

---

УДК 533.9

## Численное моделирование взаимодействия короткого ионного пучка с плазмой

В. Б. Красовицкий\*, В. А. Туриков†, Д. В. Камин†

\* *Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

† *Российский университет дружбы народов, Москва, Россия*

В работе рассматривается задача о прохождении короткого ионного пучка через слой плазмы. В таком процессе происходит захват пучком электронов плазмы и компенсация его заряда. Компенсация заряда при транспортировке заряженных пучков необходима для предотвращения их расплывания под действием собственного кулоновского поля. Важность изучения методов компенсации заряда ионных пучков высоких энергий обусловлена их многочисленными приложениями. В частности, в последние годы ведутся активные исследования по взаимодействию интенсивных ионных пучков с термоядерными мишенями с целью получения управляемого синтеза. Для описания взаимодействия пучка с плазмой в работе использовано одномерное электростатическое приближение и приведены условия его применимости. Рассмотрено движение электрона в поле ионного пучка с модельным распределением плотности. Посредством численного моделирования по методу частиц в ячейке показано, что при прохождении короткого ионного пучка через слой плазмы происходит захват части электронов плазмы полем сгустка. Однако, в отличие от гидродинамического описания, использованного другими авторами, этот процесс имеет существенно кинетическую природу, причём коллективное электрическое поле сравнимо по величине с полем пучка. Под действием суммарного поля возникают пучки ускоренных электронов, приводящие к нелинейному режиму пучковой неустойчивости и сильному нагреву электронной компоненты плазмы. Показано, что на захват электронов полем сгустка сильное влияние оказывает переменное поле, вызванное плазменными колебаниями на границах слоя. Проведено численное моделирование процесса прохождения пучка через слой плазмы на интервалах времени, сравнимых с ионным плазменным периодом. Метод частиц в ячейке применён в этом случае для расчёта движения ионов. Предполагалось, что электроны имеют бoльцмановское распределение плотности в самосогласованном поле. Краевая задача для уравнения Пуассона, которое в такой постановке становится нелинейным, решалась численно методом стрельбы. При электронной температуре, значительно превышающей ионную, продемонстрировано образование стационарных структур типа ионных фазовых дыр.

**Ключевые слова:** ионные пучки, плазма, плазменные неустойчивости, компенсация заряда, ионные фазовые дыры

### 1. Введение

Кулоновское расталкивание зарядов в интенсивных ионных пучках приводит к их расплыванию, что ухудшает характеристики пучков. Поэтому исследование методов нейтрализации объёмного заряда интенсивных пучков является весьма важным в связи с разработкой новых типов ускорителей высоких энергий, а также в связи с использованием релятивистских пучков в системах инерциального термоядерного синтеза.

Для предотвращения кулоновского расталкивания ионных пучков существует большое число методов компенсации их заряда [1]. В последние годы широкое распространение получил метод компенсации заряда, основанный на пропускании пучков через слой плазмы [2–5]. Процесс прохождения ионного пучка конечной длины через плазму теоретически и численно исследовался в работах [3–5]. Аналитические результаты были получены в гидродинамическом приближении в предположении

полной нейтрализации заряда и тока пучка. Было также проведено двумерное численное моделирование по методу частиц для пучков, длина которых  $l_b$  была значительно больше их радиуса  $r_b$  (длинные пучки). При этом собственное поле сгустка  $E_z$  вдоль направления его движения считалось малым по сравнению с радиальным полем  $E_r$ . Был сделан вывод о том, что в таком процессе развивается пучковая неустойчивость, обусловленная движением захваченных электронов относительно неподвижной плазмы.

В данной работе рассмотрено прохождение через плазменный слой коротких пучков, для которых  $l_b \leq r_b$ . В этом случае захват электронов в основном происходит под действием продольного поля  $E_z$ . Проведённое численное моделирование показало, что захват электронов такими пучками определяется коллективным полем, возникающим на нелинейной стадии пучковой неустойчивости, а также плазменными колебаниями на границах слоя. Моделирование для интервалов времени порядка плазменного периода ионов показало, что короткий ионный пучок может возбуждать в плазме нелинейные структуры типа равновесий Бернштейна–Грина–Крускала.

## 2. Движение электрона в заданном поле короткого пучка

Рассмотрим в одночастичном приближении движение электрона в поле ионного пучка. Будем считать, что все ионы в нем движутся с одинаковой скоростью  $V_b$ . Тогда в системе отсчёта пучка электроны из холодного плазменного слоя будут иметь начальную скорость  $-V_b$ . Для определённости зададим поле пучка в виде

$$E_z^{(0)} = E_0 \operatorname{th} \left( \frac{2z}{l_b} \right), \quad (1)$$

где ось  $z$  направлена вдоль направления распространения пучка.

Из теоремы Гаусса следует значение амплитуды поля вне слоя плазмы

$$E_0 = 2\pi l_b e n_b, \quad (2)$$

где  $n_b$  — плотность ионов в пучке.

Перейдём к следующим безразмерным переменным:

$$Z = z \cdot \frac{\omega_p}{c}, \quad L_b = l_b \cdot \frac{\omega_p}{c}, \quad L_p = l_p \cdot \frac{\omega_p}{c}, \quad P_{ze} = \frac{p_{ze}}{m_e c},$$

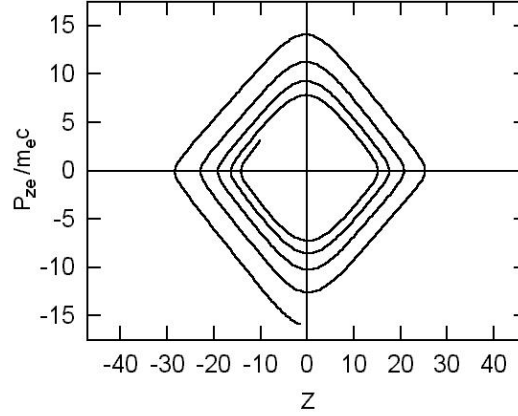
$$\varepsilon_0 = -\frac{e E_0}{m_e c \omega_p}, \quad V_b = \frac{v_b}{c}, \quad \tau = t \cdot \omega_p,$$

где  $l_p$  — ширина плазменного слоя,  $m_e$  — масса покоя электрона,  $p_{ze}$  — релятивистский импульс. В таких переменных закон сохранения энергии (в единицах  $m_e c^2$ ) для электрона, движущегося в поле (1), можно представить в виде

$$H = \sqrt{1 + P_{ze}^2} - \varepsilon_0 \frac{L_b}{2} \ln \left[ ch \left( \frac{2Z}{L_b} \right) \right] = \text{const}. \quad (3)$$

На рис. 1 представлена фазовая плоскость ансамбля независимых электронов, соответствующая закону сохранения (3). В начальный момент времени частицы равномерно распределены по координате в области  $5 \leq Z_0 \leq 20$  и имеют начальную скорость  $V_0 = -0.2$ . Из рисунка следует, что все электроны захватываются полем сгустка. При этом область их движения расширяется с ростом начальной координаты  $Z_0$ . Значения  $L_b$ ,  $V_b$ ,  $n_b/n_0$  ( $n_b$ ,  $n_0$  — плотности пучка и плазмы) соответствуют характерным значениям параметров в работах [3–5]. Из значений безразмерного

импульса электронов на рис. 1 видно, что при таких параметрах их энергия может достигать релятивистских значений порядка нескольких МэВ.



**Рис. 1.** Фазовая плоскость ансамбля независимых электронов в момент времени  $\tau = 540$ . При  $\tau = 0$  электроны равномерно распределены с координатами  $5 \leq Z_0 \leq 20$ ,  $L_b = 12$ ,  $V_b = 0, 2$ ,  $n_b/n_0 = 0, 1$ .

### 3. Численное моделирование захвата электронов ионным пучком

Характерный масштаб возмущения электронной плотности плазмы в таком взаимодействии имеет порядок  $V_b/\omega_{pe}$ . При  $V_b/\omega_{pe} \ll r_b$  ( $r_b$  — радиус пучка) главный вклад в поле разделения заряда будет давать продольное поле  $E_z$ . Такое приближение применимо к случаю пучка с радиусом, превосходящем его продольную длину. Для нерелятивистских пучков с  $V_b/c \ll 1$  действием на электроны собственного магнитного поля по сравнению с полем разделения заряда можно пренебречь. Таким образом, при указанных ограничениях для описания взаимодействия сгустка с плазменным слоем можно использовать одномерное электростатическое приближение. Такое рассмотрение подобно модели тонких дисков, использованной в работе [6] для анализа динамики слоистых электронно-ионных пучков в плазме.

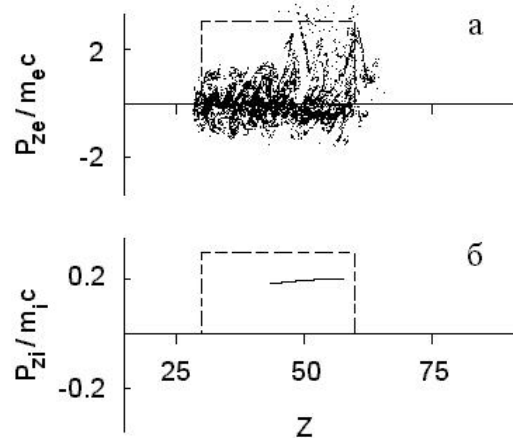
Для численного моделирования процесса распространения заряженного ионного пучка в плазменном слое был использован одномерный электростатический вариант метода частиц в ячейке [7]. Задача в численном моделировании была поставлена следующим образом. Учитывалось только электростатическое поле разделения заряда  $E(z)$ . Пучок до входа в плазменный слой имел профиль распределения плотности, соответствующий электрическому полю вида (1). Плазменный слой с обеих сторон был окружён вакуумными областями и имел ступенчатый профиль плотности на границах. Отношение масс электронов и ионов полагалось равным  $m_i/m_e = 1840$ . Граничные значения поля  $E_z$  в вакуумных областях вне слоя определялись по значению его полного начального заряда  $Q_0$ . В моделировании пучок в начальный момент времени располагался вблизи границы плазмы. При удалении начального положения от границы результаты изменялись мало. Появлялся лишь пучок электронов малой плотности, вытягиваемый ионным пучком из плазмы. По мере вхождения пучка ионов внутрь слоя наблюдалось развитие пучковой неустойчивости (рис. 2), вызванной ускоренными электронами. Параметры  $L_p$ ,  $L_b$  и  $n_b/n_0$  выбирались близкими к значениям, использованным в работе [3]. После полного прохождения через

слой (рис. 3) часть электронов слоя захватывалась сгустком и двигалась вместе с ним. При этом пучковая неустойчивость приводила к сильному нагреву электронов плазмы.

Для оценки эффективности нейтрализации пучка вычислялась степень компенсации его заряда

$$f = 1 - Q_f/Q_0, \quad (4)$$

где  $Q_f$  — полный заряд сгустка после его полного прохождения через плазменный слой. Как показали результаты численных экспериментов, максимальные значения степени компенсации в такой постановке задачи составляют порядка 50%. Эта величина значительно ниже наблюдавшейся в экспериментах [2]. Неполная компенсация объясняется тем, что мы рассматривали плазменный слой со свободными границами. В работе [2] исследование проводилось в системе с проводящей границей, которая обеспечивала дополнительную поставку электронов в плазму.

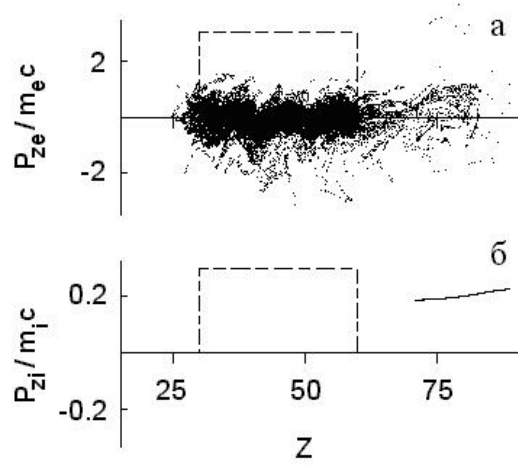


**Рис. 2.** Фазовые плоскости электронов (а) и ионов пучка (б) при его движении внутри плазменного слоя в момент времени  $t = 300$ . Пунктиром отмечена область слоя в начальный момент.  $L_p = 30$ ,  $L_b = 8$ ,  $n_b/n_0 = 0,1$

Численное моделирование показало, что степень компенсации заряда  $f$  слабо зависит от толщины плазменного слоя  $L_p$ . Это указывает на то, что основная часть захваченных электронов увлекается сгустком вблизи границ слоя. Исследована также зависимость степени компенсации заряда от начальной плотности заряда пучка. Имеет место возрастание  $f$  при увеличении отношения  $n_b/n_0$ . При этом, однако, наблюдалось сильное распыление пучка при больших значениях  $n_b/n_0$ . Это связано с большим значением заряда  $Q_f$  на выходе из слоя. При  $n_b/n_0 > 1$  происходят сильные нерегулярные возмущения скоростей электронов в слое и монотонное возрастание степени компенсации нарушается.

#### 4. Формирование нелинейных структур при прохождении ионного пучка через плазму

При взаимодействии короткого ионного пучка с плазмой на интервалах времени порядка ионного плазменного периода могут формироваться квазистационарные нелинейные структуры типа равновесий Бернштейна–Грина–Крускала (БГК) [8]. В частности могут возникать так называемые ионные фазовые дыры (ion phase-space



**Рис. 3.** Фазовые плоскости электронов (а) и ионов пучка (б) после его прохождения через плазменный слой в момент времени  $t = 380$ ,  $L_p = 30$ ,  $L_b = 8$ ,  $n_b/n_0 = 0,1$

holes). В них ионы совершают колебания в медленно меняющемся самосогласованном электрическом поле. В фазовом пространстве  $p_z, z$  такое распределение имеет вид вихря или «дыры», если функция распределения ионов в его центральной части близка к нулю. При этом оно близко по своим свойствам к солитонам, так как при движении его форма остаётся неизменной. Ионные фазовые дыры наблюдались в численном моделировании [9] и в лабораторных экспериментах [10]. В данной работе процесс образования ионной фазовой дыры исследуется посредством численного моделирования.

Для моделирования динамики ионных фазовых дыр использован метод частиц в ячейке, причём частицами в ячейках теперь являются ионы, а электроны считаются распределёнными по Больцману. Такое описание можно считать оправданным при малых скоростях движения ионного пучка в плазме. При этом электроны в силу их большей подвижности успевают распределиться по Больцману за промежуток времени намного меньший, чем время прохода пучка через плазменный слой. Уравнение Пуассона для самосогласованного поля в такой постановке задачи становится нелинейным

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = n_0 \exp\left(-\frac{e\phi}{kT}\right) - n_i. \quad (5)$$

На границах области моделирования использовались отражательные условия для частиц. В связи с этим граничные условия для электрического поля в вакуумных областях задавались в виде

$$E_z(0) = E_z(L) = 0, \quad (6)$$

где  $L$  — размер области моделирования. Краевая задача для нелинейного уравнения Пуассона (5) решалась методом стрельбы [11].

В численном моделировании ионный пучок в начальном состоянии генерировался в виде однородного распределения частиц по координате  $z$  и максвелловского распределения по скорости  $V_z$ , смещённого на скорость движения пучка  $V_b$  (см. рис. 4). При этом пучок с самого начала располагался внутри плазменного слоя. Образование фазовых дыр происходило, начиная с отношения температур  $T_e/T_i \approx 10$ . На

рис. 4 представлена эволюция фазовой плоскости при взаимодействии пучка с плазменным слоем в течение одного ионного плазменного периода. Видно, что через этот интервал времени формируется ионная фазовая дыра, в которой ионы совершают колебания в образовавшейся потенциальной яме. При этом фазовая дыра движется в противоположном направлении по отношению к движению пучка. На рис. 5 изображены соответствующие распределения электрического поля  $E_z$  в те же моменты времени, что и на рис. 4.

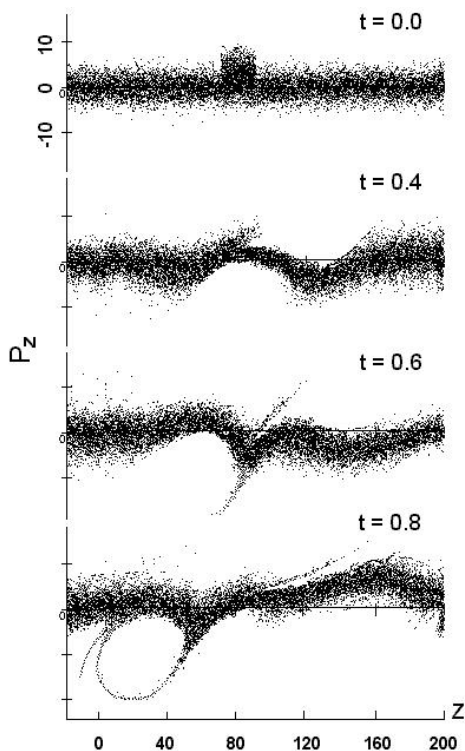


Рис. 4. Образование ионной фазовой дыры при прохождении ионного пучка через плазму,  $L_b = 20$ ,  $V_b = 2$ ,  $\theta = T_e/T_i = 20$

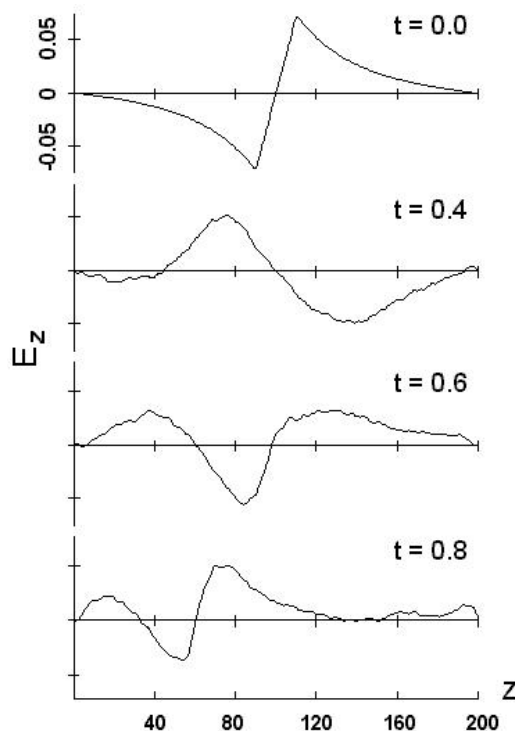


Рис. 5. Изменение распределения электрического поля  $E_z$  со временем при распространении ионного пучка в плазме. Параметры см. на рис. 4

## 5. Заключение

В работе показано, что при прохождении короткого ионного пучка через слой плазмы происходит захват части электронов плазмы полем пучка. Однако, в отличие от гидродинамического описания [3–5], этот процесс имеет существенно кинетическую природу, причём коллективное электрическое поле сравнимо по величине с полем пучка. Под действием суммарного поля возникают пучки ускоренных электронов, приводящие к нелинейному режиму пучковой неустойчивости и сильному нагреву электронов плазмы. На захват электронов полем ионного пучка сильное влияние оказывает также переменное поле, вызванное плазменными колебаниями на границах слоя.

Результаты численного моделирования показали, что степень компенсации заряда пучка слабо зависит от ширины слоя. Отсюда можно заключить, что захват электронов в основном происходит вблизи границ слоя. При увеличении плотности

пучка степень компенсации заряда возрастает. Однако при значениях  $n_b/n_0 > 1$  возникают сильно нелинейные возмущения скоростей электронов в слое, приводящие к нарушению условий захвата и к снижению степени компенсации заряда пучка.

Моделирование процесса прохождения пучка через слой плазмы на интервалах времени, сравнимых с ионным плазменным периодом, продемонстрировало образование стационарных структур типа ионных фазовых дыр.

## Литература

1. *Габович М. Д.* Ионно-пучковая плазма и распространение интенсивных компенсированных ионных пучков // УФН. — 1977. — Т. 121. — С. 259–284.
2. *Roy P. K., Yu S. S. et al.* Results on Intense Beam Focusing and Neutralization from the Neutralized Beam Experiment // Phys. Plasmas. — 2004. — Vol. 11. — Pp. 2890–2898.
3. *Kaganovich I. D., Startsev E. A., Davidson R. C.* Nonlinear Plasma Waves Excitation by Intense Ion Beams in Background Plasma // Phys. Plasmas. — 2004. — Vol. 11. — Pp. 3546–3552.
4. Enhanced Self-Focusing of an Ion Beam Pulse Propagating Through a Background Plasma Along a Solenoidal Magnetic Field / M. A. Dorf, I. D. Kaganovich, E. A. Startsev, R. C. Davidson // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Vol. 103. — Pp. 075003–1–5.
5. *Kaganovich I. D., Davidson R. S. et al.* Physics of Neutralization of Intense High-Energy Ion Beam Pulses by Electrons // Phys. Plasmas. — 2010. — Vol. 17. — Pp. 056703–1–20.
6. *Красовицкий В. Б., Нагучев О. Ю.* Равновесные электронно-ионные сгустки в плазме // Физика плазмы. — 1994. — Т. 20. — С. 405–412.
7. *Туриков В. А., Ульяницкий И. В., Умнов А. М.* Численное моделирование плазменных процессов. — М.: РУДН, 2001.
8. *Bernstein I. B., Greene J. M., Kruskal M. D.* Physics of Neutralization of Intense High-Energy Ion Beam Pulses by Electrons // Phys. Rev. — 1957. — Vol. 108. — Pp. 546–552.
9. *Sakanaka P. H.* Beam-Generated Collisionless Ion-Acoustic Shocks // Phys. Fluids. — 1972. — Vol. 15. — Pp. 1323–1327.
10. *Pecseli H. L., Trulsen J., Armstrong R. J.* Formation of Ion Phase-Space Vortexes // Physica Scripta. — 1984. — Vol. 29. — Pp. 241–253.
11. *Жидков Е. Н.* Вычислительная математика. — М.: Изд. Академия, 2013.

UDC 533.9

## Numerical Simulation of a Short Ion Beam Interaction with Plasma

V. B. Krasovitskiy\*, V. A. Turikov<sup>†</sup>, D. V. Kamin<sup>†</sup>

\* *Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>†</sup> *Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia*

The problem of a short ion beam passing through the plasma layer is considered in this paper. In such a process the plasma electrons capture by the beam takes place. The charge compensation is necessary during the charged beams transport with the purpose to prevent their dispersion under the influence of the own Coulomb field. It is important to investigate the methods of the beam charge compensation methods for the reason of their numerous applications. Specifically the active investigations of the intensive ion beams interactions with the thermonuclear targets in the controlled fusion problem are performed last years. In this paper the one-dimensional electrostatic approximation is used and the conditions of its applicability are presented. The electron movement in the ion beam field with the model density distribution is considered. It

is shown by the numerical simulation using the particle-in-cell method that during the short ion beam passing through the plasma layer the capture of the part of plasma electrons by the beam field takes place. But unlike the hydrodynamical description used by other authors this process has the essentially kinetic nature moreover the collective electric field is compared with the beam field. The beams of accelerated electrons are formed under the influence of the total field leading to the nonlinear regime of the beam instability and strong heating of the plasma electrons. It is shown that the oscillating field caused by the plasma oscillations on the plasma boundaries affects essentially on the electron capture. The numerical simulation of the beam passing through the plasma layer on the time intervals compared with ion plasma period is carried out. The particle-in-cell method is applied in this case for the ion movement calculation. It was supposed that the electrons have the Boltzmann density distribution in the self-consistent field. The boundary problem for the Poisson equation which becomes nonlinear in such a statement was solved numerically by the shooting method. It was demonstrated the formation of the stationary structures of the ion phase space holes type for the electron temperature much larger the ion one.

**Key words and phrases:** ion beams, plasma, plasma instabilities, charge compensation, ion phase-space holes

## References

1. M. D. Gabovich, Ion-Beam Plasma and Propagation of Intense Compensated Ion Beams, UFN 121 (1977) 259–284, in Russian.
2. P. K. Roy, S. S. Yu, et al., Results on Intense Beam Focusing and Neutralization from the Neutralized Beam Experiment, Phys. Plasmas 11 (2004) 2890–2898.
3. I. D. Kaganovich, E. A. Startsev, R. C. Davidson, Nonlinear Plasma Waves Excitation by Intense Ion Beams in Background Plasma, Phys. Plasmas 11 (2004) 3546–3552.
4. M. A. Dorf, I. D. Kaganovich, E. A. Startsev, R. C. Davidson, Enhanced Self-Focusing of an Ion Beam Pulse Propagating Through a Background Plasma Along a Solenoidal Magnetic Field, Phys. Rev. Lett. 103 (2009) 075003–1–5.
5. I. D. Kaganovich, R. S. Davidson, et al., Physics of Neutralization of Intense High-Energy Ion Beam Pulses by Electrons, Phys. Plasmas 17 (2010) 056703–1–20.
6. V. B. Krasovitskiy, O. J. Naguchev, Equilibrium Electron-Ion Bunches in Plasma, Fizika plazmy 20 (1994) 405–412, in Russian.
7. V. A. Turikov, I. V. Uljanitskiy, A. M. Umnov, Numerical Simulation of Plasma Processes, PFUR, Moscow, 2001, in Russian.
8. I. B. Bernstein, J. M. Greene, M. D. Kruskal, Physics of Neutralization of Intense High-Energy Ion Beam Pulses by Electrons, Phys. Rev. 108 (1957) 546–552.
9. P. H. Sakanaka, Beam-Generated Collisionless Ion-Acoustic Shocks, Phys. Fluids 15 (1972) 1323–1327.
10. H. L. Pecseli, J. Trulsen, R. J. Armstrong, Formation of Ion Phase-Space Vortexes, Physica Scripta 29 (1984) 241–253.
11. E. N. Zhidkov, Computational Mathematics, Akademia Publishing, Moscow, 2013, in Russian.