

Моделирование волновода типа «рупор»

А. Л. Севастьянов, А. И. Черноиванов

*Кафедра систем телекоммуникаций
Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, 117198, Россия*

В работе показано отличие описаний волновода типа «рупор» методом адиабатических мод и методом волноводов сравнения. Отличие продемонстрировано на результатах численных расчетов.

Ключевые слова: интегрально-оптические волноводы, плавно-нерегулярные волноводы, метод адиабатических волноводных мод, метод волноводов сравнения.

1. Общая постановка задачи

В данной работе мы изучаем электромагнитные поля направляемых мод плавно-нерегулярных интегрально-оптических волноводов на примере волновода типа «рупор». Они описываются уравнениями Максвелла, которые для непоглощающей неоднородной изотропной среды в системе СИ в отсутствие источников можно записать в следующем виде:

$$\operatorname{rot} H = \varepsilon \partial E / \partial t, \quad \operatorname{rot} E = -\mu \partial H / \partial t. \quad (1)$$

В многослойном интегрально-оптическом волноводе электромагнитное поле, являющееся решением системы (1), на границах раздела слоев должно удовлетворять тангенциальным граничным условиям: $E^\tau|_1 = E^\tau|_2$, $H^\tau|_1 = H^\tau|_2$.

Решения уравнений Максвелла (1) ищем в следующем виде [1].

$$\begin{cases} E(x, y, z, t) \\ H(x, y, z, t) \end{cases} = \begin{cases} E(x; y, z) \\ H(x; y, z) \end{cases} \exp\{i\omega t - i\varphi(y, z)\} / (\beta(y, z))^{1/2}, \quad (2)$$

где

$$\beta_y(y, z) = k_0^{-1} \partial \varphi / \partial y, \quad \beta_z(y, z) = k_0^{-1} \partial \varphi / \partial z, \quad \beta(y, z) = k_0^{-1} [(\partial \varphi / \partial y)^2 + (\partial \varphi / \partial z)^2]^{1/2},$$

$k_0 = \omega/c$, ω — круговая частота монохроматического излучения, c — скорость света. Декартова система координат ориентирована следующим образом. Ось Ox волновода и на регулярных участках перпендикулярна слоям. Оси Oy , Oz на регулярных участках волновода параллельны слоям. Направляемые моды волновода распространяются вдоль оси Oz . Подстановка (2) в (1) приводит после ряда преобразований к следующим результатам.

Для продольных компонент $E_z(x; y, z)$, $H_z(x; y, z)$ получаем следующие уравнения второго порядка:

$$\partial^2 E_z / \partial x^2 + \chi^2 E_z = -p_y \chi_z^2 \partial / \partial y (\chi_z^{-2}) E_z - c(i\omega \varepsilon)^{-1} [\chi_z^2 p_z \partial / \partial y (\chi_z^{-2})] dH_z / dx, \quad (3)$$

$$\partial^2 H_z / \partial x^2 + \chi^2 H_z = -p_y \chi_z^2 \partial / \partial y (\chi_z^{-2}) H_z - c(i\omega \mu)^{-1} [\chi_z^2 p_z \partial / \partial y (\chi_z^{-2})] dE_z / dx. \quad (4)$$

Статья поступила в редакцию 3 марта 2012 г.

Работа частично поддержана ГК № 14.740.11.1376-1-001 Минобрнауки.

Авторы благодарят профессора Севастьянова Л.А. за постановку задачи и полезные обсуждения.

Для компонент поля $E_x(x; y, z)$, $E_y(x; y, z)$, $H_x(x; y, z)$, $H_y(x; y, z)$ получаем выражения через продольные компоненты $E_z(x; y, z)$, $H_z(x; y, z)$ и их производные:

$$\chi_z^2 H_y = (p_y p_z + \partial p_z / \partial y) H_z - ik_0 \varepsilon d E_z / dx, \quad \chi_z^2 H_x = p_z d H_z / dx + ik_0 \varepsilon p_y E_z, \quad (5)$$

$$\chi_z^2 E_y = ik_0 \mu d H_z / dx + (p_y p_z + \partial p_z / \partial y) E_z, \quad \chi_z^2 E_x = p_z d E_z / dx - ik_0 \mu p_y H_z. \quad (6)$$

В соотношениях (3)–(6) использованы обозначения: $\chi_z^2 = k_0^2 \varepsilon \mu + p_z p_z + \partial p_z / \partial z$, $\chi^2 = \chi_z^2 + p_y p_y + \partial p_y / \partial y$, $p_y = -ik_0 \beta_y - (2\beta)^{-1} \partial \beta / \partial y$, $p_z = -ik_0 \beta_z - (2\beta)^{-1} \partial \beta / \partial z$, с помощью которых производные от напряжённостей E_m выражаются аналогичным образом.

В нулевом приближении для продольных компонент справедливы уравнения [2]:

$$\frac{\partial^2 E_z^0}{\partial x^2} + k_0^2 (\varepsilon \mu - \beta^2) E_z^0 = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 H_z^0}{\partial x^2} + k_0^2 (\varepsilon \mu - \beta^2) H_z^0 = 0, \quad (8)$$

а для поперечных и вертикальных компонент дифференциальные выражения:

$$H_y^0 = \frac{1}{k_0^2 (\varepsilon \mu - \beta_z^2)} \left(-k_0^2 \beta_y \beta_z H_z^0 - ik_0 \varepsilon \frac{d E_z^0}{dx} \right), \quad (9)$$

$$E_x^0 = \frac{1}{k_0^2 (\varepsilon \mu - \beta_z^2)} \left(-k_0 \beta_z \frac{d E_z^0}{dx} - k_0^2 \mu \beta_y H_z^0 \right), \quad (10)$$

$$E_y^0 = \frac{1}{k_0 (\varepsilon \mu - \beta_z^2)} \left(k_0^2 \mu \frac{d H_z^0}{dx} - k_0^2 \beta_y \beta_z E_z^0 \right), \quad (11)$$

$$H_x^0 = \frac{1}{k_0 (\varepsilon \mu - \beta_z^2)} \left(-k_0^2 \beta_z \frac{d H_z^0}{dx} + k_0^2 \varepsilon \beta_y E_z^0 \right), \quad (12)$$

В работе рассматривается диэлектрический волновод следующей структуры (рис. 1).

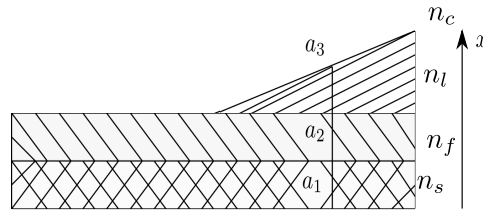


Рис. 1. Схематическое изображение волновода типа «рупор»

На подложку бесконечной вниз толщины из материала с оптическим показателем преломления n_s , размещенную в области $I_s = \{(x, y, z) : x \in (-\infty, -d]; y, z \in (-\infty, +\infty)\}$, нанесен основной волноводный слой толщины d из материала с оптическим показателем преломления $n_f \geq n_s$, размещенный в области $I_f = \{(x, y, z) : x \in [-d, 0]; y, z \in (-\infty, +\infty)\}$. Сверху на основной волноводный слой нанесен дополнительный волноводный слой из материала с оптическим показателем преломления $n_l \geq n_s$ переменной толщины $x = h(y, z)$ (область ненулевой толщины ограничена в плоскости yOz), размещенный в области $I_l = \{(x, y, z) : x \in [0, h(z)]; y, z \in (-\infty, \infty)\}$. Еще выше расположен покровный слой бесконечной вверх толщины из материала с оптическим показателем преломления $n_c \leq n_s$,

размещенный в области $I_c = (x, y, z) : x \in [h(z), +\infty); y, z \in (-\infty, +\infty)$. На каждой из границ раздела двух сред (границ между областями I_j) выполняются тангенциальные граничные условия:

$$E^\tau|_{-d-0} = E^\tau|_{-d+0}, H^\tau|_{-d-0} = H^\tau|_{-d+0}, E^\tau|_{-0} = E^\tau|_{+0}, H^\tau|_{-0} = H^\tau|_{+0}, \quad (13)$$

$$E^\tau|_{h(z)-0} = E^\tau|_{h(z)+0}, H^\tau|_{h(z)-0} = H^\tau|_{h(z)+0}. \quad (14)$$

Кроме того, выполняются граничные условия на бесконечности:

$$|E^\tau|_{x \rightarrow \pm\infty}| < +\infty, \quad |H^\tau|_{x \rightarrow \pm\infty}| < +\infty.$$

Касательные плоскости к границам раздела для условий (13) являются горизонтальными, поэтому система граничных уравнений (13) разделяется на независимые подсистемы для ТЕ- и ТМ-мод [1, 2]. Касательные плоскости к границам раздела для условий (14) в общем случае не являются горизонтальными и $\partial h/\partial y \neq 0$, поэтому тангенциальные компоненты полей в общем случае являются линейными комбинациями всех трех декартовых компонент полей с нетривиальными коэффициентами. Это не позволяет разделить систему граничных уравнений (14) на две независимые подсистемы для ТЕ- и ТМ-мод, что приводит к гибридизации распространяющихся в нерегулярном интегрально-оптическом волноводе собственных (и несобственных — вытекающих) мод [1, 2]:

2. Учет точных тангенциальных граничных условий в методе адиабатических волноводных мод

Граничные условия (13) на горизонтальных плоскостях раздела слоев в покомпонентной записи принимают вид:

$$H_z(x)|_{x=-d-0} = H_z(x)|_{x=-d+0}, \quad E_y(x)|_{x=-d-0} = E_y(x)|_{x=-d+0}, \quad (15)$$

$$E_z(x)|_{x=-d-0} = E_z(x)|_{x=-d+0}, \quad H_y(x)|_{x=-d-0} = H_y(x)|_{x=-d+0}, \quad (16)$$

$$H_z(x)|_{x=-0} = H_z(x)|_{x=+0}, \quad E_y(x)|_{x=-0} = E_y(x)|_{x=+0}, \quad (17)$$

$$E_z(x)|_{x=-0} = E_z(x)|_{x=-d+0}, \quad H_y(x)|_{x=-0} = H_y(x)|_{x=+0}. \quad (18)$$

Из трех компонент тангенциального поля $\vec{E}^{\tau(0)}$ в условиях (14) лишь две $E_y^{\tau(0)}$, $E_z^{\tau(0)}$ линейно независимы. Аналогично из трех компонент магнитного поля лишь две $H_y^{\tau(0)}$ и $H_z^{\tau(0)}$ являются линейно независимыми. Следовательно, граничные условия (14) достаточно выписать лишь для них.

Рассмотрим более подробно условия (14). В точке $(h(y, z), y, z)^t$ границы раздела $x = h(y, z)$ касательная плоскость задается уравнением $dx - (\partial h/\partial y)dy - (\partial h/\partial z)dz = 0$. Тангенциальные к этой плоскости составляющие напряженностей электрического $\vec{E}^{\tau(0)}$ и магнитного $\vec{H}^{\tau(0)}$ полей в покомпонентной записи принимают вид

$$E_y^{\tau(0)} = \frac{\frac{\partial h}{\partial y} E_x^{(0)} + [1 + (\frac{\partial h}{\partial z})^2] E_y^{(0)} - \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial z} E_z^{(0)}}{1 + (\frac{\partial h}{\partial y})^2 + (\frac{\partial h}{\partial z})^2}, \quad (19)$$

$$E_z^{\tau(0)} = \frac{\frac{\partial h}{\partial y} E_x^{(0)} - \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial z} E_y^{(0)} + [1 + (\frac{\partial h}{\partial z})^2] E_z^{(0)}}{1 + (\frac{\partial h}{\partial y})^2 + (\frac{\partial h}{\partial z})^2}.$$

$$H_y^{\tau(0)} = \frac{\frac{\partial h}{\partial y} H_x^{(0)} + [1 + (\frac{\partial h}{\partial z})^2] H_y^{(0)} - \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial z} H_z^{(0)}}{1 + (\frac{\partial h}{\partial y})^2 + (\frac{\partial h}{\partial z})^2}, \quad (20)$$

$$H_z^{\tau(0)} = \frac{\frac{\partial h}{\partial y} H_x^{(0)} - \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial z} H_y^{(0)} + [1 + (\frac{\partial h}{\partial z})^2] H_z^{(0)}}{1 + (\frac{\partial h}{\partial y})^2 + (\frac{\partial h}{\partial z})^2}.$$

С учетом этих выражений граничные условия (14) записываются в виде:

$$E_y^{\tau(0)}(x; y, z)|_{x=h(y,z)-0} = E_y^{\tau(0)}(x; y, z)|_{x=h(y,z)+0}, \quad (21)$$

$$E_z^{\tau(0)}(x; y, z)|_{x=h(y,z)-0} = E_z^{\tau(0)}(x; y, z)|_{x=h(y,z)+0}, \quad (22)$$

$$H_y^{\tau(0)}(x; y, z)|_{x=h(y,z)-0} = H_y^{\tau(0)}(x; y, z)|_{x=h(y,z)+0}, \quad (23)$$

$$H_z^{\tau(0)}(x; y, z)|_{x=h(y,z)-0} = H_z^{\tau(0)}(x; y, z)|_{x=h(y,z)+0}. \quad (24)$$

В случае волновода типа «рупор» негоризонтальный участок границы меняется с изменением аргумента z , но не меняется с изменением аргумента y . Следовательно

$$\beta_y = 0, \beta_z = \beta, \quad \partial h / \partial y = 0, \quad \partial h / \partial z = \tan \vartheta. \quad (25)$$

При этом уравнения (7)–(8) принимают вид:

$$\frac{\partial^2 E_z^0}{\partial x^2} + k_0^2(\varepsilon\mu - \beta^2)E_z^0 = 0, \quad \frac{\partial^2 H_z^0}{\partial x^2} + k_0^2(\varepsilon\mu - \beta^2)H_z^0 = 0, \quad (26)$$

а соотношения (9)–(12) принимают вид:

$$H_y^0 = \frac{-ik_0\varepsilon}{\chi^2} \frac{dE_z^0}{dx}, \quad E_x^0 = -\frac{ik_0\beta}{\chi^2} \frac{dE_z^0}{dx}, \quad (27)$$

$$E_y^0 = \frac{-ik_0\mu}{\chi^2} \frac{dH_z^0}{dx}, \quad H_x^0 = -\frac{ik_0\beta}{\chi^2} \frac{dH_z^0}{dx}. \quad (28)$$

В силу выражений (25) и (27)–(28) в волноводе типа «рупор» граничные условия на негоризонтальной границе раздела выполняются отдельно для разных мод, но внутри каждой моды происходит перемешивание компонент магнитного поля в ТЕ-поляризации и компонент электрического поля в ТМ-поляризации.

Для ТМ-мод: $H^{\tau(0)} = H_y^{\tau(0)}$, а $E_z^{\tau(0)} = \left(\frac{\partial h}{\partial z} E_x^{\tau(0)} + E_z^{\tau(0)} \right) / \left(1 + \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 \right)$, т.е.

$$E_z^{\tau(0)} = \frac{\tan \vartheta E_x^{(0)} + E_z^{(0)}}{1 + \tan^2 \vartheta}. \quad (29)$$

Для ТЕ-мод: $E_y^{\tau(0)} = E_y^{(0)}$, а $H_z^{\tau(0)} = \left(\frac{\partial h}{\partial z} H_x^{\tau(0)} + H_z^{\tau(0)} \right) / \left(1 + \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 \right)$, т.е.

$$H_z^{\tau(0)} = \frac{\tan \vartheta H_x^{(0)} + H_z^{(0)}}{1 + \tan^2 \vartheta}, \quad (30)$$

где α — угол наклона негоризонтальной плоскости рупора к горизонтальной плоскости yOz .

3. Система уравнений, описывающая трансформацию волноводных мод

Перейдем к рассмотрению ТМ-моды. Выпишем явный вид общих решений для трех ненулевых компонент электромагнитного поля ТМ-моды с учетом граничных условий на бесконечности.

$$E_z^c = A_c \exp\{-\gamma_c x\}, \quad (31)$$

$$E_z^s = A_s \exp\{\gamma_s x\}, \quad (32)$$

$$E_z^f = A_f^+ \exp\{i\chi_f x\} + A_f^- \exp\{-i\chi_f x\}, \quad (33)$$

$$E_z^l = A_l^+ \exp\{i\chi_l x\} + A_l^- \exp\{-i\chi_l x\}, \quad (34)$$

$$H_y^c = \frac{ik_0 \varepsilon_c \gamma_c}{\chi_c^2} A_c \exp\{-\gamma_c x\}, \quad (35)$$

$$H_y^s = -\frac{ik_0 \varepsilon_s \gamma_s}{\chi_s^2} A_s \exp\{\gamma_s x\}, \quad (36)$$

$$H_y^f = \frac{k_0 \varepsilon_f}{\chi_f} \left\{ A_f^+ \exp\{i\chi_f x\} - A_f^- \exp\{-i\chi_f x\} \right\}, \quad (37)$$

$$H_y^l = \frac{k_0 \varepsilon_l}{\chi_l} \left\{ A_l^+ \exp\{i\chi_l x\} - A_l^- \exp\{-i\chi_l x\} \right\}, \quad (38)$$

$$E_x^c = \frac{ik_0 \beta \gamma_c}{\chi_c^2} A_c \exp\{-\gamma_c x\}, \quad (39)$$

$$E_x^s = -\frac{ik_0 \beta \gamma_s}{\chi_s^2} A_s \exp\{\gamma_s x\}, \quad (40)$$

$$E_x^f = \frac{k_0 \beta}{\chi_f} \left\{ A_f^+ \exp\{i\chi_f x\} - A_f^- \exp\{-i\chi_f x\} \right\}, \quad (41)$$

$$E_x^l = \frac{k_0 \beta}{\chi_l} \left\{ A_l^+ \exp\{i\chi_l x\} - A_l^- \exp\{-i\chi_l x\} \right\}. \quad (42)$$

Здесь использованы обозначения $\chi_j = k_0 \sqrt{\varepsilon_j - \beta^2}$, $\gamma_j^2 = -\chi_j^2$, $j = s, l, f, c$.

Подставим эти выражения в граничные условия (27)–(30) и получим граничные условия, в явном виде образующие систему линейных алгебраических уравнений относительно неопределенных коэффициентов $A_s, A_f^+, A_f^-, A_l^+, A_l^-, A_c$.

$$\frac{ik_0 \varepsilon_c \gamma_c}{\chi_c^2} A_c \exp\{-\gamma_c a_3\} = \frac{k_0 \varepsilon_l}{\chi_l} \left\{ A_l^+ \exp\{i\chi_l a_3\} + A_l^- \exp\{i\chi_l a_3\} \right\}, \quad (43)$$

$$\begin{aligned} & \frac{i \tan \vartheta k_0 \beta \gamma_c}{\chi_c^2} A_c \exp\{-\gamma_c a_3\} + A_c \exp\{-\gamma_c a_3\} = \\ & = \frac{\tan \vartheta k_0 \beta}{\chi_l} \left\{ A_l^+ \exp\{i\chi_l a_3\} - A_l^- \exp\{-i\chi_l a_3\} \right\} + A_l^+ \exp\{i\chi_l a_3\} - A_l^- \exp\{-i\chi_l a_3\}, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} & \frac{k_0 \varepsilon_f}{\chi_f} \left\{ A_f^+ \exp\{i\chi_f a_2\} - A_f^- \exp\{-i\chi_f a_2\} \right\} = \\ & = \frac{k_0 \varepsilon_l}{\chi_l} \left\{ A_l^+ \exp\{i\chi_l a_2\} - A_l^- \exp\{-i\chi_l a_2\} \right\} \end{aligned} \quad (45)$$

$$A_f^+ \exp\{i\chi_f a_2\} - A_f^- \exp\{-i\chi_f a_2\} = A_l^+ \exp\{i\chi_l a_2\} - A_l^- \exp\{-i\chi_l a_2\} \quad (46)$$

$$\frac{ik_0\varepsilon_s\gamma_s}{\chi_s^2}A_s \exp\{\gamma_s a_1\} = \frac{k_0\varepsilon_f}{\chi_f} \left\{ A_f^+ \exp\{i\chi_f a_1\} + A_f^- \exp\{-i\chi_f a_1\} \right\}, \quad (47)$$

$$A_f^+ \exp\{i\chi_f a_1\} + A_f^- \exp\{-i\chi_f a_1\} = A_s \exp\{\gamma_s a_1\}. \quad (48)$$

После несложных преобразований система (43)–(48) приводится к виду эквивалентной системы линейных алгебраических уравнений меньшей размерности:

$$(i \tan \vartheta k_0 \beta \gamma_c (\varepsilon_l - \varepsilon_c) + \chi_c 2\varepsilon_l) \{A_l^+ \exp\{i\chi_l a_3\} - A_l^- \exp\{-i\chi_l a_3\}\} = \\ = i\varepsilon_c \chi_l \gamma_c \{A_l^+ \exp\{i\chi_l a_3\} - A_l^- \exp\{-i\chi_l a_3\}\}, \quad (49)$$

$$\frac{k_0\varepsilon_f}{\chi_f} \{A_l^+ \exp\{i\chi_l a_2\} - A_l^- \exp\{-i\chi_l a_2\}\} = \\ = \frac{k_0\varepsilon_l}{\chi_l} \{A_l^+ \exp\{i\chi_l a_2\} - A_l^- \exp\{-i\chi_l a_2\}\}, \quad (50)$$

$$A_f^+ \exp\{i\chi_f a_2\} - A_f^- \exp\{-i\chi_f a_2\} = A_l^+ \exp\{i\chi_l a_2\} - A_l^- \exp\{-i\chi_l a_2\}, \quad (51)$$

$$\frac{k_0\varepsilon_f}{\chi_f} \{A_f^+ \exp\{i\chi_f a_1\} - A_f^- \exp\{-i\chi_f a_1\}\} = \\ - \frac{ik_0\varepsilon_s\gamma_s}{\chi_s^2} \{A_f^+ \exp\{i\chi_f a_1\} - A_f^- \exp\{-i\chi_f a_1\}\}. \quad (52)$$

Как видно из приведенных выражений, при угле наклона дополнительного волноводного слоя, отличном от нуля, происходит перераспределение энергии между компонентами магнитного поля H .

Аналогичным образом для ТЕ-моды получаем общие решения для трех ненулевых компонент электромагнитного поля через неопределенные коэффициенты $B_s, B_f^+, B_f^-, B_l^+, B_l^-, B_c$. Граничные условия для тангенциальных компонент поля ТЕ-моды приводят в итоге к системе линейных алгебраических уравнений размерности четыре:

$$B_l^+ (\chi_c^2 - i\gamma_c \chi_l) \exp\{i\chi_l a_3\} + B_l^- (-\chi_c^2 - \gamma_c \chi_l) \exp\{-i\chi_l a_3\} = 0, \quad (53)$$

$$B_f^+ \chi_l \exp\{i\chi_f a_2\} - B_f^- \chi_l \exp\{-i\chi_f a_2\} - \\ - B_l^+ \chi_f \exp\{i\chi_l a_2\} - B_l^- \chi_f \exp\{-i\chi_l a_2\} = 0, \quad (54)$$

$$B_f^+ \exp\{i\chi_f a_2\} + B_f^- \exp\{-i\chi_f a_2\} - B_l^+ \exp\{i\chi_l a_2\} - B_l^- \exp\{-i\chi_l a_2\} = 0, \quad (55)$$

$$B_f^+ (\chi_s^2 + i\chi_f \gamma_s) \exp\{i\chi_f a_1\} + B_f^- (-\chi_s^2 + i\chi_f \gamma_s) \exp\{-i\chi_f a_1\} = 0. \quad (56)$$

В случае с ТЕ-модой перераспределения энергии между компонентами электромагнитного поля не происходит.

4. Система уравнений, описывающая трансформацию волноводных мод

В работах, использующих метод волноводов сравнения, точные наклонные граничные условия (14) заменяются приближенными горизонтальными [3,4]. Для описания волноводов типа «рупор» воспользуемся методом волноводов сравнения с целью установить аналитические и численные различия в описании распространяющихся в них волноводных мод. В этом методе все уравнения для компонент

электромагнитного поля волноводных ТМ-мод совпадают [5] с уравнениями (26)–(28), справедливыми для метода адиабатических мод. Следовательно, общие решения этих уравнений, удовлетворяющие граничным условиям на бесконечности, совпадают с выражениями (31)–(42). В методе волноводов сравнения нерегулярные участки волновода заменяются набором регулярных участков разной высоты [3, 4]. Так что слагаемые в (21)–(24), пропорциональные $(\partial h, \partial z)$, в методе волноводов сравнения равны нулю. Следовательно, граничные условия для электромагнитного поля ТМ-мод эквивалентны [5] однородной системе линейных алгебраических уравнений, совпадающей с (49)–(52), если в ней формально положить $\tan \vartheta = 0$.

Присутствие в граничных условиях (49)–(52) слагаемых, пропорциональных тангенсу угла наклона верхней плоскости «рупора», составляет различие метода адиабатических волноводных мод и метода волноводов сравнения. Эти вклады задают отличия в дисперсионных кривых, а также в трансформации полей волноводных мод, распространяющихся в «рупоре». Поскольку эти вклады внесли отличие в дисперсионные соотношения только ТЕ-мод, продемонстрируем на этих примерах различие вычисленных величин.

Однородная система линейных алгебраических уравнений (49)–(52), эквивалентная системе граничных уравнений в методе адиабатических мод, вида

$$\hat{M}_{TM}(\beta, \vartheta) \vec{A}(\beta, \vartheta) = \vec{0}$$

имеет нетривиальное решение в случае выполнения условия совместности

$$\det \hat{M}_{TM}(\beta, \vartheta) = 0.$$

В методе волноводов сравнения аналогичная система линейных алгебраических уравнений имеет вид $\hat{M}_{TM}(\beta, 0) \vec{A}(\beta, 0) = \vec{0}$. Она допускает нетривиальное решение, если выполняется условие совместности $\det \hat{M}_{TM}(\beta, 0) = 0$, которое в интегральной оптике носит название дисперсионного соотношения.

Ниже на графиках приведены количественные различия в значениях распределения коэффициента фазового замедления $\beta(z)$, вычисленных методом адиабатических мод и методом волноводов сравнения (рис. 2–4).

Для ТЕ-мод тангенциальные граничные условия в методе адиабатических мод не зависят явно от угла наклона ϑ и эквивалентны однородной системе линейных алгебраических уравнений (53)–(56) вида $\hat{M}_{TE}(\beta) \vec{B}(\beta) = \vec{0}$. Они совпадают с тангенциальными граничными условиями в методе волноводов сравнения [5]. Общая для обоих методов система линейных алгебраических уравнений имеет нетривиальное решение при выполнении условия совместности $\det \hat{M}_{TE}(\beta) = 0$, также не зависящего явно от угла наклона ϑ .

Следует заметить, что вычисления вертикального распределения электромагнитного поля волноводной ТМ-моды по формулам (31)–(42) недостаточно. Для вычисления полного электромагнитного поля соответствующей моды необходимо использование формулы (2), в которую входит запаздывание фазы $\varphi(z) =$

$$\varphi(z_0) + k_0 \int_{z_0}^z \beta(z') dz'.$$

Последняя величина вычисляется с помощью метода численного интегрирования таблично вычисленной величины $\beta(z)$. Результаты сравнения вычисленных двумя методами полных электромагнитных полей направляемых мод волновода типа «рупор» будут опубликованы в последующей работе.

5. Заключение

В данной работе продемонстрированы теоретическое и численное отличия в описании направляемых мод волновода типа «рупор» двумя методами: нулевым

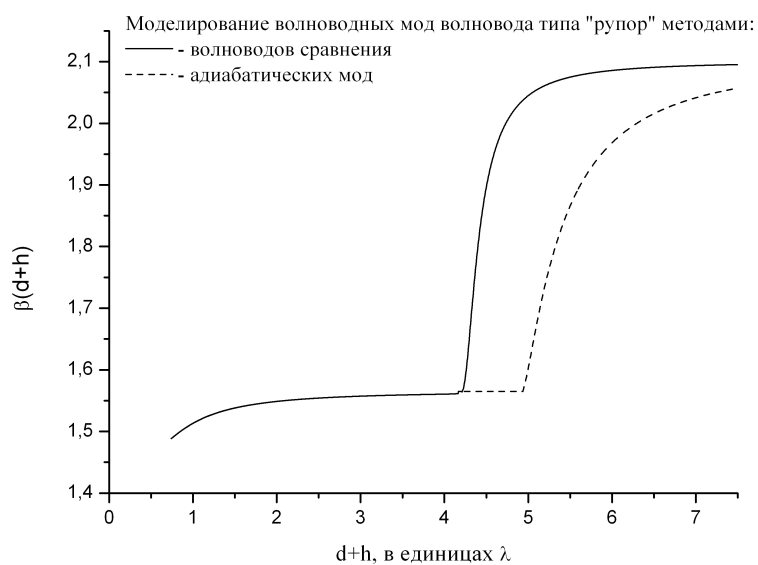


Рис. 2. Дисперсионные кривые при ТМ-моды нулевого порядка. Толщина первого волноводного слоя d меняется от 0,61 до 4,0. Затем толщина второго волноводного слоя h меняется от 0,0 до 4,0

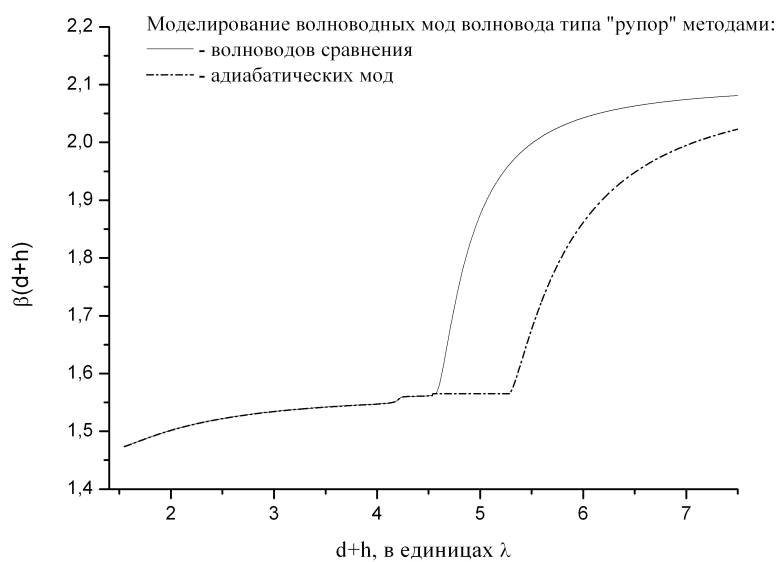


Рис. 3. Дисперсионные кривые при ТМ-моды первого порядка. Толщина первого волноводного слоя d меняется от 1,61 до 4,0. Затем толщина второго волноводного слоя h меняется от 0,0 до 4,0

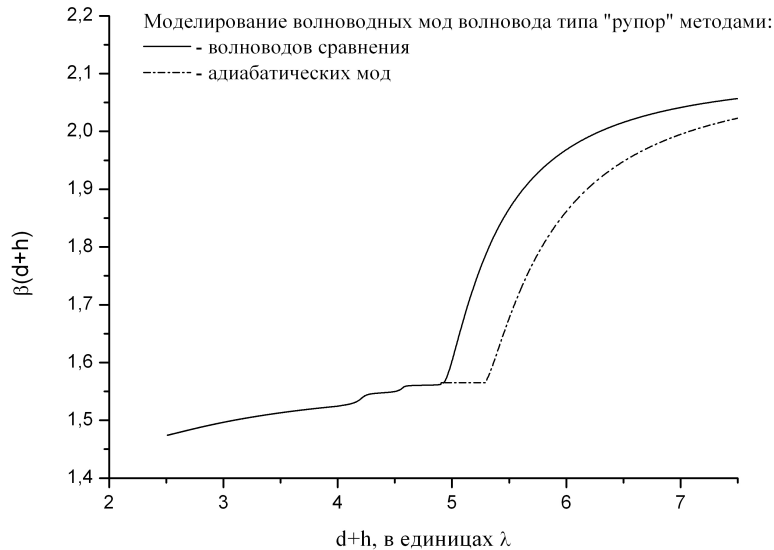


Рис. 4. Дисперсионные кривые при ТМ-моды второго порядка. Толщина первого волноводного слоя d меняется от 2,5 до 4,0. Затем толщина второго волноводного слоя h меняется от 0,0 до 4,0

приближением метода адиабатических мод и методом волноводов сравнения. Даже нулевое приближение метода адиабатических мод вносит существенное отличие, пропорциональное тангенсу угла наклона верхней границы волновода, в описание эволюции, как полей волноводных мод, так и дисперсионных соотношений. Компьютерное моделирование обоих способов описания волноводов типа «рупор» наглядно демонстрирует указанное отличие. Нулевое приближение обеспечивает трансформацию направляемых мод плавно-нерегулярного волновода, не приводя к их гибридизации.

При этом вклад нулевого приближения в эти отличия обеспечивается граничными условиями на наклонной границе волновода. В первом приближении метода адиабатических мод отличие проявится также и в уравнениях, обобщающих уравнения (7)–(8), что приведет и к гибридизации мод [1,2]. Результаты компьютерного моделирования данного явления будут представлены в следующей публикации авторов.

Литература

1. Адиабатические моды плавно-нерегулярного оптического волновода: нулевое приближение векторной теории / А. А. Егоров, А. Л. Севастьянов, Э. А. Айрян и др. // Математическое моделирование. — 2010. — Т. 22. — С. 42–54. [Adiabaticeskije modih plavno-neregulyarnogo opticheskogo volnovoda: nulevoe priblizhenie vektornoj teorii / A. A. Egorov, A. L. Sevast'yanov, Eh. A. Ajryan i dr. // Matematicheskoe modelirovanie. — 2010. — T. 22. — S. 42–54.]
2. Севастьянов А. Л. Компьютерное моделирование полей направляемых мод тонкоплочной волноводной обобщенной линзы Люненберга: Дис... канд. физ.-мат. наук / РУДН. — М., 2011. [Sevast'yanov A. L. Komp'yuternoe modelirovanie polej napravlyaemihkh mod tonkoplnochnoj volnovodnoj]

- obobshchennoj linzih Lyunenberga: Dis. . . kand. fiz.-mat. nauk / RUDN. — М., 2011.]
3. Канцелеbaum Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно изменяющимися параметрами. — М.: АН СССР, 1961. [*Kancelebaum B. Z. Teoriya neregulyarnihkh volnovodov s medlenno izmenyayuthimisya parametrami.* — М.: АН СССР, 1961.]
 4. Шевченко В. В. Плавные переходы в открытых волноводах (Введение в теорию). — М.: Наука, 1969. [*Shevchenko V. V. Plavnihe perekhodih v otrkrihtihkh volnovodakh (Vvedenie v teoriyu).* — М.: Nauka, 1969.]
 5. Representations of Guided Modes of Integrated-Optical Multilayer Thin-Film Waveguides / E. A. Ayarjan, A. A. Egorov, E. N. Michuk et al. // Preprint JINR E11-2011-31. — 2011. — Vol. 11. — 52 p.

UDC 517.958

Mathematical Modeling of Mouthpiece Type Waveguide

A. L. Sevastyanov, A. I. Chernoi Ivanov

*Telecommunication Systems Department
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russia*

In the paper is shown the difference in description of the mouthpiece type waveguide by the method of adiabatic waveguide modes and by the method of comparative waveguides. The difference is demonstrated by the results of numerical calculations.

Key words and phrases: integrated-optical waveguides, smoothly-irregular waveguides, adiabatic waveguide modes, comparative waveguides, Tykhonov' regularization.