

# ЭЛЕКТРОННЫЕ СРЕДСТВА ПОДДЕРЖКИ ОБУЧЕНИЯ

## ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

В.И. Глизбург

Кафедра алгебры, геометрии и методики их преподавания  
Московский городской педагогический университет  
2-й Сельскохозяйственный проезд, 4, Москва, Россия, 129226

В статье исследованы возможности применения программных продуктов при проведении практических занятий по дифференциальной геометрии в форме лабораторных работ.

**Ключевые слова:** информатизация образования, информационные технологии, дифференциальная геометрия, лабораторная работа.

В процессе обучения студентов дифференциальной геометрии важное значение имеет система практических занятий. Традиционно при изучении курса дифференциальной геометрии практические занятия предусматривают решение задач на базе применения теоретического лекционного материала. В настоящее время информационные технологии предоставляют возможность при проведении практических занятий применять программные продукты. Практические занятия с полноценным использованием математических программных пакетов позволяют охватить больший объем материала, глубже понять и освоить лекционный материал.

Мы предлагаем разнообразить виды практических занятий и кроме традиционных для данного курса семинаров проводить занятия с использованием математических программных продуктов, отводя на них 35—40% учебного времени, предусмотренного для проведения практических занятий. Практические занятия с использованием программных продуктов мы вслед за В.Р. Майером [2] называем лабораторными работами. Лабораторная работа — это «...один из видов самостоятельной практической и исследовательской работы учащихся... с целью углубления и закрепления теоретических знаний, развития навыков самостоятельного экспериментирования» [3]. Отметим, что предлагаемые нами лабораторные работы по дифференциальной геометрии существенно отличаются от лабораторных работ, проводимых при изучении физики, химии, электротехники и т.д., где они проводятся с использованием инструментов и вспомогательных материалов. Такие работы помогают экспериментально проверить теоретические положения, изложенные на лекциях. Например, в лабораторной работе по электротехнике при изу-

чении закона Ома, изменяя сопротивление проводника, студент наблюдает за изменением силы тока.

В нашем случае использование информационных технологий и соответствующих инструментов (компьютер, программные продукты) позволяет студентам визуализировать дифференциально-геометрические закономерности и их внутренние взаимосвязи. Изменяя исходные данные, студенты лучше понимают сущность различных дифференциально-геометрических понятий: кривой, поверхности, гладкости, кривизны, кручения и т.д. Так, при изучении свойств кривых на поверхности, используя, например, среду Maple можно, задавая различные дифференциальные уравнения, визуализировать соответствующие кривые на поверхности: линии кривизны, асимптотические линии, геодезические линии.

Проведение лабораторных работ по курсу дифференциальной геометрии предполагает разработку конкретных методических рекомендаций по каждой работе. При этом имеется ряд общих требований, соблюдение которых необходимо при выполнении каждой из работ. Ниже приведем рекомендуемое нами содержание лабораторной работы, которое мы предлагаем оформить следующим образом.

1. Тема лабораторной работы.
2. Постановка исследуемой задачи.
3. Рекомендуемая литература.
4. Цели лабораторной работы.
5. Основные теоретические факты, необходимые для решения поставленной задачи.
6. Анализ применяемых программных продуктов с обоснованием их выбора и кратких рекомендаций по их использованию.
7. Описание процесса исследования, сопровождаемое пошаговым анализом применяемых фактов.
8. Основные выводы и результаты.
9. Контрольные вопросы по полученным результатам
10. Вопросы, направленные на пропедевтику следующей работы.

При проведении лабораторных работ мы ставим следующие цели:

- углубление понимания теоретического материала, сущности изучаемых понятий и их внутренних взаимосвязей;
- развитие аналитического потенциала учащихся;
- приобретение навыка пошагового отслеживания своих действий, сопровождаемых анализом требуемых на каждом этапе теоретических знаний;
- визуализацию теоретических дифференциально-геометрических понятий для выявления их глубинных внутренних взаимосвязей;
- приобретение умения самостоятельно анализировать и выбирать оптимальный программный продукт для проведения исследований кривых и поверхностей в евклидовом трехмерном пространстве;
- закрепление вычислительных навыков при нахождении длины дуги линии, величины угла между кривыми, полной и средней кривизны поверхности;
- использование навыков графических возможностей программных пакетов для визуального исследования свойств кривых и поверхностей;

— развитие культуры использования математических программных продуктов в дальнейшей профессиональной деятельности.

При изучении дисциплин по выбору по курсу дифференциальной геометрии, как правило, на практические занятия отводится в два раза меньше времени, чем на основной курс. Как мы уже говорили, на занятия с использованием математических программных продуктов целесообразно отводить 35—40% учебного времени, предусмотренного для проведения практических занятий, и две-три лабораторные работы. Например, при изучении разработанной нами дисциплины по выбору «Связности в расслоенных пространствах» мы предлагаем проведение двух лабораторных работ по соответствующим темам, близким к базовому курсу дифференциальной геометрии и одновременно обеспечивающим возможность реализовать дидактические принципы научности, системности, межпредметных связей и наглядности. К первой такой теме мы относим «Метод подвижного репера. Визуализация метода подвижного репера», ко второй — «Геометрический смысл интегральных кривых системы дифференциальных уравнений, порождающих структуру линейной связности».

Последняя тема представляет, на наш взгляд, особый интерес, поскольку, являясь завершающей темой специфической дисциплины по выбору, в то же время позволяет провести аналогию с базовым понятием геометрии — геодезическими линиями. Известно, что в основе многих геометрических структур лежит система обыкновенных дифференциальных уравнений, априори заданная на гладком многообразии. Например, геометрия пространства аффинной связности представляет собой геометрию системы дифференциальных уравнений второго порядка, его геодезических линий. Исследования, выполненные автором данной статьи [1], подтверждают, что «любая система дифференциальных уравнений порядка выше второго порождает геометрическую структуру типа картановой связности... При этом интегральные кривые системы реализуются как геодезические ассоциированной связности».

В процессе проведения лабораторных работ при изучении дисциплин по выбору в значительной степени проявляется наличие межпредметных связей, что позволяет учащимся выстроить логические цепочки в системе знаний параллельно в нескольких дисциплинах: математическом анализе, алгебре, геометрии, информатике и прикладной математике. Выполнение лабораторных работ по курсу дифференциальной геометрии требует от студентов самостоятельной научно-практической работы. Студенты выступают в роли исследователей. При этом лабораторная работа как организационная форма учебной деятельности предполагает усиление роли преподавателя по консультационному и контролирующему сопровождению учебно-познавательной деятельности студентов.

Приведем пример разработанных нами методических рекомендаций по выполнению лабораторной работы по теме «Кривизна и кручение линии. Плоские кривые» в среде Maple в соответствии с вышеуказанными пунктами ее содержания.

***Постановка исследуемой задачи***

По данному уравнению кривой средствами математического программного пакета:

- 1) постройте изображение кривой;
- 2) вычислите значение ее кривизны и кручения в заданной точке;

3) в случае плоской кривой постройте изображение плоскости, содержащей данную кривую.

**Цели лабораторной работы**

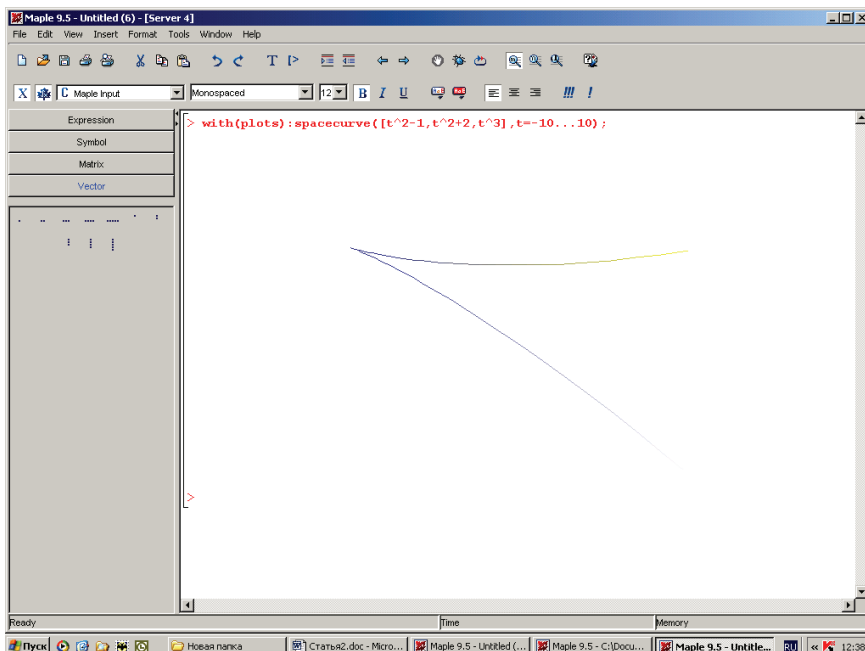
1. Закрепить навыки, приобретенные при выполнении предыдущей лабораторной работы по визуализации понятия кривой в пространстве.
2. В процессе вычисления кривизны и кручения поэтапно проанализировать теоретические сведения, необходимые для осуществления каждого из этапов.
3. Визуализировать абстрактные понятия кривизны и кручения кривой и выявить их глубинных внутренние взаимосвязи.
4. Опытным путем установить геометрический смысл кривизны и кручения.

При применении программы Maple для выполнения поставленной задачи целесообразно предварительно вспомнить особенности работы с данным программным продуктом; ознакомиться с синтаксисом данной программы; разработать последовательность шагов, необходимую для решения поставленной задачи с учетом синтаксических особенностей языка программирования Maple; осуществить каждый из выделенных шагов-этапов в отдельности, проверяя правильность их программирования; собрать воедино разработанную конструкцию и осуществить ее запуск в программе.

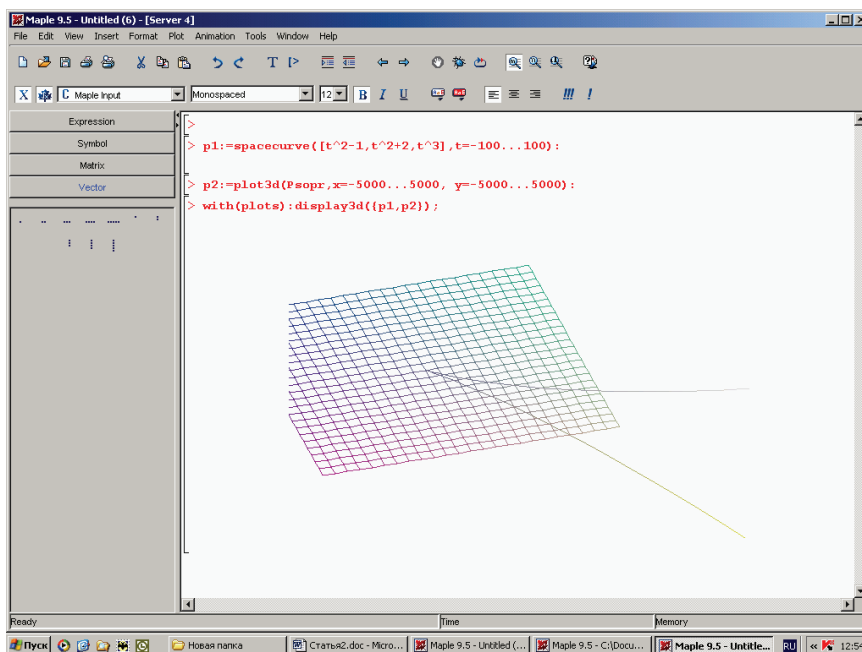
**Описание процесса исследования с пошаговым анализом применяемых фактов**

В данном разделе предполагается представление программы, разработанной учащимися для осуществления поставленных в работе задач с пошаговым описанием предлагаемой конструкции и анализом применяемых фактов из различных отраслей знаний. При описании данного раздела в настоящей статье мы не будем представлять программу, обеспечивающую решение перечисленных задач работы, поэтому пошаговое описание решения поставленных задач в данной статье мы также опустим.

Продемонстрируем готовые результаты выполнения соответствующих программ по решению первого и третьего заданий данной работы (рис. 1, 2).



**Рис. 1.** Изображение кривой, заданной в трехмерном евклидовом пространстве параметрическими уравнениями:  $x = t^2 - 1$ ,  $y = t^2 + 2$ ,  $z = t^3$



**Рис. 2.** Уравнение соприкасающейся плоскости этой кривой и построим ее изображение, для определенности в точке  $t = 1$

(кручение данной кривой тождественно равно нулю, следовательно, данная кривая является плоской, а значит, она целиком принадлежит соприкасающейся плоскости)

Выполнение лабораторной работы позволило сделать следующие выводы:

- 1) кручение заданной кривой равно нулю, следовательно, данная кривая является плоской, а значит, она целиком принадлежит соприкасающейся плоскости;
- 2) экспериментальным путем подтверждено, что плоская кривая целиком принадлежит соприкасающейся плоскости;
- 3) достигнута визуализация нетривиальных дифференциально-геометрических понятий: кручения линии; плоской кривой в пространстве; соприкасающейся плоскости;
- 4) экспериментально выяснен и визуализирован геометрический смысл кручения кривой в пространстве.

Наш опыт проведения лабораторных работ показывает их высокую эффективность при изучении высшей математики и, в частности, дифференциальной геометрии. Так в результате проведения лабораторных работ при изучении специального курса «Связности в расслоенных пространствах» существенно возросло понимание студентами пройденного теоретического материала, что выразилось в повышении уровня успеваемости на 20%.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Глизбург В.И.* Аффинно-проективные связности картанова типа, ассоциированные с приведенными обыкновенными дифференциальными системами высших порядков // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. — 1994. — № 3. — С. 25—31.

- [2] *Майер В.Р.* Методическая система геометрической подготовки учителя математики на основе новых информационных технологий: Дисс. ... д-ра пед. наук. — Красноярск, 2001.
- [3] Педагогический энциклопедический словарь. — М.: Большая российская энциклопедия, 2003.

## **THE LABORATORY WORKS ON DIFFERENTIAL GEOMETRY USING THE INFORMATION TECHNOLOGIES**

**V.I. Glizburg**

Chair of algebra, geometry and technique of their teaching  
Moscow City pedagogical university  
*2-nd Selskohoziajstvennij pr., 4, Moscow, Russia, 129226*

The possibilities of using the information technologies in the laboratory works on differential geometry in universities are considered.

**Key words:** informatization of education, an information technology, differential geometry, laboratory work.