
ТЕХНОЛОГИИ WOLFRAMALPHA В ПРЕПОДАВАНИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ЭКОНОМЕТРИКА: БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКОГО БАКАЛАВРИАТА

Д.А. Власов, А.В. Синчуков

Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова
Стремянный пер., 36, Москва, Россия, 117997

В статье изложен опыт применения информационных технологий в процессе преподавания учебной дисциплины «Эконометрика: базовый уровень», являющейся неотъемлемой частью прикладной математической подготовки студентов экономического бакалавриата в Российском экономическом университете им. Г.В. Плеханова. Представленные результаты, среди которых фрагменты учебно-познавательной деятельности студента в рамках учебной дисциплины «Эконометрика: базовый уровень», позволяют оценить методический и исследовательский потенциалы современной базы знаний и набора вычислительных алгоритмов *WolframAlpha* в системе прикладной математической подготовки бакалавра экономики. Раскрыты возможности операторов *WolframAlpha* — *fit*, *linear fit*, *quartic fit*, *cubic fit*, *quadratic fit* по визуализации проблемы зависимости уровня потребления от уровня дохода (модель Джона Мейнарда Кейнса), инструментом для построения и исследования которой выступает регрессионный анализ. Даны рекомендации по содержательной экономической и методической интерпретации полученных результатов: установление предельной склонности к потреблению, уровня потребления при отсутствии дохода, по использованию информационных критериев Акаике и Байеса, коэффициента детерминации, приведенного коэффициента детерминации. Выделены последовательность и основные особенности работы студентов с построением и анализом различных эконометрических моделей в *WolframAlpha*, выбором корреляционной зависимости, наиболее адекватной исследуемой экономической ситуации.

Ключевые слова: эконометрика, *WolframAlpha*, информационные технологии, визуализация, эконометрическая модель, метод наименьших квадратов, диагностика модели, доход, потребление, предельная склонность к потреблению, модель Дж. Кейнса

Эконометрика как наука о методологии и методике построения и применения моделей анализа состояния и оценки закономерностей развития экономических и социальных систем в условиях взаимосвязей между их внутренними и внешними факторами [5] занимает особое место в системе прикладной математической подготовки бакалавра экономики. Необходимый уровень прикладной математической подготовки, являющийся одним из условий конкурентоспособности выпускника экономического бакалавриата на рынке труда, невозможен без использования современных информационных технологий, которые позволяют реализовать различные формы и методы обучения студентов прикладной математике, при которых активизируется их познавательная деятельность.

В рамках данной статьи представим ряд иллюстративных примеров, раскрывающих методический и исследовательский потенциал *WolframAlpha* в преподавании учебной дисциплины «Эконометрика: базовый уровень». С этой целью обратимся к модели «Доходность — Потребление» Дж. Кейнса, являющейся компонентом нового содержания прикладной математической подготовки бакалав-

ра [3]. В таблице 1 представлены данные по ежемесячному походу и потреблению шести семей. В таблице 2 эти данные дополнены фактором «Количество детей», что позволяет построить и исследовать множественную модель.

Таблица 1

Данные для построения парной регрессионной модели

x_i — доход, руб.	30 000	75 137	149 752	100 030	125 369	151 327
y_i — потребление, руб.	40 655	70 004	141 203	50 185	75 286	121 014

Таблица 2

Данные для построения множественной регрессионной модели

x_i — доход, руб.	30 000	75 137	149 752	100 030	125 369	151 327
y_i — количество детей	1	2	3	0	1	3
z_i — потребление, руб.	40 655	70 004	141 203	50 185	75 286	121 014

Запросы, используемые в *WolframAlpha* для решения типовых задач учебной дисциплины «Эконометрика: базовый уровень», представлены в табл. 3.

Таблица 3

Типовые задачи и запросы

№ п/п	Типовая задача учебной дисциплины «Эконометрика: базовый курс»	Запросы, используемые в <i>WolframAlpha</i>
1	Построение корреляционного поля	(30000,40655), (75137,70004), (149752,141203), (100030,50185), (125369,75286), (151327,121014)
2	Построение и диагностика трех моделей по выбору <i>WolframAlpha</i>	fit (30000, 40655), (75137, 70004), (149752, 141203), (100030, 50185), (125369, 75286), (151327, 121014)
3	Построение и диагностика парной линейной регрессионной модели	linear fit (30000, 40655), (75137, 70004), (149752, 141203), (100030, 50185), (125369, 75286), (151327, 121014)
4	Построение и диагностика парной полиномиальной регрессионной модели четвертой степени	quartic fit (30000, 40655), (75137, 70004), (149752, 141203), (100030, 50185), (125369, 75286), (151327, 121014)
5	Построение и диагностика парной кубической регрессионной модели	cubic fit (30000, 40655), (75137, 70004), (149752, 141203), (100030, 50185), (125369, 75286), (151327, 121014)
6	Построение и диагностика парной квадратичной регрессионной модели	quadratic fit (30000, 40655), (75137, 70004), (149752, 141203), (100030, 50185), (125369, 75286), (151327, 121014)
7	Построение и диагностика множественной линейной регрессионной модели	linear fit (30000, 1, 40655), (75137, 2, 70004), (149752, 3, 141203), (100030, 0, 50185), (125369, 1, 75286), (151327, 3, 121014)

На рис. 1 представлено корреляционное поле. В качестве независимого фактора выступает «Доход», в качестве зависимого фактора — «Потребление». При наведении курсора на конкретную точку высвечиваются ее координаты, что в случае большого количества данных делает возможным их предварительную сортировку, последующий отбор, уточнение. Для наглядности ось x и ось y удачно расположены, это расположение выбрано *WolframAlpha* автоматически. При решении более серьезных задач визуализации этот автоматический выбор можно изменить по желанию пользователя. Данное средство дает студентам первое представление о возможной *корреляционной зависимости* между рассматриваемыми факторами.

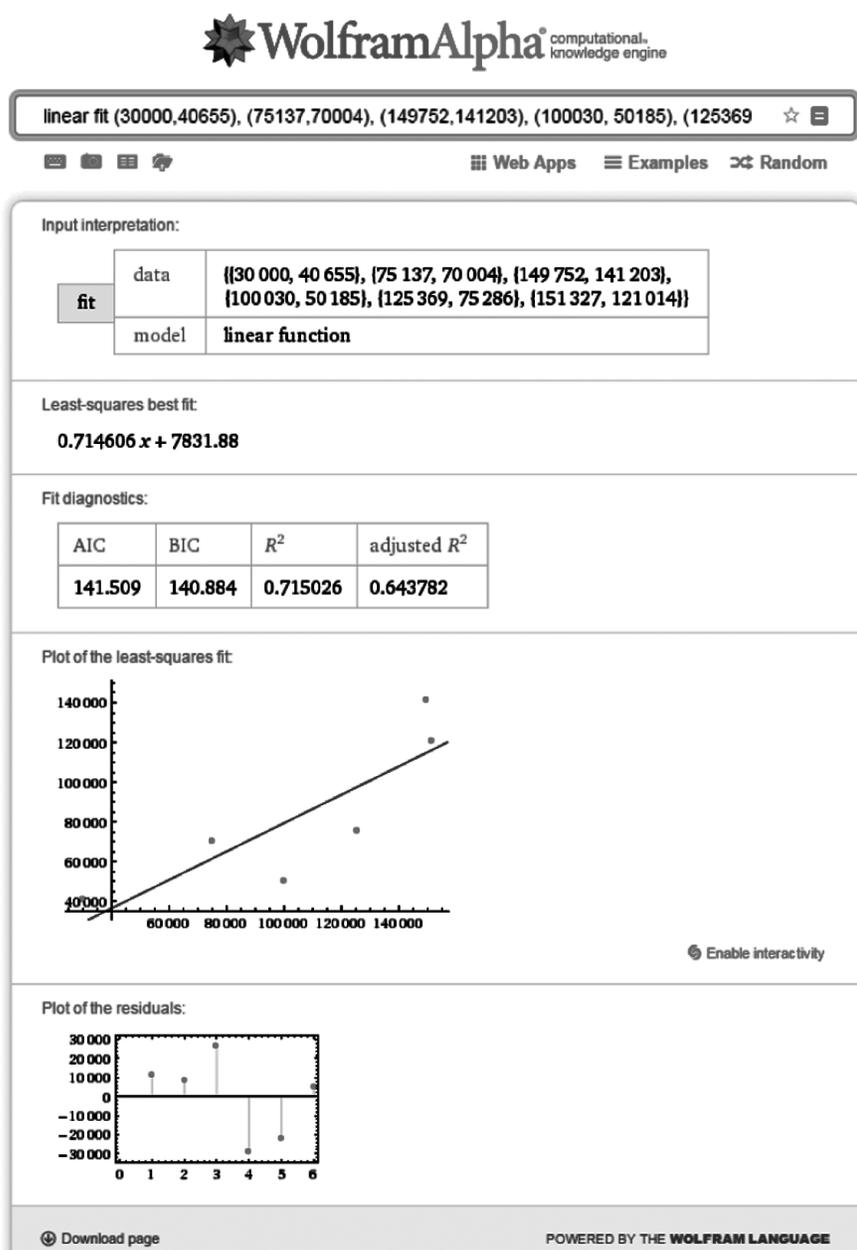


Рис. 1. Корреляционное поле

Далее обратим внимание на рис. 2. Он содержит парную линейную регрессионную модель, уравнение которой по результатам исследования имеет вид $y = 0,715026x + 7831,88$. В верхней зоне рисунка выведены данные и указано использование линейной функции. Далее следует само уравнение. Проанализируем полученное уравнение, так как в данном конкретном случае есть такая возможность — каждый полученный параметр имеет четкую экономическую интерпретацию. Первый полученный параметр 0,715026 называется предельной

склонностью к потреблению и в рассматриваемой ситуации свидетельствует о средне — высокой склонности исследуемых семей к потреблению (ожидаемое среднее потребление по имеющимся данным составляет чуть более 71,5%). Второй параметр 7831,88 определяет ожидаемый уровень потребления в условиях нулевого дохода, т.е. его отсутствия. По результатам, представленным на рис. 2 он составляет 7 тыс. 831 руб. 88 коп.

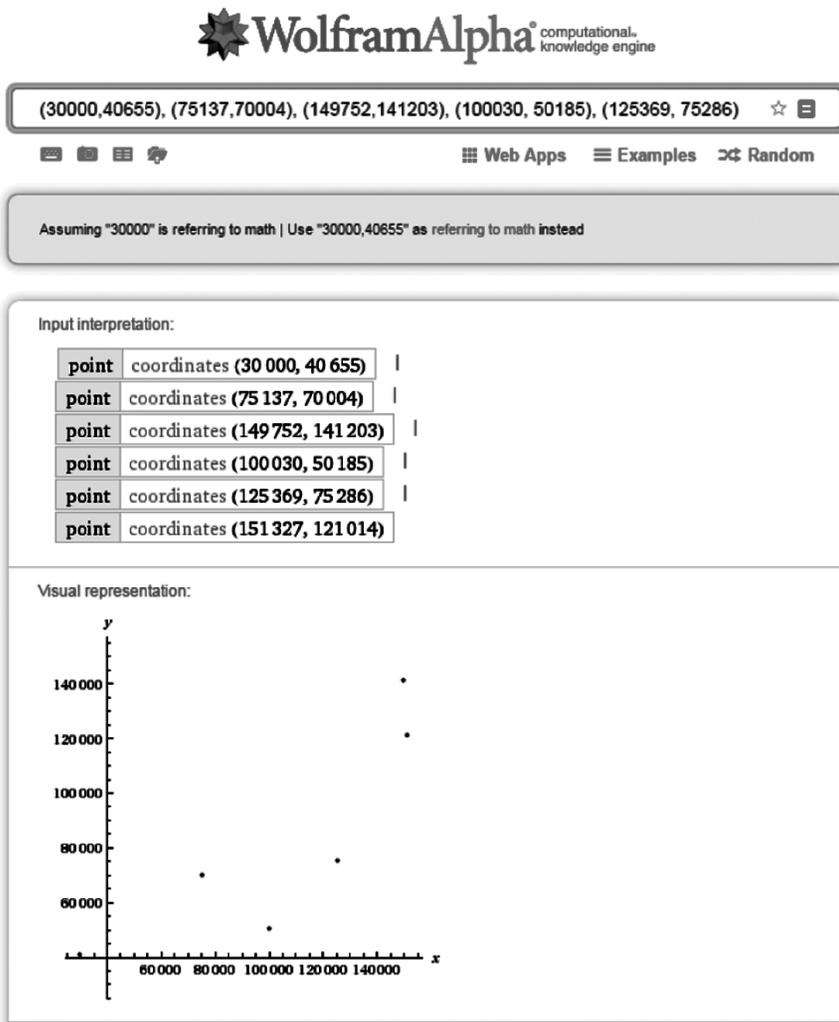


Рис. 2. Парная линейная регрессионная модель

С ориентировкой на описанные выше параметры одной из профессионально значимых задач учебной дисциплины «Эконометрика: базовый уровень» стало исследование склонности к потреблению у различных возрастных групп жителей России. Совместно со студентами факультета дистанционного обучения РЭУ им. Г.В. Плеханова нами получены интересные количественные результаты, иллюстрирующие изменение динамики потребления в России за последние два года.

Однако для экономиста недостаточно просто получить какой-либо результат, даже если его можно содержательно интерпретировать (такое возможно не всегда). Необходимо понять, насколько этот результат адекватен сложной экономической действительности. Отчасти это позволяет сделать диагностика построенной модели. Важным инструментом, дополняющим сам результат и имеющим принципиальную значимость при обучении дисциплине «Эконометрика: базовый уровень», является последующая построению диагностика модели, быстрое проведение которой стало возможно благодаря применению *WolframAlpha*. В диагностику регрессионной модели, реализуемой в *WolframAlpha*, включены следующие компоненты:

- информационный критерий Акаике (*AIC, an information criterion*) — критерий, применяющийся для выбора лучшей из нескольких эконометрических моделей;
- информационный критерий Байеса (*BIC, Baesian information criterion*), разработанный с учетом байесовского подхода и являющийся наиболее часто применяемой модификацией критерия Акаике;
- коэффициент детерминации (R^2) как доля дисперсии зависимого фактора, объясняемая построенной эконометрической моделью, то есть независимым фактором;
- приведенный коэффициент детерминации (*adjusted R^2*), позволяющим учесть «сложность» полученного регрессионного уравнения посредством учета количества коэффициентов уравнения.

Перечисленные компоненты анализа вполне пригодны для базового курса эконометрики и при необходимости могут быть расширены рядом статистических критериев (критерий Фишера — *F-test*, критерий Стьюдента — *F-test* и др.). Естественно, что, после получения результатов диагностики построенной регрессионной модели студенту предоставляется возможность их анализа и выработки рекомендаций по дальнейшей работе с исследуемой экономической проблемой и ситуацией, ориентируясь на один или систему критериев.

В нижней части рис. 2 мы видим карту остатков, содержательный смысл которой заключается в отклонениях теоретических результатов от практических (полученного теоретического уравнения зависимости потребления от дохода и имеющихся эмпирических данных). Данная карта остатков берет на себя важную методическую функцию: она позволяет студенту глубже проникнуть в сущность метода наименьших квадратов (*Ordinary Least Squares, OLS*), применяемого для исследования различных экономических проблем и ситуаций, основанного на минимизации суммы квадратов отклонений эмпирических значений признака от его теоретических значений [1].

Обращение к линейной модели (классическая модель потребления Дж. Кейнса [4]) обусловлено ее простотой, доступностью содержательной интерпретации, наличием небольшого массива данных и методической целесообразностью в условиях сокращения аудиторной нагрузки.

Рисунки 3—5 содержат три нелинейные парные регрессионные модели. В данной статье они представлены и выбраны целенаправленно, расположены по убыванию степени зависимости. В ряде аналогичных ситуаций со студентами бывает целесообразно проследить, как разумное усложнение модели сказывается на

получаемом результате (изменение степени — изменение коэффициента детерминации). При этом студенты учатся находить необходимый баланс между сложностью эконометрической модели и ее адекватностью реальной экономической проблеме и ситуации. В случае затруднения выбор вида регрессионной модели можно поручить *WolframAlpha*. Для этого следует использовать оператор *fit*. В этом случае *WolframAlpha* самостоятельно предложит три различные модели. Далее, ориентируясь на результаты анализа моделей, студенту предоставляется возможность выбора лучшей регрессионной модели, если такой выбор возможен.

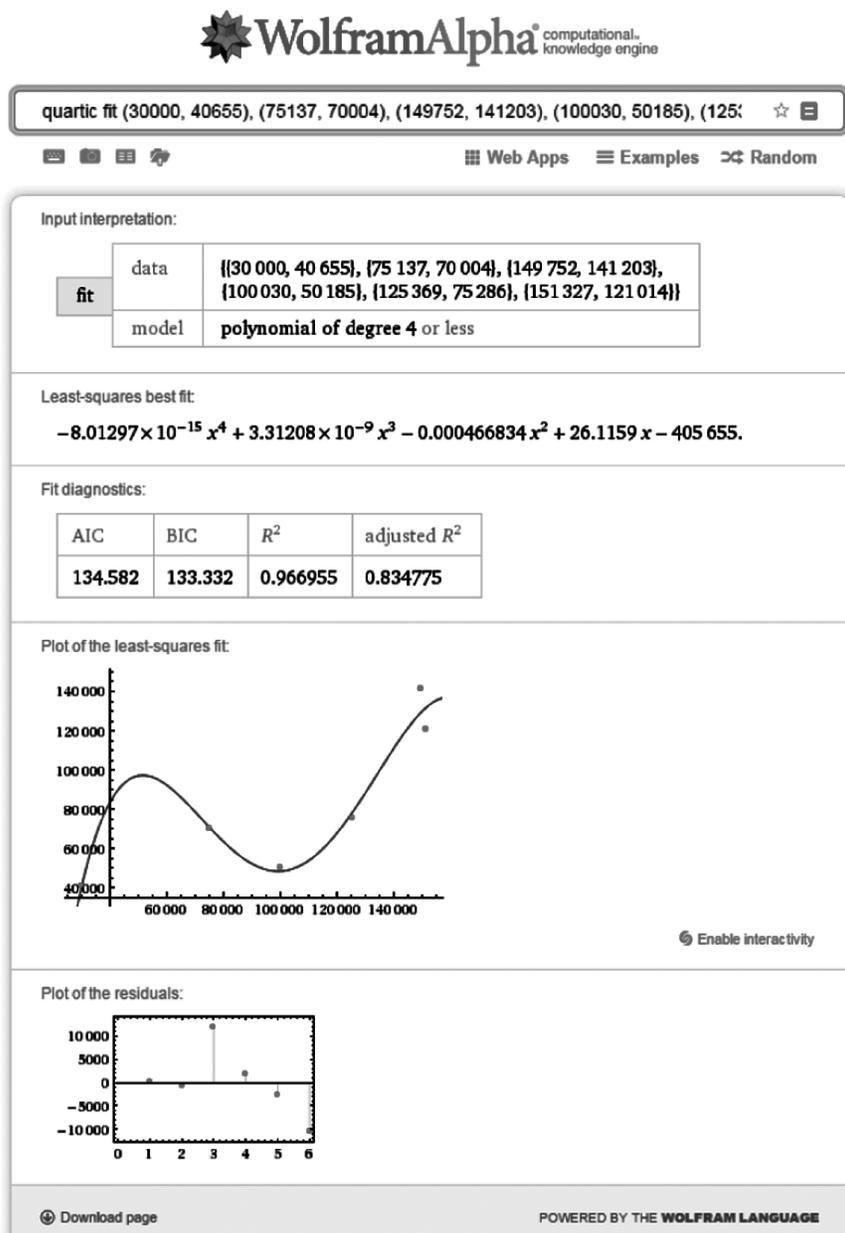


Рис. 3. Парная полиномиальная регрессионная модель четвертой степени

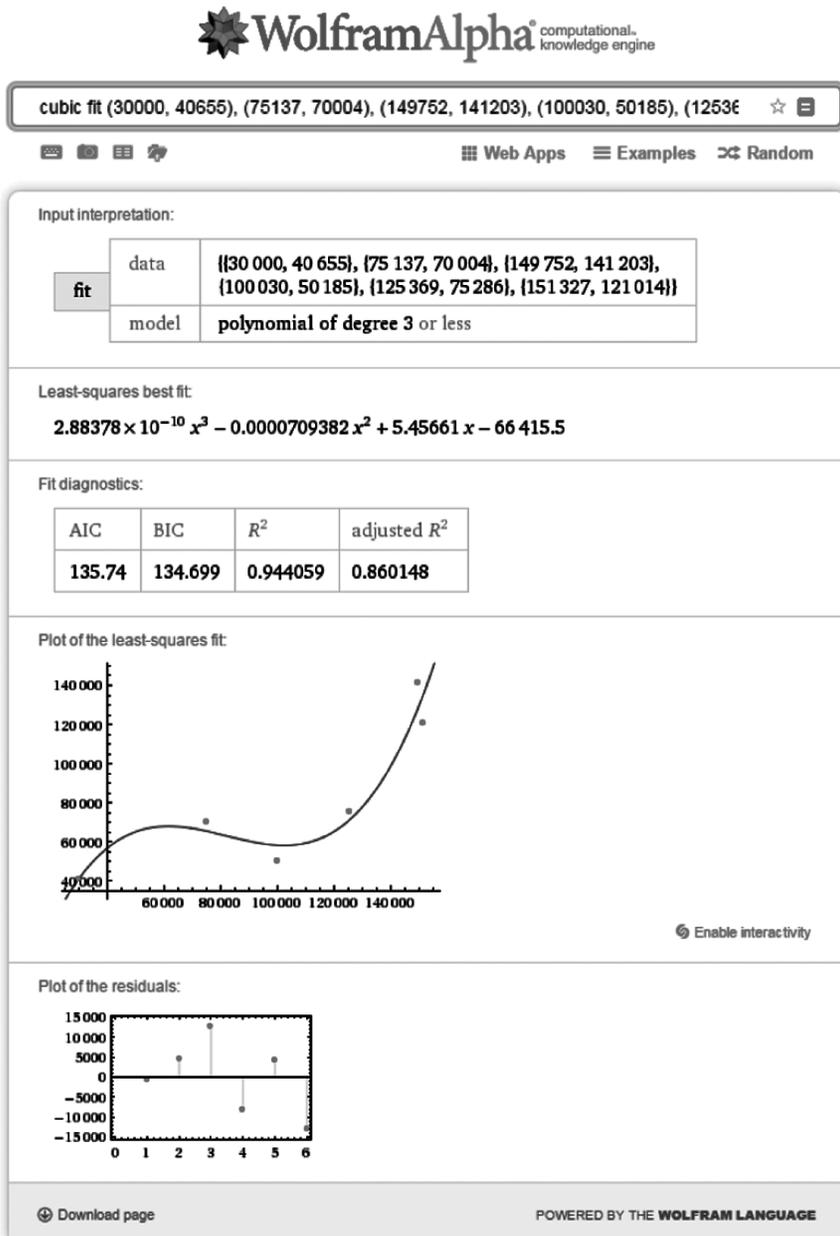


Рис. 4. Парная кубическая регрессионная модель

На рисунке 6 представлена множественная линейная регрессионная модель $z = 0,43967x + 19547,8y + 4194,54$, позволяющая продемонстрировать возможность оценки влияния нескольких независимых факторов на один зависимый. Этот пример позволяет поставить гипотезу о зависимости потребления от дохода и количества детей в семье. С целью базовой интерпретации можно обратить внимание студентов на существенно различные коэффициенты при переменных в уравнении. Этот факт позволяет выдвинуть содержательную гипотезу о неравном влиянии двух указанных выше факторов на потребление.



quadratic fit (30000, 40655), (75137, 70004), (149752, 141203), (100030, 50185), (1: ☆ ☰



Web Apps Examples ↻ Random

Input interpretation:

fit	data	{(30 000, 40 655), (75 137, 70 004), (149 752, 141 203), (100 030, 50 185), (125 369, 75 286), (151 327, 121 014)}
	model	polynomial of degree 2 or less

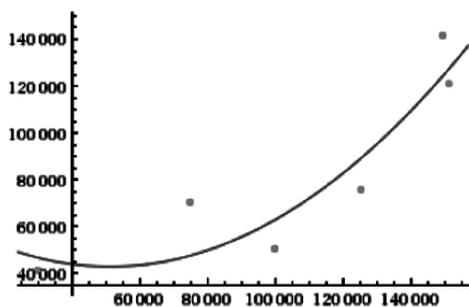
Least-squares best fit:

$$8.43481 \times 10^{-6} x^2 - 0.86369 x + 64\,895.3$$

Fit diagnostics:

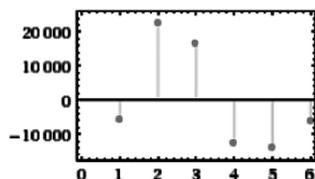
AIC	BIC	R^2	adjusted R^2
139.726	138.893	0.848295	0.747159

Plot of the least-squares fit:



Enable interactivity

Plot of the residuals:



Download page

POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

Рис. 5. Парная квадратичная регрессионная модель

linear fit (30000,1,40655), (75137,2,70004), (149752,3,141203), (100030, 0,50185), (125369, 1, 75286), (151327, 3, 121014)

Web Apps Examples Random

Input interpretation:

fit	data	{{30 000, 1, 40 655}, {75 137, 2, 70 004}, {149 752, 3, 141 203}, {100 030, 0, 50 185}, {125 369, 1, 75 286}, {151 327, 3, 121 014}}
	model	linear function

Least-squares best fit:

$$0.43967x + 19547.8y + 4194.54$$

Plot of the residuals:

Download page POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

Related Queries:

- linear fit {{30000, 1, 40655}, {75137, 2, 70004}, {149752, 3, 141203}, {100030, 0, 50185}, {125369, 1, 75286}, {151327, 3, 121014}}
- handwritten style curve fitting
- exponential fit {{30000, 1, 40655}, {75137, 2, 70004}, {149752, 3, 141203}, {100030, 0, 50185}, {125369, 1, 75286}, {151327, 3, 121014}}
- cubic fit {{30000, 1, 40655}, {75137, 2, 70004}, {149752, 3, 141203}, {100030, 0, 50185}, {125369, 1, 75286}, {151327, 3, 121014}}

Рис. 6. Множественная линейная регрессионная модель

Выводы. Перспективным направлением совершенствования прикладной математической подготовки будущего экономиста остается интеграция информационных и педагогических технологий [2]. К настоящему времени авторами содержательно разработаны и внедрены в учебный процесс в РЭУ им. Г.В. Плеханова элементы педагогических технологий В.М. Монахова. Сложность, многоаспектность и востребованность содержания учебной дисциплины «Эконометрика: базовый уровень» требует повышенного внимания к качеству усвоения программного материала студентами. Использование *WolframAlpha* позволяет по новому реализовывать исследовательскую функцию экономико-математического моделирования, внести качественные изменения в методическую систему прикладной математической подготовки будущего экономиста.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Власов Д.А., Монахов Н.В., Монахов В.М.* Математические модели и методы внутримодельных исследований. М.: МГГУ им. М.А. Шолохова, 2007. 345 с.
- [2] *Власов Д.А., Синчуков А.В.* Интеграция информационных и педагогических технологий в системе прикладной математической подготовки будущего специалиста // Сибирский педагогический журнал. 2009. № 2. С. 109—117.
- [3] *Власов Д.А., Синчуков А.В.* Новое содержание прикладной математической подготовки бакалавра // Преподаватель XXI век. 2013. Т. 1. № 1. С. 71—79.
- [4] *Кристофер Доугерти.* Введение в эконометрику. М.: Инфа-М, 2009. 466 с.
- [5] *Тихомиров Н.П., Дорохина Н.Ю.* Эконометрика. М.: Изд-во РЭА, 2002. 640 с.

WOLFRAMALPHA TECHNOLOGY IN TEACHING DISCIPLINE “ECONOMETRICS: BASIC LEVEL” FOR ECONOMIC UNDERGRADUATE STUDENTS

D.A. Vlasov, A.V. Sinchukov

Plekhanov Russian University of Economics
Stremyannyj per., 36, Moscow, Russia, 117997

The article describes the best ways of using of information technologies in the teaching of the discipline “Econometrics: basic level”, which appears an inseparable part of the applied mathematical training for Economics students at Plekhanov Russian University of Economics. These results, including fragments of educational-cognitive activity of the student within the academic discipline “Econometrics: a basic level”, allow us to estimate methodical and research potentials of the knowledge base and set of WolframAlpha computational algorithms in the applied mathematical training system for Bachelor of Economics. Disclosed possible operators WolframAlpha — fit, linear fit, quartic fit, cubic fit, quadratic fit on imaging problems depending on the level of consumption by income level (John Maynard Keynes’s model), a tool for building a research and regression analysis appears. Recommendations on the content of economic and methodical interpretation of the results: the establishment of the marginal propensity to consume, the level of consumption in the absence of income by using the Akaike information criteria and Bayesian, coefficient of determination, normalized coefficient of determination. Allocated sequence and the main features of the work of the students with the construction and analysis of the various econometric models WolframAlpha, choice of correlation, the most adequate study of the economic situation.

Key words: Econometrics, WolframAlpha, information technology, visualization, econometric model, least squares method, diagnostics model, income, consumption, the marginal propensity to consume, Keynes’ model

REFERENCES

- [1] *Vlasov D.A., Monakhov N.V., Monakhov V.M.* *Matematicheskie modeli i metody vnutrimodel'nyh issledovanij* [Mathematical models and methods of intra model researches]. М.: МГГУ им. М.А. Шолохова, 2007. 345 p.

- [2] Vlasov D.A., Sinchukov A.V. *Integracija informacionnyh i pedagogicheskikh tehnologij v sisteme prikladnoj matematicheskoj podgotovki budushhego specialista* [Integration of information and pedagogical technologies in system of application-oriented mathematical training of future expert]. *Sibirskij pedagogicheskij zhurnal* [Siberian pedagogical magazine]. 2009. No 2. Pp. 109—117.
- [3] Vlasov D.A., Sinchukov A.V. *Novoe sodержanie prikladnoj matematicheskoj podgotovki bakalavra* [New content of applied mathematical training of the bachelor]. *Prepodavatel' XXI vek* [Teacher 21st century]. 2013. T. 1. No 1. Pp. 71—79.
- [4] Kristofer Dougerti. *Vvedenie v jekonometriku* [Introduction to econometrics]. М.: Infa-M, 2009. 466 p.
- [5] Tihomirov N.P., Dorohina N.Ju. *Jekonometrika* [Econometrics]. М.: Izd-vo RJeA, 2002. 640 p.