Теоретическая механика

УДК 531.31:62-56

Самонастраиваемое управление процессом безударной стыковки двух подвижных объектов

И. А. Мухаметзянов, О. И. Чекмарёва

Кафедра теоретической механики
Российский университет дружбы народов
улица Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, 117198, Россия

Решается задача безударной стыковки двух подвижных объектов, один из которых является управляемым, движущимся в режиме преследующего тела по принципу пропорциональной навигации с целью стыковки со вторым объектом, движущимся непредсказуемым образом. При этом неуправляющие силы, в том числе сила сопротивления среды, считаются неизвестными.

Для автоматического выбора оптимального значения управления предлагается самонастраиваемый способ, осуществляемый по «принципу обратной связи по квазиускорению» в дискретные моменты времени.

Решение задачи получено как в случае преследующего тела постоянной, так и переменной массы, когда движение управляемого тела осуществляется реактивной силой. Во втором случае оценивается величина расходуемой в процессе управления массы.

Ключевые слова: самонастраиваемое управление, безударный, стыковка, конечное время, механическая система.

1. Введение

Проблема синтеза законов управления механическими системами — одна из важнейших задач, стоящих в настоящее время перед наукой и техникой. Весьма актуальными при её решении представляются способы, пригодные в случае неполной информации о динамике механической системы. Для решения таких задач Е.С.Пятницким в работе [1] был предложен «принцип декомпозиции», явившийся развитием исследований А.А.Андропова, Л.С.Понтрягина и Ф.Л.Черноусько. «Принцип декомпозиции» в [1] используется для управления процессом приведения фазового состояния механических систем со стационарными связями из одной точки в любую другую неподвижную точку за конечное время. При этом предполагается, что размерность вектора управляющих обобщённых сил равна числу степеней свободы системы. Идеи Е.С.Пятницкого получили дальнейшее развитие в работах В.И.Матюхина и И.М.Ананьевского [2–5].

Когда невозмущённое состояние системы задаётся не как точка, а как многообразие, то приведение фазового состояния системы из любого начального состояния на заданную окрестность этого многообразия за конечный промежуток времени возможно и при меньшей размерности вектора управления. В связи с этим появилась необходимость ставить задачу построения множества векторов управления и выделения из них вектора с минимальной евклидовой нормой и вектора минимальной размерности.

В работе И.А.Мухаметзянова [6] был построен универсальный алгоритм управления процессом сближения фазового состояния механических систем любой конфигурации с заданным многообразием при произвольно действующих на них неуправляющих силах и ограниченных случайных возмущениях. Его суть можно кратко изложить следующим образом. Вектор обобщённых координат исходной системы заменяется двумя ортогональными векторами новых обобщённых координат, первый из которых характеризует отклонение от заданного многообразия, а второй — движения по нему. Так как эти векторы ортогональны, то становится

Статья поступила в редакцию 26 июня 2013 г.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 13-08-00535-а.

возможным разделить соответствующие им уравнения Лагранжа второго рода и кинетическую энергию системы на две части для каждого из этих векторов в отдельности. Применяя для укороченной системы (первой части этих уравнений, определяющей отклонения от программного многообразия) процедуру, аналогичную предложенной в [1], строится вектор обобщённых сил в виде суммы непрерывной и ступенчатой функций, зависящих от обобщённых координат и их производных по времени. Затем осуществляется переход от обобщённых сил укороченной системы к обобщённым силам исходной системы, содержащей вектор управления системой в целом. После этого появляется возможность построения множества векторов управления и выделения из него вектора с минимальной евклидовой нормой и вектора минимальной размерности, способных решать поставленную задачу.

В работе [7] решена задача безударного приведения «чёрного ящика механической природы» за конечный промежуток времени в заданное многообразие. При этом размерность вектора управляющих сил может быть меньше, чем число степеней свободы системы. В работе [8] этот метод применён для управления безударной посадкой тела на платформу, движущуюся непредсказуемым образом.

Здесь, применяя подход, предложенный в [8, 9], решается задача управления процессом безударной стыковки двух подвижных объектов, один из которых движется непредсказуемым образом, а другой преследует его по принципу пропорциональной навигации с целью стыковки или его захвата.

2. Построение вектора управления процессом сближения с целью в «режиме торможения»

В работе [9] было показано, что центр масс C преследующего тела будет двигаться в режиме преследования по принципу пропорциональной навигации [10] при управлении точкой C с силой $\bar{U}_1 = mb(\bar{\omega}_e \times \bar{V}) - \bar{U}'$, где m — масса тела; b — положительный коэффициент пропорциональности; $\bar{\omega}_e$ — угловая скорость вращения линии визирования $\bar{CO}$, O — преследуемая точка; $\bar{V}$ — скорость точки C; $\bar{U}'$ — неуправляющая составляющая компоненты вектора внешних сил $\bar{F}_n$, направленной по главной нормали траектории точки C, $\bar{F}_n = \bar{U}_1 + \bar{U}'$.

Построим вектор управления процессом безударного сближения точки C с целью O в «режиме торможения», то есть вдоль линии визирования $\bar{CO}$, проходящей через центры масс тел.

Уравнение абсолютного движения центра масс преследующего тела в проекции на линию визирования имеет вид

$$m\frac{\mathrm{d}V_a}{\mathrm{d}t} = -R - U, \tag{1}$$

где V_a — проекция абсолютной скорости центра масс С тела, m — масса, R — проекция главного вектора неуправляющих сил, U — управляющая сила.

Уравнение относительного движения тела на ту же ось записывается также, как (1), путём добавления в правую часть проекции переносной силы инерции:

$$m\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -R - ma_e - U, \tag{2}$$

где V — проекция относительной скорости центра масс преследующего тела, a_e — проекция переносного ускорения центра масс тела.

Задача заключается в построении выражения управляющей силы U, обеспечивающей стыковку тел без удара при произвольных ограниченных значениях a_e и R, используя информацию лишь о расстоянии от центра масс преследующего тела до движущейся цели и о производной по времени этого расстояния.

Искомый вектор U представим в виде $U = (U_1 + U_2)\mathrm{sign}\, V^2$, где U_1 — непрерывная, а U_2 — ступенчатая функции. Силу U_1 зададим в виде

$$U_1 = m\frac{V_0^2}{2S_0}, \tag{3}$$

где S_0 — начальное расстояние между центрами масс тел, V_0 — начальная скорость центра масс преследующего тела относительно цели. Заметим, что в случае $R = 0$ и $a_e = 0$ уравнение (2) при управлении $U = U_1$ имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -\frac{V_0^2}{2S_0}. \tag{4}$$

При интегрировании (4) получим

$$V - V_0 + \frac{V_0^2}{2S_0}t = 0, \quad S - S_0 - V_0 t + \frac{V_0^2}{4S_0}t^2 = 0. \tag{5}$$

Из уравнений (5) определяется время $t_1 = 2S_0/V_0$, при котором S и V одновременно обращаются в нуль. Таким образом, при управлении U_1 движение изображающей точки N в плоскости (S, V) происходит по кривой от начальной точки $N_0(S_0, V_0)$ до начала координат, где $S = 0, V = 0$. Эта кривая является дугой параболы, уравнение которой имеет вид

$$S = \frac{S_0}{V_0^2(V_0^2 - V^2)}, \tag{6}$$

следующий из теоремы об изменении кинетической энергии точки в конечной форме.

Теперь обоснуем необходимость введения в управление ступенчатой составляющей U_2 и определим её выражение. При $a_e \neq 0$, $R \neq 0$ в правой части уравнения (4) появляются слагаемые, при которых правая часть первого уравнения (5) не будет равняться нулю. Поэтому, с целью наделения решений уравнения (2) свойствами (5) и (6), предлагается следующая процедура. Введём квазискорость

$$\tilde{V} = V - V_0 + \frac{V_0^2}{2S_0}t, \tag{7}$$

представляющую собой разницу между значениями относительной скорости сближения объектов в реальных условиях, когда R и a_e могут принимать произвольные ограниченные значения, и при идеальном процессе, когда $R = 0$ и $a_e = 0$. Отсюда выразим V через $\tilde{V}$:

$$V = \tilde{V} + V_0 - \frac{V_0^2}{2S_0}t. \tag{8}$$

Подставляя (8) и $U = U_1 + U_2$ в (2), в силу (3) получим

$$m\frac{\mathrm{d}\tilde{V}}{\mathrm{d}t} = -U_2 - ma_e - R.$$

Умножим это уравнение на $\tilde{V}$ и внесём $\tilde{V}$ под знак дифференциала:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m\tilde{V}^2}{2}\right) = -\tilde{V}(U_2 + ma_e + R). \tag{9}$$

Функцию $m\tilde{V}^2/2$, которая является знакоопределённой положительной, примем в качестве функции Ляпунова для стабилизации невозмущённого состояния системы, задав при этом U_2 в виде

$$U_2 = U_0 \operatorname{sign} \tilde{V}, \tag{10}$$

где U_0 — положительная величина, удовлетворяющая условию $U_0 > |ma_e + R|$, чтобы добиться знакоопределённой отрицательности правой части уравнения (9). В силу того, что линия разрыва (6) берет начало в точке $N_0(S_0, V_0)$, где функция $\tilde{V}$ равна нулю при $t = 0$, то при $t \geqslant 0$ изображающая точка $N(S, V)$ будет двигаться к началу координат в скользящем режиме до прихода в начало координат в момент времени t_1, когда значения S и V одновременно обращаются в нуль. Таким образом, не произойдёт удара в момент контакта двух объектов.

3. Построение управления преследующим телом переменной массы

Рассмотрим случай, когда преследующее тело управляется реактивной силой и его масса зависит от времени.

В этом случае уравнение (2) примет вид:

$$m(t)\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -R - m(t)\,a_e - U_1 - U_2, \tag{11}$$

где $U_1 = -V_r\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$; V_r — скорость истечения массы относительно тела.

Функцию U_1, по аналогии с (3), зададим в виде

$$U_1 = m(t)\frac{V_0^2}{2S_0}. \tag{12}$$

В этом случае, при $R = 0$, $a_e = 0$, $U_2 = 0$ уравнение (11) имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -\frac{V_0^2}{2S_0},$$

откуда следуют уравнения (5), уравнение (6) линии разрыва и определяется время $t_1 = 2S_0/V_0$ одновременного обращения S и V в нуль.

Теперь вернёмся к общему случаю $R \neq 0$, $a_e \neq 0$, $U_2 \neq 0$. Для того чтобы реальный процесс стыковки стал «квазиподобен» аналогичному процессу при отсутствии случайных возмущений, воспользуемся процедурой, предложенной в предыдущем разделе. Введём квазискорость (7). Подставляя (8) и $U = U_1 + U_2$ в (11), в силу (12), получим

$$m(t)\frac{\mathrm{d}\tilde{V}}{\mathrm{d}t} = -R - m(t)\,a_e - U_2.$$

Умножая это уравнение на $\tilde{V}$, получим

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m\tilde{V}^2}{2}\right) = -\tilde{V}\Big(U_2 + ma_e + R + \frac{\tilde{V}}{2}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\Big). \tag{13}$$

Теперь U_2 построим в виде $U_2 = U_0 \operatorname{sign} \tilde{V}$, где $U_0 > |ma_e + R + \dot{m}\tilde{V}/2|$.

Итак, при управлении

$$U = U_1 + U_0 \mathrm{sign}\,\tilde{V}, \quad U_1 = -V_r \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = m(t)\frac{V_0^2}{2S_0} \tag{14}$$

изображающая точка $N(S, V)$ будет двигаться вдоль линии разрыва (6) к началу координат в скользящем режиме до прихода в начало координат в конечный момент времени, когда значения S и V одновременно обращаются в нуль, тем самым удаётся избежать удара в момент стыковки объектов.

4. Оценка расхода массы

Теперь определим расходуемую массу, затрачиваемую на управление U_1 в процессе движения преследующего тела до момента стыковки с целью.

Из второго уравнения (14) следует

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} + \frac{mV_0^2}{2S_0V_r} = 0.$$

При обозначении $\nu = V_0^2/2S_0V_r$ это уравнение приобретает следующий вид

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} + \nu m = 0. \tag{15}$$

Решая уравнение (15) при начальном условии $m = m_0$, получим:

$$m = m_0 e^{-\nu t}, \tag{16}$$

где m_0 — начальная масса тела.

Подставив $t_1 = 2S_0/V_0$ вместо t в уравнение (16), определим величину расхода массы при реактивном управлении в отсутствие случайных возмущений $\Delta m = m_0 - m(t_1)$ в виде

$$\Delta m = m_0 - m_0 e^{-2\nu S_0/V_0}. \tag{17}$$

5. Алгоритм самонастраиваемого управления

При выборе ступенчатой составляющей управления U_2 чёткиx рекомендаций для выбора U_0 в (14) не имеется. В связи с этим предложим следующий алгоритм самонастраиваемого управления U в (2).

После замены V в (2) через $\tilde{V}$ в виде (8) получим

$$m\dot{\tilde{V}} = U + U', \tag{18}$$

где U' — сумма проекций всех неуправляющих сил на линию визирования $\bar{C}O$.

Вектор управляющих сил U построим без использования информации о массе m тела и величине вектора U' следующим образом [9]. При $t = 0$ сообщаем преследующему телу управление

$$U = -\lambda\, t\, \mathrm{sign}\,\dot{\tilde{V}}(0), \tag{19}$$

где $\lambda > 0$ — достаточно большая величина.

Начинаем измерение $\dot{\tilde{V}}$ с момента $t = 0$ до момента t_0 обращения $\dot{\tilde{V}}$ в нуль, при котором правая часть (18) обращается в нуль и наступает равенство $U'(t_0) = -\lambda\, t_0\, \mathrm{sign}\,\dot{\tilde{V}}(0)$. Заметим, что в случае $\dot{\tilde{V}}(0) = 0$ имеет место $U'(0) = 0,\ t_0 = 0.$

Если $\dot{\tilde{V}}(0) \neq 0$, то $t_0 \neq 0$. Теперь, зная t_0, при $t = t_0 + \Delta t$, где Δt — бесконечно малая положительная величина, примем значение $|U_0|$ равным $|U_0| = \lambda t_0 + \tilde{\Delta}$, где $\tilde{\Delta}$ — задаваемая нами положительная величина. Заметим, что при $t = t_0 + \Delta t$ прежнее значение $\dot{\tilde{V}}(t_0) = 0$ становится равным

$$\dot{\tilde{V}}(t_0 + \Delta t) = -\delta \operatorname{sign} \tilde{V}. \tag{20}$$

Из (20) следует, что значение δ определяется измерением величины $\dot{\tilde{V}}(t_0 + \Delta t)$. Измерения $\dot{\tilde{V}}$ продолжим до тех пор, пока не наступит равенство $\dot{\tilde{V}}(t_1) + \delta_0 \operatorname{sign} \tilde{V} = 0$, где $\delta_0 = \gamma\delta$, γ — величина, удовлетворяющая неравенству $0 < \gamma < 1$. В этот момент t_1 добавим к $U(t_1)$ величину $\tilde{\Delta}$. Тогда величина U принимает значения

$$U(t_1 + \Delta t) = -[\lambda t_0 + \tilde{\Delta}(1 + i)] \operatorname{sign} \tilde{V}(t_1 + \Delta t), \tag{21}$$

где $i = 1$ соответствует очередному номеру 1 времени t_1 наступления в первый раз равенства $\dot{\tilde{V}}(t_1) + \delta_0 \operatorname{sign} \tilde{V} = 0$.

При продолжении измерения $\dot{\tilde{V}}$ возможно наступление следующего момента t_2, при котором

$$\dot{\tilde{V}}(t_2) + \delta_0 \operatorname{sign} \tilde{V} = 0. \tag{22}$$

Заметим, что момента времени t_2, удовлетворяющего (22), может и не быть. Если же t_2 существует, то за i в (21) принимается $i = 2$. Таким образом, процедура определения i в (21) продолжается до момента стыковки объектов.

Итак, искомое выражение управления U имеет вид

$$U(t_i + \Delta t) = -[\lambda t_0 + \tilde{\Delta}(1 + i)] \operatorname{sign} \tilde{V}(t_i + \Delta t), \tag{23}$$

где $i = 1, 2, ...$; Δt — бесконечно малая положительная величина, соизмеримая со временем, затрачиваемым на измерение $\dot{\tilde{V}}$ в моменты времени t_i.

В заключение отметим, что метод самонастраиваемого управления процессом безударного приведения положения тела в заданную ориентацию за конечный промежуток времени можно осуществить по методу, изложенному в п.7 работы [9].

Литература

1. *Пятницкий Е. С.* Принцип декомпозиции в управлении механическими системами // Доклады АН СССР. — 1988. — Т. 300, № 2. — С. 300–303. [Pyatnickiyi E. S. Principle of Decomposition in the Management of Mechanical Systems // DAN SSSR. — 1988. — Vol. 300, № 2. — P. 300–303.]
2. *Матюхин В. И.* Универсальные законы управления механическими системами. — М.: МАКС Пресс, 2001. — 249 с. [Matyukhin V. I. Universal Laws of Control of Mechanical Systems. — M.: MAKS Press, 2001.]
3. *Матюхин В. И.* Безударный контакт твёрдых тел // ДАН. — 2009. — Т. 427, № 1. — С. 44–47. [Matyukhin V. I. Unstressed Contact of Solids // DAN. — 2009. — Vol. 427, № 1. — P. 44–47.]
4. *Ананьевский И. М.* Непрерывное управление по обратной связи возмущёнными механическими системами // ПММ. — 2003. — Т. 67, вып. 2. — С. 163–178. [Ananjevskiyj I. M. Continuous Feedback Control of Perturbed Mechanical Systems // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 2003. — Vol. 67, issue 2. — P. 163–178.]

5. *Ананьевский И. М.* Синтез непрерывного управления механической системой с неизвестной матрицей инерции // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2006. — № 3. — С. 24–35. [Ananjevskiyj I. M. Synthesis of Continuous Control of Mechanical Systems with Unknown Inertia Matrix // Izvestiya RAN. Teoriya i sistemih upravleniya. — 2006. — № 3. — P. 24–35.]
6. *Мухаметзянов И. А.* О построении универсального алгоритма управления процессом сближения механических систем с заданным многообразием в условиях неопределенности // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2011. — № 3. — С. 3–14. [Mukhametzyanov I. A. On Construction of the Universal Controls Algorithm of the Approach Process for Mechanics Systems with Given Manifold in the Conditions of Uncertainty // PFUR Bulletin. "Mathematics. Informatics. Physics". — 2011. — № 3. — P. 3–14.]
7. *Мухаметзянов И. А.* Безударное приведение состояния «чёрного ящика» в заданное многообразие // Труды X Международной Четаевской конференции. Том 3. Часть 2. Управление. — 2012. — С. 189–196. [Mukhametzyanov I. A. Non-Impact Bringing of the state of a "Black Box-to Given Set // Proceedings of the 10th International Chetaev Conference. Vol. 3. Part 2. Control. — 2012. — P. 189–196.]
8. *Мухаметзянов И. А., Чекмарёва О. И.* Безударная посадка тела на подвижную платформу // Труды X Международной Четаевской конференции. Том 3. Часть 2. Управление. — 2012. — С. 197–204. [Mukhametzyanov I. A., Chekmaryova O.I. A Non-Impact Landing of the Body to the Mobile Platform // Proceedings of the 10th International Chetaev Conference. Vol. 3. Part 2. Control. — 2012. — P. 197–204.]
9. *Мухаметзянов И. А.* Самонастраиваемое управление процессом безударного приведения состояния механических систем в заданное многообразие // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2013. — № 3. — С. 105–112. [Mukhametzyanov I. A. Process Self-Adjusting Control of Non-Impact Bringing of the Condition of Mechanics Systems to Given Set // PFUR Bulletin. "Mathematics, informatics, physics". — 2013. — № 3. — P. 105–112.]
10. *Кан В. Л., Кельзон А. С.* Теория пропорциональной навигации. — Л.: Судостроение, 1965. — 423 с. [Kan V. L., Keljzon A. S. Theory of Proportional Navigation. — L.: Sudostroenie, 1965.]

UDC 531.31:62-56

Self-Adjusting Control of Non-Impact Docking of Two Moving Objects

I. A. Mukhametzyanov, O. I. Chekmaryova

Department of Theoretical Mechanics
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho–Maklaya str., Moscow, 117198, Russia

The problem of non-impact docking of two moving objects is solved, one of which is driven, moving in the body mode, pursuing the principle of proportional navigation to docking with the second object, moving unpredictably. In this non-control force, including force environmental resistance, considered to be unknown.

To automatically select the optimal values of the control features self-adapting method, implemented by the “principle of feedback on the quasi-acceleration” at discrete points in time, is proposed.

Solution of the problem is obtained as in the case of a haunting body of permanent mass, so as of variable mass, when the movement of the body is managed by reactive force. In the second case, the amount of mass, which expended in the process of control, is estimated.

Key words and phrases: self-adjusting control, non-impact, docking, finite time, mechanical system.