, 1963.

[5] *Вопенка П.* Альтернативная теория множеств: Новый взгляд на бесконечность. Новосибирск: Издательство Института математики, 2004.

[6] *Гришин В.Н.* Редукция аксиом свертывания данной глубины к аксиомам свертывания меньшей глубины // Исследования по теории множеств и неклассическим логикам. М.: Наука, 1976.

[7] *Драгалин А.Г.* Математический интуиционизм. Введение в теорию доказательств. М.: Наука, 1979.

[8] *Драгалин А.Г.* Конструктивная теория доказательств и нестандартный анализ. М.: Едиториал УРСС, 2003.

[9] *Йех Т.* Теория множеств и метод форсинга. М.: Мир, 1973.

[10] *Карри Х.* Основания математической логики. М.: Мир, 1969.

[11] *Кейслер Г., Чэн Ч.Ч.* Теория моделей. М.: Мир, 1977.

[12] *Коэн П.Дж.* Теория множеств и континуум-гипотеза. М.: Мир, 1969.

[13] *Куратовский К., Мостовский А.* Теория множеств. М.: Мир, 1970.

[14] *Мендельсон Э.* Введение в математическую логику. М.: Наука, 1971.

[15] *Мостовский А.* Конструктивные множества и их приложения. М.: Мир, 1973.

[16] *Павлов С.А.* Логика с операторами истинности и ложности. М.: ИФРАН, 2004.

[17] *Плиско В.Е., Хаханян В.Х.* Интуиционистская логика. М.: Изд. мех-мат. ф-та МГУ, 2009.
[18] Современный словарь иностранных слов. М.: Рус. яз., 1993.
[19] *Фреге Г.* О смысле и значении // *Фреге Г.* Логика и логическая семантика. М: Аспект Пресс, 2000. С. 230—246.
[20] *Фреге Г.* Размышления о смысле и значении // *Фреге Г.* Логика и логическая семантика. М.: Аспект Пресс, 2000. С. 247—252.
[21] *Френкель А.А., Бар-Хиллел И.* Основания теории множеств. М.: Мир, 1966.
[22] *Хаханян В.Х.* Система NFI, равнонепротиворечивая с системой Куайна NF // Логические исследования. Вып. 9. М.: Наука, 2002. С. 245—250.
[23] *Ferreirós, J.* Labyrinth of Thought: A history of set theory and its role in modern mathematics. Birkhäuser, 2007.
[24] *Jech T.* Set Theory. New York: Springer, 2003.
[25] *Sheridan F.* A Variant of Church's Set Theory with a Universal Set in which the Singleton Function is a Set // Logique et Analyse, Vol 59, No 233, 2016. Pp. 81—131, doi: 10.2143/LEA.233.0.3149532.

DOI: 10.22363/2313-2302-2018-22-2-149-157

THE PRINCIPLE OF *REDUCTIO AD ABSURDUM* AS AN ONTOLOGICAL PROBLEM

A.M. Anisov

Institute of Philosophy of RAS
12/1 Goncharnaya Str., Moscow, 109240, Russia

Abstract. The ontological status of evidence is reduced to reducing to absurdity. The problem is that in such evidence, an impossible (or still possible?) Situation is allowed as the initial one. What is the ontological status of such situations, do they have an ontological justification? The answer to this question involves considering the structure of evidence by reducing to absurdity, choosing the appropriate logic and searching for an adequate ontology. The article shows that in the classical calculus of predicates of the first order, proofs by reduction to absurdity are included as a special case of proof by contradiction. The intuitionistic predicate calculus uses evidence to reduce to absurdity, but evidence from the contrary is not accepted in it. Further, the key concept of "absurdity" is discussed. It is shown that the treatment of absurdity as nonsense leads to a dead end, because the problem of meaning does not have an adequate solution in modern science. We can not guarantee the presence of a semantic meaning for correctly constructed expressions of the sign system, but we can ensure the presence of a denotational value for such expressions in artificial sign systems. As applied to our problem, this indicates the need to search for the denotational significance of contradictions. Since the models of logical calculi are constructed by means of set theory, the domain of the search is narrowed to the choice of an appropriate set theory. The modified set theory ZF is considered in which the axiom of the existence of an empty set is replaced by its negation. In this case, it is possible to give the denotational significance to the contradictions, but then the contradictions of the type *A* and not-*A* get an ontological justification, since both *A* and non-*A* are fulfilled.

Keywords: ontology, logic, inference, contradiction, absurdity, apagogy, set theory

REFERENCES

[1] Anisov AM. Sovremennaya logika. Moscow, IF RAN, 2002. (In Russ).
[2] Anisov AM. Ontologicheskaya tipologiya znakov. *Logiko-filosofskie issledovaniya*. Vyp. 4. Moscow, 2010. (In Russ).

[3] Brodskii IN. Otritsatel'nye vyskazyvaniya. L.: LGU, 1973. (In Russ).
[4] Van Hao, Mak-Noton R. Aksiomaticheskie sistemy teorii mnojestv. Moscow, 1963. (In Russ).
[5] Vopenka P. Al'ternativnaya teoriya mnojestv: Novyi vzglyad na beskonechnost'. Novosibirsk, 2004. (In Russ).
[6] Grishin VN. Reduktsiya aksiom svertyvaniya dannoi glubiny k aksiomam svertyvaniya men'shei glubiny. Issledovaniya po teorii mnojestv i neklassicheskim logikam. Moscow: Nauka, 1976. (In Russ).
[7] Dragalin AG. Matematicheskii intuitsionizm. Vvedenie v teoriyu dokazatel'stv. Moscow: Nauka, 1979. (In Russ).
[8] Dragalin AG. Konstruktivnaya teoriya dokazatel'stv i nestandartnyi analiz. Moscow: Editorial URSS, 2003. (In Russ).
[9] Ieh T. Teoriya mnojestv i metod forsinga. Moscow: Mir, 1973. (In Russ).
[10] Karri H. Osnovaniya matematicheskoi logiki. Moscow: Mir, 1969. (In Russ).
[11] Keisler G., Chen Ch.Ch. Teoriya modelei. Moscow: Mir, 1977. (In Russ).
[12] Koen PDj. Teoriya mnojestv i kontinuum-gipoteza. Moscow: Mir, 1969. (In Russ).
[13] Kuratovskii K., Mostovskii A. Teoriya mnojestv. Moscow.: Mir, 1970. (In Russ).
[14] Mendel'son E. Vvedenie v matematicheskuyu logiku. Moscow: Nauka, 1971. (In Russ).
[15] Mostovskii A. Konstruktivnye mnojestva i ih prilojeniya. Moscow.: Mir, 1973. (In Russ).
[16] Pavlov SA. Logika s operatorami istinnosti i lojnosti. Moscow: IFRAN, 2004. (In Russ).
[17] Plisko VE., Hahanyan V.H. Intuitsionistskaya logika. Moscow: Izd. meh-mat. f-ta MGU, 2009. (In Russ).
[18] Sovremennyi slovar' inostrannyh slov. Moscow: Rus. yaz., 1993. (In Russ).
[19] Frege G. O smysle i znachenii. In: Frege G. Logika i logicheskaya semantika. Moscow: Aspekt Press, 2000. (In Russ).
[20] Frege G. Razmyshleniya o smysle i znachenii // Frege G. Logika i logicheskaya semantika. M.: Aspekt Press, 2000. (In Russ).
[21] Frenkel' AA., Bar-Hillel I. Osnovaniya teorii mnojestv. Moscow: Mir, 1966. (In Russ).
[22] Hahanyan VH. Sistema NFI, ravnoneprotivorechivaya s sistemoi Kuaina NF. *Logicheskie issledovaniya. Vyp. 9.* Moscow Nauka, 2002. S. 245—250. (In Russ).
[23] Ferreirós, J. Labyrinth of Thought: A history of set theory and its role in modern mathematics. Birkhäuser, 2007.
[24] Jech T. Set Theory. New York: Springer, 2003.
[25] Sheridan F. A Variant of Church's Set Theory with a Universal Set in which the Singleton Function is a Set // Logique et Analyse, Vol 59, No 233, 2016. Pp. 81—131, doi: 10.2143/LEA.233.0.3149532.

Для цитирования:
Анисов А.М. Принцип сведения к абсурду как онтологическая проблема // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Философия. 2018. Т. 22. № 2. С. 149—157. doi: 10.22363/2313-2302-2018-22-2-149-157.

For citation:
Anisov, A.M. The principle of *reductio ad absurdum* as an ontological problem. *RUDN Journal of Philosophy.* 2018; 22 (2):149—157. doi: 10.22363/2313-2302-2018-22-2-149-157.

Сведения об авторе:
Анисов Александр Михайлович — доктор философских наук, ведущий научный сотрудник Института философии РАН (e-mail: a.m.anisov@yandex.ru).