
Математические модели и методы в ЭКОНОМИКЕ

УДК 330.4, 519.86, 517.977.5

Агрегированная двухсекторная динамическая модель венчурного инвестирования

В. А. Остапов

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Венчурный капитал составляет значительную долю инвестиций в инновационные проекты. Строится двухсекторная динамическая модель экономики с учётом венчурного инвестирования. Выделяются пять экономических агентов: население, банки, торговые посредники и производство, разделённое на два сектора — традиционный и инновационный. В статье даётся микроописание деятельности фирм обоих секторов.

Фирмы основного сектора в каждый момент времени образуются за счёт перехода в него одной из фирм венчурного сектора, в котором в каждый момент времени создаётся несколько фирм. Параметры инновационных фирм задаются нормальным распределением.

Венчурный инвестор кредитруется банковской системой, полностью контролирующей доходы и убытки венчурного сектора. Население инвестирует деньги в фирмы традиционного сектора в момент их перехода из венчурного.

Описывается процесс выхода фирм из инновационного сектора и их продажи. Также дано описание процесса ликвидации убыточных фирм обоих секторов. Приводятся результаты численных экспериментов с замкнутой математической моделью. Предложенная модель входит в режим экспоненциального роста в котором выделяется характерный излом в момент времени, когда инвестиции населения выходят на уровень банковских кредитов.

Ключевые слова: венчурное инвестирование, математическое моделирование, оптимальное управление, численные методы, математическая экономика

1. Введение

Рынок венчурных инвестиций в XXI в. постоянно расширяется. В современную эпоху актуальной является теория экономического разнообразия, основным постулатом которой является то, что постоянное расширение ассортимента потребительских товаров стимулирует потребительскую активность населения. Таким образом, очевидно, что население будет обеспечивать больший спрос на инновационные товары. Венчурный капитал в наше время является основным источником инвестиций в инновационные проекты. Тем самым обоснованной является необходимость построения модели инвестиционной политики фирм, учитывающей венчурный капитал и выделяющей инновационный сектор в отдельный сектор производства.

В статье рассматривается динамическая макроэкономическая модель венчурного инвестирования. Считаем, что в экономике взаимодействуют 5 агентов: крупное производство, инновационный сектор, банковский сектор, население и торговый посредник. Производство определяется двумя секторами: первый — крупный, второй — инновационный [1, 2].

Предполагается, что в каждый момент времени в инновационном секторе создаётся определённое число фирм, параметры которых задаются с помощью нормального распределения. В первом секторе в каждый момент времени создаётся одна фирма за счёт перехода из инновационного сектора фирмы с наименьшей трудоёмкостью. В момент выхода фирмы из инновационного сектора происходит доинвестирование в неё депозитов населения, которое начинает владеть соответствующей частью капитала фирмы.

Статья поступила в редакцию 28 апреля 2016 г.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (код проекта 15-07-08952).

В модели считается, что в крупном секторе технологии только устаревают, а мощности воспроизводятся только за счёт создания новых фирм. В инновационном секторе начальная трудоёмкость задаётся случайно, при этом сама технология может как развиваться, так и деградировать [3, 4].

В инновационном секторе фирмы создаются за счёт инвестирования собственных средств венчурного инвестора и кредитов, которые он берет в банке. Доходы и расходы инновационных фирм контролируются инвестором, который получает доход при выходе фирмы из инновационного сектора, а также от владения активами крупного сектора.

Население в модели тратит деньги на потребление и инвестиции в фирмы, переходящие в крупный сектор. Доходы населения складываются из заработной платы рабочих, дивидендов банков и доли в доходах крупных фирм.

Банковская система хранит депозиты населения и собственников фирм, выдавая кредиты венчурному инвестору.

Описание модели начнём с описания секторов производства. Далее приводится описание экономической деятельности населения и определяется рынок товаров. Завершается описание модели описанием банковской системы.

Вторая часть статьи посвящена численным экспериментам с моделью и анализу их результатов.

В заключение приводится экономическая интерпретация полученных результатов и предложения по дальнейшему развитию предложенной модели.

2. Описание секторов производства

2.1. Венчурный сектор

2.1.1. Микроописание

Считаем, что в каждый момент времени τ в секторе создаётся n_v фирм, определяющихся мощностью $m_v^i(t, \tau)$ и капиталом $k_v^i(t, \tau)$, изменяющихся с темпами $\mu_v^{\tau, i}$ и $\beta_v^{\tau, i}$ соответственно, и начальной трудоёмкостью ν_τ^i . Также считаем, что мощности могут распродаваться с темпом $u_v^i(t, \tau)$.

Мощность, капитал и трудоёмкость $\lambda_v^i(t, \tau)$ изменяются в силу следующих уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{m}_v^i(t, \tau) &= [\mu_v^{\tau, i} - u_v^i(t, \tau)] \cdot m_v^i(t, \tau), \\ \dot{k}_v^i(t, \tau) &= [\beta_v^{\tau, i} - u_v^i(t, \tau)] \cdot k_v^i(t, \tau), \\ \dot{\lambda}_v^i(t, \tau) &= -\mu_v^{\tau, i} \cdot m_v^i(t, \tau).\end{aligned}$$

Выданный венчурному инвестору банковский кредит $\Phi_v(\tau)$ делится поровну между вновь созданными фирмами, закупающими продукт по ценам $p_1(\tau)$ и $p_v(\tau)$ для создания мощности с нормами фондёмкости $b_{1v}(\tau, \tau)$ и $b_{vv}(\tau, \tau)$.

$$k_v^i(\tau, \tau) = \frac{\Phi_v(\tau)}{n_v}, \quad \lambda_v^i(\tau, \tau) = \nu_\tau^i,$$

$$m_v^i(\tau, \tau) = \frac{\Phi_v(\tau)}{n_v \cdot [p_1(\tau) \cdot b_{1v}(\tau, \tau) + p_v(\tau) \cdot b_{vv}(\tau, \tau)]}.$$

Прибыль $\pi_v^i(t, \tau)$ складывается из дохода $\pi_v^{i, y}(t, \tau)$ от производства за вычетом расходов на заработную плату и закупку материалов с нормами $a_{1v}(\tau, \tau)$ и $a_{vv}(\tau, \tau)$ и дохода $\pi_v^{i, z}(t, \tau)$ от распродажи мощностей.

$$\pi_v^i(t, \tau) = [p_v(t) - s_v(t) \cdot \lambda_v^i(t, \tau) - p_1(t) \cdot a_{1v} - p_v(t) \cdot a_{vv}] \cdot y_v^i(t, \tau),$$

$$\begin{aligned}\pi_v^{i,z}(t, \tau) &= u_v^i(t, \tau) \cdot [p_1(t) \cdot b_{1v}(t, \tau) + p_v(t) \cdot b_{vv}(t, \tau)] \cdot m_v^i(t, \tau), \\ \pi_v^i(t, \tau) &= \pi_v^{i,y}(t, \tau) + \pi_v^{i,z}(t, \tau).\end{aligned}$$

Выпуск $y_v^i(t, \tau)$ зависит от прибыльности фирмы:

$$y_v^i(t, \tau) = \begin{cases} m_v^i(t, \tau), & \pi_v^{i,y}(t, \tau) \geq 0; \\ 0, & \pi_v^{i,y}(t, \tau) < 0. \end{cases}$$

Выпуски $y_v^{i,v}(t, \tau)$ и $y_v^{i,1}(t, \tau)$ продукции секторов вследствие продажи мощностей:

$$\begin{aligned}y_v^{i,v}(t, \tau) &= u_v^i(t, \tau) \cdot b_{vv}(t, \tau) \cdot m_v^i(t, \tau), \\ y_v^{i,1}(t, \tau) &= u_v^i(t, \tau) \cdot b_{1v}(t, \tau) \cdot m_v^i(t, \tau).\end{aligned}$$

Спрос на рабочую силу определяется выпуском:

$$R_v^i(t, \tau) = \lambda_v^i(t, \tau) \cdot y_v^i(t, \tau).$$

2.1.2. Макроописание

Обозначим за $T^*(t)$ множество моментов $t^*(\tau)$ создания фирм, перешедших в первый сектор в момент τ к текущему моменту времени t . Суммарные показатели мощности $M_v(t)$, капитала $K_v(t)$ и спроса на рабочую силу $R_v^d(t)$ в секторе определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}K_v(t) &= \int_{\tau \in [0, t]/T^*(t)} d\tau \sum_{n_v} k_v^i(t, \tau), & M_v(t) &= \int_{\tau \in [0, t]/T^*(t)} d\tau \sum_{n_v} m_v^i(t, \tau), \\ R_v^d(t) &= \int_{\tau \in [0, t]/T^*(t)} d\tau \sum_{n_v} R_v^i(t, \tau).\end{aligned}$$

Задолженность банковской системе уменьшается за счёт выплат $H_v(t)$ и увеличивается за счёт начисления процента $r_1(t)$ и вновь выданного кредита $\Phi_v(t)$. Депозит увеличивается за счёт начисления процента $r_1(t)$ и дивидендов $d_v(t)$.

$$\begin{aligned}\dot{L}_v(t) &= r_1(t) \cdot L(t) - H_v(t) + \Phi_v(t), \\ \dot{D}_v(t) &= r_2(t) \cdot D_v(t) + d_v(t), \\ L_v(0) &= \Phi_v(0), \quad D_v(0) = 0.\end{aligned}$$

Прибыль венчурного инвестора $\Pi_v(t)$ складывается из доходов от производства $\Pi_v^y(t)$, распродажи мощностей $\Pi_v^z(t)$, перехода фирм в первый сектор $\Pi_v^s(t)$ и доли в доходах первого сектора $\Pi_v^f(t)$. Она идёт на дивиденды и выплаты.

$$\begin{aligned}H_v(t) + d_v(t) &= \Pi_v(t), \\ \Pi_v(t) &= \Pi_v^y(t) + \Pi_v^z(t) + \Pi_v^s(t) + \Pi_v^f(t), \\ \Pi_v^y(t) &= \int_{\tau} d\tau \sum_{n_v} \pi_v^{i,y}(t, \tau), \quad \Pi_v^z(t) = \int_{\tau} d\tau \sum_{n_v} \pi_v^{i,z}(t, \tau),\end{aligned}$$

$$\Pi_v^f(t) = \int_{\tau} d\tau [(1 - \varkappa(\tau)) \cdot \pi_1(t, \tau)], \quad \Pi_v^s(t) = r_3 \cdot \Phi_1(t).$$

Продукция сектора создаётся за счёт произведённого товара $Y_v^p(t)$ и созданного из распроданных мощностей $Y_v^s(t)$:

$$Y_v^s(t) = \int_{\tau \in [0, t]/T^*(t)} d\tau \sum_{n_v} y_v^{i,v}(t, \tau) + \int_{\tau} d\tau y_1^v(t, \tau), \quad Y_v^p(t) = \int_{\tau} d\tau \sum_{n_v} y_v^i(t, \tau).$$

Доходность венчурного сектора можно определять двумя разными способами:

$$\rho_v(t) \leq \frac{\Pi_v(t) + \Delta K_v(t) - \Phi_v(t)}{L_v(t)},$$

$$\rho_v(t) \leq \frac{p_v(t) - s_v(t) \cdot \frac{\sum_{n_v} \lambda_v^i(t, t)}{n_v} - p_1(t) \cdot a_{1v} - p_v(t) \cdot a_{vv}}{p_1(t) \cdot b_{1v}(t, t) + p_v(t) \cdot b_{vv}(t, t)} + \frac{\sum_{n_v} \tau \beta_v^i}{n_v}.$$

2.2. Основной сектор

2.2.1. Микроописание

Считаем, что в каждый момент времени τ в сектор переходит одна фирма из венчурного сектора. Мощность $m_1(t, \tau)$ и капитал $k_1(t, \tau)$, убывают с темпами μ_1 и β_1 соответственно, общими для сектора. Вновь считаем, что мощности могут распродаваться с темпом $u_1(t, \tau)$.

Мощность, капитал и трудоёмкость $\lambda_1(t, \tau)$ изменяются в силу следующих уравнений:

$$\dot{m}_1(t, \tau) = -[\mu_1 + u_1(t, \tau)] \cdot m_1(t, \tau),$$

$$\dot{k}_1(t, \tau) = -[\beta_1 + u_1(t, \tau)] \cdot k_1(t, \tau),$$

$$\dot{\lambda}_1(t, \tau) = \mu_1 \cdot m_1(t, \tau).$$

Капитализация фирмы в первом секторе складывается из её капитала в венчурном секторе и инвестиций населения $\Phi_1(\tau)$ за вычетом доли r_3 венчурного инвестора. За счёт этих инвестиций создаются новые мощности $I_1(\tau)$. Доля $\varkappa(\tau)$ населения в фирме определяется отношением вновь созданных мощностей к их общему числу в фирме:

$$k_1(\tau, \tau) = k_v(\tau, t^*(\tau)) + (1 - r_3) \cdot \Phi_1(\tau), \quad m_1(\tau, \tau) = m_v(\tau, t^*(\tau)) + I_1(\tau),$$

$$\lambda_1(\tau, \tau) = \lambda_v(\tau, t^*(\tau)), \quad I_1(\tau) = \frac{(1 - r_3) \cdot \Phi_1(\tau)}{p_1(\tau) \cdot b_{11}(\tau, \tau) + p_v(\tau) \cdot b_{v1}(\tau, \tau)}, \quad \varkappa(\tau) = \frac{I_1(\tau)}{m_1(\tau, \tau)}.$$

Прибыль, выпуски и спрос на рабочую силу определяются так же, как и в венчурном секторе:

$$\pi_1^y(t, \tau) = [p_1(t) - s_1(t) \cdot \lambda_1(t, \tau) - p_1(t) \cdot a_{11} - p_v(t) \cdot a_{v1}] \cdot y_1(t, \tau),$$

$$\pi_1^z(t, \tau) = u_1(t, \tau) \cdot [p_1(t) \cdot b_{11}(t, \tau) + p_v(t) \cdot b_{v1}(t, \tau)] \cdot m_1(t, \tau),$$

$$\pi_1(t, \tau) = \pi_1^y(t, \tau) + \pi_1^z(t, \tau).$$

Считаем, что прибыль делят население и венчурный инвестор в зависимости от своих долей:

$$\begin{aligned} d_N(t, \tau) &= \varkappa(\tau) \cdot \pi_1(t, \tau), \\ d_v(t, \tau) &= (1 - \varkappa(\tau)) \cdot \pi_1(t, \tau). \end{aligned}$$

Выпуски:

$$\begin{aligned} y_1(t, \tau) &= \begin{cases} m_1(t, \tau), & \pi_1^y(t, \tau) \geq 0; \\ 0, & \pi_1^y(t, \tau) < 0, \end{cases} \\ y_1^v(t, \tau) &= u_1(t, \tau) \cdot b_{v1}(t, \tau) \cdot m_1(t, \tau), \\ y_1^1(t, \tau) &= u_1(t, \tau) \cdot b_{11}(t, \tau) \cdot m_1(t, \tau). \end{aligned}$$

Спрос на рабочую силу:

$$R_1(t, \tau) = \lambda_1(t, \tau) \cdot y_1(t, \tau).$$

2.2.2. Макроописание

Суммарные показатели мощности $M_1(t)$, капитала $K_1(t)$ и спроса на рабочую силу $R_1^d(t)$ в секторе определяются следующим образом:

$$K_1(t) = \int_{\tau} d\tau k_1(t, \tau), \quad M_1(t) = \int_{\tau} d\tau m_1(t, \tau), \quad R_1^d(t) = \int_{\tau} d\tau R_1(t, \tau).$$

Продукция сектора создаётся за счёт произведённого товара $Y_1^p(t)$ и созданного из распроданных мощностей $Y_1^s(t)$:

$$Y_1^s(t) = \int_{\tau} d\tau \sum_{n_v} y_v^{i,1}(t, \tau) + \int_{\tau} d\tau y_1^1(t, \tau), \quad Y_1^p(t) = \int_{\tau} d\tau y_1(t, \tau).$$

3. Население

Далее по тексту индекс i , где $i \in \{1, v\}$, подразумевает, что уравнение верно для обоих секторов.

Считаем, что население растёт с темпом λ_0 :

$$R^s(t) = R_0 \cdot \exp(\lambda_0 \cdot t).$$

Предложение рабочей силы $R_i^s(t)$ в секторах определяется долей $\chi_i^R(t)$, которая изменяется с темпом $\frac{1}{\Delta_R}$ в зависимости от разницы в уровнях занятости в секторах:

$$\begin{aligned} R_i^s(t) &= \chi_i^R(t) \cdot R^s(t), \quad R_i^l(t) = \min\{R_i^s(t), R_i^d(t)\}, \\ \dot{\chi}_1^R(t) &= \frac{1}{\Delta_R} \left[\frac{R_1^l(t)}{R_1^s(t)} - \frac{R_v^l(t)}{R_v^s(t)} \right], \quad \chi_v^R(t) = 1 - \chi_1^R(t). \end{aligned}$$

Ставка заработной платы $s_i(t)$ в секторе увеличивается при нехватке рабочей силы с темпом $\frac{1}{\Delta_S}$:

$$\dot{s}_i(t) = \frac{1}{\Delta_S} \max \left\{ 0, \frac{R_i^d(t)}{R_i^s(t)} - 1 \right\}.$$

Депозиты населения складываются из оклада, банковских дивидендов и доли в доходах фирм первого сектора, уменьшаясь за счёт инвестиций $\Phi_1(t)$ в фирмы, переходящие в первый сектор и потребления:

$$\dot{D}_N(t) = r_2(t) \cdot D_N(t) + d_N(t),$$

$$d_N(t) = s_1(t)R_1^l(t) + s_v(t)R_v^l(t) + d_B(t) + \int_{\tau} d\tau [\varkappa(\tau) \cdot \pi_1(t, \tau)] - \Phi_1(t) - C_1(t) - C_v(t).$$

Объём инвестиций растёт с темпом пропорциональным отношению вновь созданных за счёт населения мощностей к общей мощности сектора с коэффициентом γ_{Φ} :

$$\dot{\Phi}_1(t) = \gamma_{\Phi} \cdot \frac{I_1(t)}{M_1(t)} \cdot \Phi_1(t).$$

Потребление $C_i(t)$ населением пропорционально с коэффициентом γ_c имеющемуся у населения депозиту и доле вновь создаваемого товара, интерес к которому падает с темпом γ_{c_i} :

$$C_1(t) = \gamma_c \cdot D_N(t) \cdot \int_{\tau} d\tau \left[\frac{m_1(t, \tau)}{M_1(t)} \cdot e^{-\gamma_{c_1} \cdot (t-\tau)} \right],$$

$$C_v(t) = \gamma_c \cdot D_N(t) \cdot \int_{\tau \in [0, t]/T^*(t)} d\tau \left[\frac{m_v^I(t, \tau)}{M_v(t)} \cdot e^{-\gamma_{c_v} \cdot (t-\tau)} \right].$$

4. Описание рынка

Выпуск продукции каждого из секторов складывается из производства товара и распродажи мощностей:

$$Y_i(t) = Y_i^p(t) + Y_i^s(t).$$

Спрос на промежуточный продукт $J_i(t)$:

$$J_i(t) = a_{i1} \cdot Y_1^p(t) + a_{iv} \cdot Y_v^p(t).$$

Создаваемые мощности $I_i(t)$ и спрос на фондообразующий продукт $C_i^I(t)$:

$$I_i(t) = \frac{\Phi_i(t)}{p_1(t)b_{1i} + p_v(t)b_{vi}}, \quad C_i^I(t) = b_{i1}I_1(t) + b_{iv}I_v(t).$$

Основным в численных экспериментах был способ образования цены в зависимости от предложения товара на рынке.

Запасы $Q_i(t)$ изменяются в силу разности между производством и потреблением:

$$\dot{Q}_i(t) = Y_i(t) - C_i^I(t) - J_i(t) - \frac{C_i(t)}{p_i(t)}.$$

Темп изменения цены $p_i(t)$ пропорционален отношению запасов к мощности с коэффициентом α_i . Она падает в случае избытка товара и растёт в случае его дефицита:

$$\dot{p}_i(t) = -\alpha_i \frac{Q_i(t)}{M_i(t)} p_i(t).$$

5. Описание банковской системы

Пассив банковской системы $D(t)$ складывается из актива и резерва $R(t)$:

$$L(t) + R(t) = D(t).$$

Резерв изменяется в силу эмиссии $E(t)$ и пропорционален дивидендам:

$$\dot{R}(t) = E(t), \quad R(t) \geq \xi D(t).$$

Эмиссия денежных средств пропорциональна выпускам:

$$E(t) = \epsilon_1 \cdot p_1(t) \cdot Y_1^p(t) + \epsilon_v \cdot p_v(t) \cdot Y_v^p(t).$$

Банковский депозит складывается из дивидендов населения и венчурного инвестора, а также эмиссии:

$$\dot{D}(t) = r_2(t) \cdot D(t) + d_N(t) + d_v(t) + E(t), \quad d_B(t) = r_1(t) \cdot L(t).$$

Положив $R(t) = \xi \cdot D(t)$, получим соотношения на выдаваемый банком кредит и процентные ставки.

Кредит:

$$\Phi_v(t) = \frac{1 - \xi}{\xi} E(t) - \dot{L}(t).$$

Процентная ставка по кредиту $r_1(t)$ есть максимум из средней доходности секторов и депозитной ставки $r_2(t)$:

$$r_1(t) = \max \left\{ r_2(t), \frac{\rho_1(t) + \rho_v(t)}{2} \right\}, \quad r_2(t) = \frac{\frac{1}{\xi} \cdot E(t) - d_v(t) - d_N(t)}{D(t)}.$$

6. Численные эксперименты с моделью

Численные эксперименты проводились при следующем наборе параметров:

$$\begin{aligned} h &= 0.1, \quad \xi = 0.1, \quad \epsilon_1 = \epsilon_v = 0.1, \quad \lambda_0 = 0.6, \quad R_0 = 5 \cdot 10^5, \quad n_v = 3, \\ p_1(0) &= p_v(0) = 20, \quad s_1(0) = s_v(0) = 10, \quad Q_1(0) = Q_v(0) = 0, \quad \alpha_1 = \alpha_v = 0.5, \\ \Delta_S &= \Delta_R = 15, \quad a_{11} = a_{v1} = a_{1v} = a_{vv} = 0, \quad b_{11} = b_{v1} = b_{1v} = b_{vv} = 1.5, \\ \mu_1 &= 0.05, \quad \beta_1 = 0.1, \quad r_3 = 0.25, \quad \gamma_C = 1, \quad \gamma_{C_1} = \gamma_{C_v} = 0.1, \quad \gamma_\Phi = 25. \end{aligned}$$

Параметры фирм венчурного сектора, задаваемые нормальным распределением $N(a, \sigma)$ с математическим ожиданием a и среднеквадратическим отклонением σ :

$$\nu_v^{i,\tau} = N(0.3, 0.2), \quad \mu_v^{i,\tau} = N(-0.1, 1.5), \quad \beta_v^{i,\tau} = 1.2 \cdot \mu_v^{i,\tau}.$$

Начальные распределения задавались в экспоненциальной форме.

Система после стабилизации параметров выходит в режим экспоненциального роста, который меняет свой темп в момент, когда объем инвестиций населения фактически сравнивается с банковским кредитом (рис. 1).

В этот момент оба этих показателя начинают расти с одним темпом, а доля населения в фирмах традиционного сектора начинает колебаться на уровне 45 процентов (рис. 2).

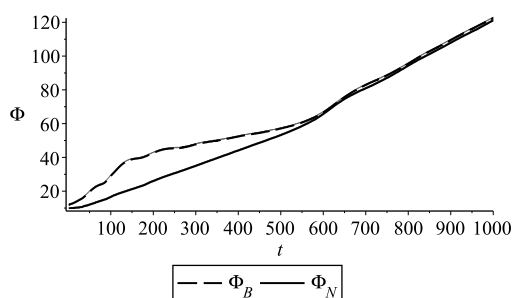


Рис. 1. Объем инвестиций населения и объем банковского кредита

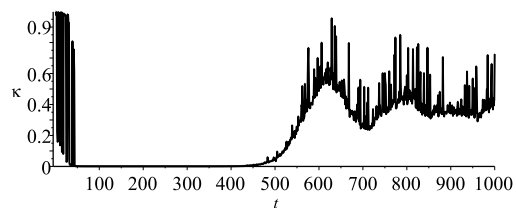


Рис. 2. Доля населения в фирмах традиционного сектора

Одновременно с этим происходит излом всех показателей изменяющихся экспоненциально (рис. 3, 4).

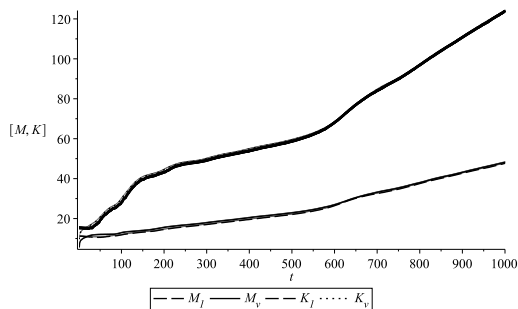


Рис. 3. Показатели мощности и капитала

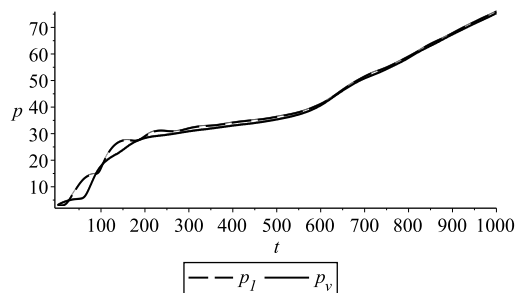


Рис. 4. Показатель доходности

Кредитная ставка в этот момент фактически сравнивается с депозитной (рис. 5).

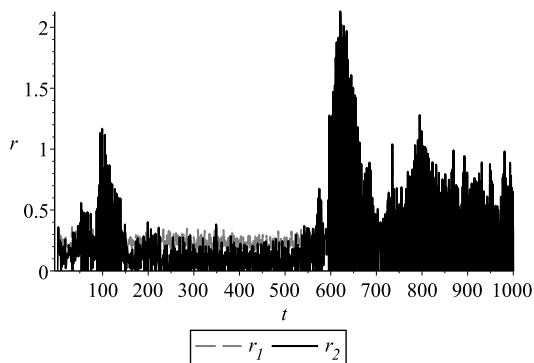


Рис. 5. Кредитная и депозитная ставки

7. Заключение

В рамках предложенной модели удаётся воспроизвести процесс выхода фирмы из инновационного сектора в традиционный и доинвестирования в неё средств населения, что в достаточно грубой форме описывает процесс первоначального размещения акций. Это позволяет говорить о дальнейшем развитии данной модели. Предполагается введение разных цен товары каждой из фирм, а также возможность инвестирования традиционного сектора банками. Актуальным является более тонкое описание работы банковской системы и исследование влияния структурных изменений в венчурном секторе на экономику страны [5].

Литература

1. Оленев Н., Остапов В. А. К динамической модели с учетом венчурного капитала. — Москва: ВЦ РАН, 2014.
2. Olenev N. N., Ostapov V. A. Optimal Investment Problems in a Dynamic Model of Economy with Venture Capital // Optimization and Applications (OPTIMA-2015). — CC RAS, 2015.
3. Остапов В. А. Задача оптимального инвестирования // Модернизация и инновационное развитие экономических систем. — Москва: РУДН, 2014. — С. 344–362.
4. Остапов В. А., Оленев Н. Н. Оптимизация в динамической модели инвестиционной политики фирм инновационного сектора // Вестник ТГУ. — 2015. — Т. 20, № 5. — С. 1337–1340.
5. Оленев Н. Н. Исследование влияния структурных изменений на экономику России // Вестник Российского университета дружбы народов. — 2015. — № 1. — С. 150–157.

UDC 330.4, 519.86, 517.977.5

Aggregated Dynamic Model of a Two-Sector Economy with Venture Investment

V. A. Ostapov

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia

Venture capital now is a significant part of investments in innovative projects. In this article it is proposed dynamic model of a two-sector economy with venture investment. There are five economic agents: the population, the banks, resellers and producers, divided into two sectors - the traditional and innovative. The article gives microdescription of firms in both sectors.

The main sector companies at any given time are founded by moving into it one of the venture sector firms, where several firms are being created in each moment. Innovative firms parameters are set by the normal distribution.

Venture investor takes loans of the banking system, and is fully in control of gains and losses of the venture sector. People invest money in the firms which join the traditional sector to gain their share in profits.

The article describes the process of exiting the innovation sector by firms and their sale. Also it is described the process of liquidation of unprofitable firms in both sectors. The results of numerical experiments with a closed mathematical model are presented. The proposed model shows the exponential growth in which stands a distinctive kink in the time when the investments of the population reaching the level of bank loans.

Key words and phrases: venture investment, mathematical modelling, optimal control, numerical methods, mathematical economics

References

1. N. N. Olenev, V. A. Ostapov, *Toward a Dynamic Model for Economy with Venture Capital*, CC RAS, Moscow, 2014, in Russian.
2. N. N. O. V. A. Ostapov, *Optimal Investment Problems in a Dynamic Model of Economy with Venture Capital*, in: *Optimization and Applications (OPTIMA-2015)*, CC RAS, 2015.
3. V. A. Ostapov, *Optimal Investment Problem*, in: *Modernization and Innovative Development of Economic Systems*, PFUR, Moscow, 2014, pp. 344–362, in Russian.
4. N. N. Olenev, V. A. Ostapov, *Optimization in an Investment Policy Dynamic Model of Innovative Sector Firms*, *Bulletin of TGU* 20 (5) (2015) 1337–1340, in Russian.
5. N. N. Olenev, *A Study of Structural Changes Influence on Russian Economy*, *Bulletin of PFUR* (1) (2015) 150–157, in Russian.

© Остапов В. А., 2016