



**ВЕСТНИК РОССИЙСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ДРУЖБЫ НАРОДОВ.  
СЕРИЯ: ИНЖЕНЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

**Том 18 № 1 (2017)**

**DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1**

**<http://journals.rudn.ru/engineering-researches>**

**Научный журнал**

**Издается с 2000 г.**

Издание зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77-61174 от 30.03.2015 г.

Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

---

**Главный редактор**

*Дьяконов В.В.*, доктор геолого-минералогических наук, профессор, заведующий кафедрой месторождений полезных ископаемых и их разведки РУДН

**Заместитель главного редактора**

*Пономарев Н.К.*, кандидат технических наук, доцент, декан инженерного факультета РУДН

**Ответственный секретарь**

*Абрамов В.Ю.*, кандидат геолого-минералогических наук, доцент кафедры месторождений полезных ископаемых и их разведки РУДН

**Члены редакционной коллегии**

*Алиев С.Б.* — доктор технических наук, заместитель директора департамента развития предпринимательской деятельности Евразийской экономической комиссии

*Воробьев А.Е.* — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой нефтепромысловой геологии, горного и нефтегазового дела РУДН

*Галишникова В.В.* — кандидат технических наук, доцент, заведующая кафедрой строительных конструкций и сооружений инженерного факультета РУДН

*Гусаков С.В.* — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теплотехники и тепловых двигателей инженерного факультета РУДН

*Дивеев А.И.* — доктор технических наук, профессор, заведующий сектором проблем кибернетики Вычислительного центра им. А.А. Дородницына РАН

*Кривошапко С.Н.* — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прочности материалов и конструкций инженерного факультета РУДН

*Пилов П.И.* — доктор технических наук, профессор, первый проректор Национального горного университета (Днепропетровск, Украина)

*Рогов В.А.* — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой технологий машиностроения, металлорежущих станков и инструментов инженерного факультета РУДН

*Свищов А.П.* — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой проектирования и строительства промышленных и гражданских сооружений РУДН

*Сученко В.Н.* — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой геодезии и маркшейдерского дела РУДН

*Хаинц Шанделмейер де Оливейра* — доктор философии (Ph.D, геология), научный сотрудник с долгосрочными проектами департамента геологоразведки Института прикладных исследований Технического университета Берлина (Германия)

*Шкарупа И.Л.* — кандидат технических наук, Ученый секретарь ФГУП ОНПП «Технология» (Обнинск)

*Петер Ян Паль* — доктор наук, профессор Берлинского Технического Университета (Германия) факультета планирования обустройства окружающей среды

## **ВЕСТНИК РОССИЙСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ДРУЖБЫ НАРОДОВ. СЕРИЯ: ИНЖЕНЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

ISSN 2312-8151 (online); ISSN 2312-8143 (print)

4 выпуска в год.

Входит в перечень рецензируемых научных изданий ВАК РФ.

Включен в каталог периодических изданий Ульрих (Ulrich's Periodicals Directory:  
<http://www.ulrichsweb.com>).

Языки: русский, английский, французский, немецкий, испанский.

Материалы журнала размещаются на платформах РИНЦ Российской научной электронной библиотеки, Electronic Journals Library Cyberleninka.

### **Цель и тематика**

Ежеквартальный научный рецензируемый журнал «Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования» издается Российским университетом дружбы народов с 2000 года.

**Цель журнала** — публикация результатов исследований ученых Инженерной академии РУДН и их коллег по проблемам строительства, архитектуры, машиностроения, геологии, горного дела.

Журнал адресован научным работникам, инженерам, аспирантам и студентам по соответствующим направлениям научных исследований.

### **Основные тематические разделы:**

Инновационные программы инженерных исследований;  
Машиностроение и энергомашиностроение;  
Инновационное недропользование;  
Актуальные вопросы технологий строительных процессов;  
Кибернетика и мехатроника;  
Рецензии.

---

Редактор: *И.В. Успенская*  
Компьютерная верстка: *О.Г. Горюнова*

**Адрес редакции:**  
ул. Орджоникидзе, д. 3, Москва, Россия, 115419  
Тел.: (495) 955-07-16; e-mail: [ipk@rudn.university](mailto:ipk@rudn.university)

**Адрес редакционной коллегии серии «Инженерные исследования»:**  
ул. Орджоникидзе, 3, Москва, Россия, 115419  
Тел.: (495) 955-07-92; e-mail: [engjournalrudn@rudn.university](mailto:engjournalrudn@rudn.university)

---

Подписано в печать 15.03.2017. Выход в свет 30.03.2017. Формат 70×100/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «NewtonС».  
Усл. печ. л. 12,9. Тираж 500 экз. Заказ № . Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов» (РУДН)  
117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН  
115419, Москва, Россия, ул. Орджоникидзе, д. 3, тел. (495) 952-04-41; e-mail: [ipk@rudn.university](mailto:ipk@rudn.university)



## RUDN JOURNAL OF ENGINEERING RESEARCHES

VOLUME 18 NUMBER 1 (2017)

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1

<http://journals.rudn.ru/engineering-researches>

Founded in 2000

Founder: PEOPLES' FRIENDSHIP UNIVERSITY OF RUSSIA

---

### EDITOR-IN-CHIEF

*Diakonov V.V.*, doctor of geological-mineralogical sciences, professor, head of the department of mineral deposits and their exploration of them. Kreiter of PFU

### ASSOCIATE EDITOR-IN-CHIEF

*Ponomarev N.K.*, candidate of technical sciences, associated professor, dean of engineering faculty of PFU

### ASSISTANT TO THE EDITOR-IN-CHIEF

*Abramov V.Yu.*, candidate of geological-mineralogical sciences, associated professor of department of mineral deposits and their exploration of them. Kreiter of PFU

### EDITORIAL BOARD

*Aliev S.B.* — doctor of technical sciences, the deputy director of the department of business development, Eurasian economic commission

*Vorobiev A.E.* — doctor of technical sciences, head of the department of oilfield geology, mining and petroleum engineering of PFU

*Galishnikova V.V.* — doctor of technical sciences, head of the department of building structures and facilities of PFU

*Gusakov S.V.* — doctor of technical sciences, head of the department of themotechnics and heat engines of PFU

*Diveev A.I.* — doctor of technical sciences, head of the sector of problems of cybernetics of computer center name Dorodnitsyn RSA

*Krivoshapko S.N.* — doctor of technical sciences, head of the department of strength of materials and structures of PFU

*Pilov P.I.* — doctor of technical sciences, professor, first vice-rector national mining university (Dnepropetrovsk, Ukraine)

*Rogov V.A.* — doctor of technical sciences, head of the department of engineering technology, metal-cutting machines and tools of PFU

*Svintsov A.P.* — doctor of technical sciences, head of the department of design and construction of industrial and civil constructions of PFU

*Suthenko V.N.* — doctor of technical sciences, head of the department of geodesy and mine surveying of PFU

*Heinz Schandelmeier de Oliveira* — Ph.D., geology, researcher with long-term projects of department of geological prospecting. Institute of applied research. Technical university of Berlin (Germany)

*Shkarupa I.L.* — candidate of technical sciences. Scientific secretary of FSU "NFS "Technology"

*Peter Jan Pal* — doctor of sciences, professor of technical university of Berlin (Germany). Faculty of environmental planning

**RUDN JOURNAL OF ENGINEERING RESEARCHES.**  
**Published by the Peoples' Friendship University of Russia, Moscow**

ISSN 2312-8151 (online); ISSN 2312-8143 (print)

4 issues per year.

Languages: Russian, English, French, German, Spanish.

Indexed in Ulrich's Periodicals Directory: <http://www.ulrichsweb.com>

**Aim and Scope**

The quarterly scientific reviewed journal RUDN Journal of Engineering Researches Is published by the Peoples' Friendship University of Russia since 2000.

**The purpose of the journal** — is the publication of research results of scientists of the Engineering academy of RUDN University, and their colleagues on the problems of civil engineering, architecture, mechanical engineering, geology, mining engineering.

The journal is addressed to scientists, engineers, graduate students and students on corresponding directions of scientific research.

**Main thematic sections:**

Innovative software engineering research;  
Mechanical engineering and power-plant;  
Innovative use of mineral resources;  
Actual technology of construction processes;  
Cybernetics and mechatronics;  
Reviews.

---

Editor *I.V. Uspenskaya*

Computer design: *O.G. Gorunova*

**Address of the editorial board:**

Ordzhonikidze str., 3, Moscow, Russia, 115419

Ph. +7 (495) 955-07-16; e-mail: [ipk@rudn.university](mailto:ipk@rudn.university)

**Address of the editorial board Series "Engineering researches":**

Ordzhonikidze str., 3, Moscow, Russia, 115419

Ph. +7 (495) 955-07-92;

e-mail: [engjournalrudn@rudn.university](mailto:engjournalrudn@rudn.university)

---

Printing run 500 copies. Open price.

Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education  
"Peoples' Friendship University of Russia"

6 Miklukho-Maklaya str., 117198 Moscow, Russia

**Printed at RUDN Publishing House:**

3 Ordzhonikidze str., 115419 Moscow, Russia,

Ph. +7 (495) 952-04-41; e-mail: [ipk@rudn.university](mailto:ipk@rudn.university)

## СОДЕРЖАНИЕ

### АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕХНОЛОГИЙ СТРОИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

<b>Фроловская А.В., Шамбина С.Л., Петрова Ю.М.</b> Конструктивное решение стальной балки из тонкостенных холодногнутых профилей .....	7
<b>Терешин А.А., Негурица Д.Л., Кирков А.Е.</b> Восстановление опорных реперов наблюдательных станций при деформационном мониторинге .....	14
<b>Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Фролов К.Е.</b> Методика расчета на прочность нормальных сечений железобетонных конструкций гидротехнических сооружений, усиленных внешним армированием на основе углеродных материалов .....	20
<b>Свинцов А.П., Гусамов М.Т., Шумилин Е.Е.</b> Армированная гипсополистиролбетонная смесь как тепловая изоляция трубопроводов тепловых пунктов .....	29
<b>Кузнецов В.С., Полехина Г.Е., Шапошникова Ю.А.</b> Эффективность применения высокопрочной арматуры без сцепления с бетоном в монолитных безбалочных перекрытиях .....	40
<b>Кустов А.А.</b> Моделирование технических тканей с покрытием для мягких оболочечных конструкций .....	48

### ИННОВАЦИОННЫЕ ПРОГРАММЫ ИНЖЕНЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

<b>Gil-oulbé Mathieu, Dau Tyekolo, Soresa Belay.</b> The nonlinear bending of simply supported elastic plate ..	58
<b>Козырева А.А., Рынковская М.И., Тупикова Е.М.</b> Зонтичная оболочка для спортивного центра ...	70

### МАШИНОСТРОЕНИЕ И ЭНЕРГОМАШИНОСТРОЕНИЕ

<b>Нуримбетов А.У., Дудченко А.А.</b> Колебание многослойного естественно-закрученного стержня из анизотропных материалов в поле центробежных сил .....	79
<b>Белоусов Ю.В.</b> Анализ условий надежного закрепления заготовок при токарной обработке на станках с ЧПУ .....	91

### КИБЕРНЕТИКА И МЕХАТРОНИКА

<b>Казарян Д.Э., Михалев В.А., Софронова Е.А.</b> Нейросетевые подходы к управлению потоками транспорта .....	97
<b>Назаров А.В.</b> Компьютерное моделирование взаимной диффузии двухкомпонентной среды .....	107
<b>Дивеев А.И., Шмалько Е.Ю.</b> Синтез управления для автономной группы роботов с фазовыми ограничениями методом многослойного сетевого оператора с расстановкой приоритетов .....	115
<b>Дивеев А.И., Ломакова Е.М.</b> Метод бинарного генетического программирования для поиска математического выражения .....	125

### ИННОВАЦИОННОЕ НЕДРОПОЛЬЗОВАНИЕ

<b>Белоусов П.Е., Крупская В.В., Закусин С.В., Жигарев В.В.</b> Бентонитовые глины месторождения 10-й хутор (Республика Хакасия): особенности генезиса, состава и адсорбционных свойств .....	135
<b>Величко Д.В., Дронов А.Н., Терешин А.А.</b> Моделирование устойчивости подземной горной выработки в закрепленном грунтобетонном массиве .....	144
<b>Дзапаров В.Х.</b> Диверсификация горнодобывающего производства .....	149

### РЕЦЕНЗИИ

<b>Мыскова О.В., Иванов В.Н., Романова В.А.</b> Конструирование поверхностей пространственных конструкций. Визуализация поверхностей в системах MathCad и AutoCad .....	157
---	-----

## CONTENTS

### CURRENT ISSUES OF CONSTRUCTION PROCESSES

<b>Frolovskaya A.V., Shambina S.L., Petrova Y.M.</b> Constructive decisions of steel beams made of thin-walled cold-formed profiles .....	7
<b>Tereshin A.A., Neguritsa D.L., Kirkov A.E.</b> Restoring basis points at deformation monitoring .....	14
<b>Rubin O.D., Lisichkin S.E., Frolov K.E.</b> Methodology for strength analysis of normal cross-sections of reinforced concrete hydraulic structures strengthened with carbon composite materials .....	20
<b>Svintsov A.P., Gusamov M.T., Shumilin E.E.</b> Reinforced gypsum-polystyrene concrete mix as the thermal insulation of pipelines in the heating station .....	29
<b>Kuznetsov V.S., Polehina G.E., Shaposhnikova Yu.A.</b> Efficiency use highfitting without clutch with concrete in the monolithic beamless floors .....	40
<b>Kustov A.A.</b> Modeling of technical coated fabrics for tensile structures .....	48

### INNOVATIVE RESEARCH PROGRAMS IN ENGINEERING

<b>Жиль-улбе Матье, Дао Теколо, Сореса Билай.</b> Нелинейный изгиб опертой упругой пластины....	58
<b>Kozyreva A.A., Rynkovskaya M.I., Tupikova E.M.</b> Umbrella shells sports center cover.....	70

### MECHANICAL ENGINEERING AND POWER ENGINEERING

<b>Nurimbetov A.U., Dudchenko A.A.</b> Oscillations multilayered composite rods from materials in the field of centrifugal forces .....	79
<b>Belousov Yu.V.</b> Analysis conditions for reliable attach of workpieces during lathe machining on the mashines with numerical soft-ware control.....	91

### CYBERNETICS AND MECHATRONICS

<b>Kazaryan D.E., Mihalyev V.A., Sofronova E.A.</b> Artificial neural network approach to traffic flow control	97
<b>Nazarov A.V.</b> Computer modeling of mutual diffusion of two-component medium .....	107
<b>Diveev A.I., Shmalko E.Yu.</b> Synthesis of control for group of autonomous robots with phase constraints by multi-layer network operator with priorities.....	115
<b>Diveev A.I., Lomakova E.M.</b> Synthesis of control for group of autonomous robots with phase constraints by multi-layer network operator with priorities .....	125

### INNOVATIVE USE OF MINERAL RESORCES

<b>Belousov P.E., Krupskaya V.V., Zakusin S.V., Zhigarev V.V.</b> Bentonite clays from 10 <sup>th</sup> khutor deposite: features of genesis, composition and adsorption properties .....	135
<b>Velichko D.V., Dronov A.N. Tereshin A.A.</b> Modeling of underground mine workings in consolidating the soil-array .....	144
<b>Japarov V.H.</b> Diversification of the mining production.....	149

### REVIEWS

<b>Myškova O.V. Ivanov V.N., Romanova V.A.</b> The construction surfaces of spatial structures. Visualization of surfaces in MathCad and AutoCad Systems.....	157
---	-----



УДК 626.86

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-7-13

## КОНСТРУКТИВНОЕ РЕШЕНИЕ СТАЛЬНОЙ БАЛКИ ИЗ ТОНКОСТЕННЫХ ХОЛОДНОГНУТЫХ ПРОФИЛЕЙ

А.В. Фроловская<sup>1</sup>, С.Л. Шамбина<sup>2</sup>, Ю.М. Петрова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Сибирский федеральный университет  
Свободный пр., 79, Красноярск, Россия, 660041

<sup>2</sup> Инженерная академия  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

В статье рассматривается разработанный оптимальный вариант конструктивного решения стальной балки покрытия составного поперечного сечения из тонкостенных гнутых профилей. Проведены численные исследования различных вариантов балок с учетом редуцирования сечения. Выполнены испытания разработанного оптимального варианта в натуральную величину.

**Ключевые слова:** легкие стальные тонкостенные конструкции, холодногнутые профили, стальная балка покрытия, конструктивные решения

Развивающаяся экономика России и связанная с ней высокая конкуренция на строительном рынке требуют эффективных конструктивных решений строительных конструкций, современных технологичных систем с наименьшей ресурсоемкостью. Один из путей решения указанной проблемы — разработка и использование плоских и пространственных элементов из холодногнутой стальной оцинкованной профилей толщиной от 0,7 до 2 мм.

Зарубежный и отечественный опыт применения конструкций на их основе выявил ряд преимуществ перед традиционными из прокатных профилей: низкий расход металла, высокая коррозионная стойкость, возможность изготовления на строительной площадке, что в итоге позволяет снизить стоимость конструкций «в деле». В монографии [1] достаточно подробно описана область применения, классификация конструкций из тонкостенных оцинкованных профилей и приведены их отличительные особенности.

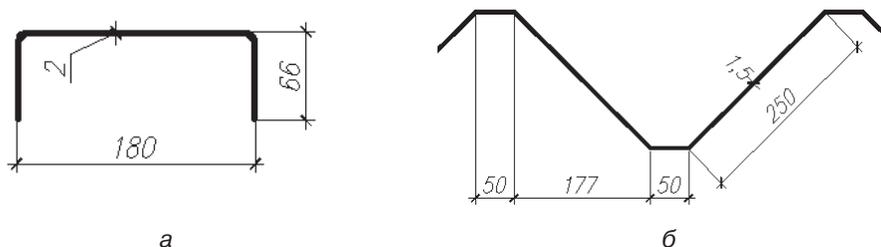
Проектирование тонкостенных конструкций осуществляется двумя альтернативными вариантами: численным (путь расчета) и экспериментальным (на основании испытаний) [2]. Особенность расчета несущей способности элементов, связанная с их тонкостенностью, заключается в учете возможной местной потери устойчивости всех элементов тонкостенного профиля (редуцированные характеристики сечений взамен геометрических). Аналогичная методика расчета представлена в документах [3; 4].

В данной работе реализован комплексный подход, включающий конструктивные проработки различных вариантов на основе численных исследований и испытания в лабораторных условиях.

Разработка стальной балки покрытия из тонкостенных гнутых тонкостенных профилей выполнена по заказу производителей. Конструктивное решение балки составного сечения: верхний и нижний пояса — U-образного вида; стенка — гнутый лист с формой гофры в виде трапеции. В качестве исходных данных приняты: район строительства — г. Красноярск; ограждающие конструкции — сэндвич-панели. Расчетная схема — однопролетная шарнирно-опертая балка, нагруженная равномерно распределенной нагрузкой. Предварительно пролет балок назначался равным 6, 9 и 12 м с возможными вариантами ее шагов 3, 4, 5 и 6 м.

Для поиска оптимального варианта конструктивного решения балки были заданы различные параметры поперечного сечения. Верхний и нижний пояса балки представлены в виде U-образного гнутого профиля толщиной 1,5 и 2 мм, высотой 180 мм и отгибом полки — 66 мм с учетом возможности соединения на самонарезающих винтах со стенкой и раскроя листа с минимальными отходами. Стенка толщиной 1,5 мм выполнена в виде трапециевидных гофров со следующими размерами гофра: высота 176 мм, ширина 50 мм, длина наклонной стороны 220, 250 и 280 мм.

По результатам численных исследований определены геометрические параметры сечения балки. Установлено, что несущая способность поясов обеспечивается при толщине 2 мм. Высота стенки балки определена из условия ее жесткости: при пролете 6 м — 250 мм, при пролете 9 м — 420 мм и при пролете 12 м — 625 мм. Параметры гофров были приняты из условия их местной устойчивости и конструктивных требований к ним, которые удовлетворяются при длине наклонной стороны 220 и 250 мм (наиболее рациональный раскрой листа). Балка пролетом 12 м не удовлетворяет расчету по гибкости стенки. Крепление деталей между собой осуществляется с помощью самонарезающих винтов SD3-T15-4,8x19 с учетом требований к их расстановке.



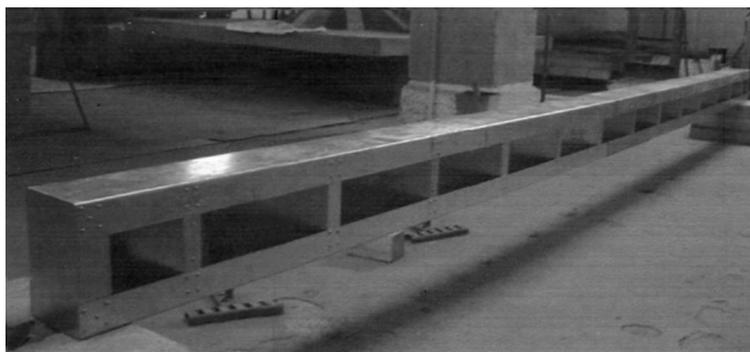
**Рис. 1.** Поперечные сечения элементов балки покрытия:  
 а) полки; б) стенки  
 [Cross-sections of the beam elements of covering:  
 a) for the shelf; b) for the wall]

На рисунке 1 приведены поперечные сечения элементов оптимального конструктивного решения балки покрытия в результате численных исследований.

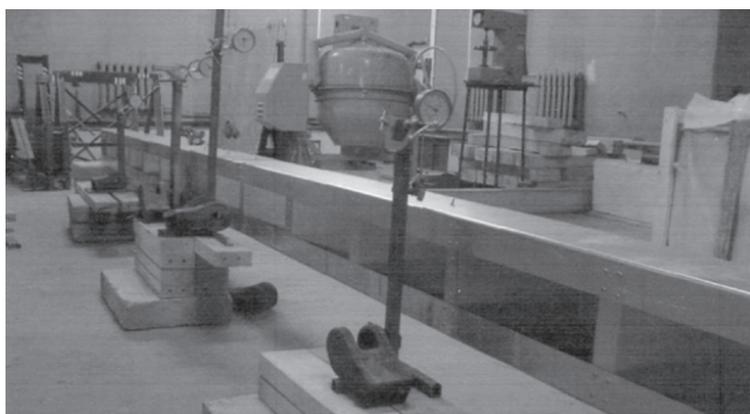
В результате детального расчета получено, что проверка прочности с учетом эффективности сечений выполняется только для балки пролетом 6 м с шагом 3 м.

При необходимости увеличения пролета балки до 9 м можно уменьшить шаг балок до 1,2–1,5 м.

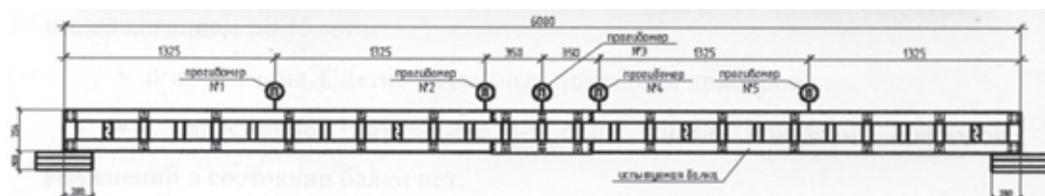
Для определения эффективности конструктивного решения по критериям несущей способности и технологичности проведено испытание балки пролетом 6 м (рис. 2).



**Рис. 2.** Общий вид экспериментальной балки  
[General view of the the experimental beam]



а



б

**Рис. 3.** Общий вид экспериментальной установки (а) и ее схема (б)  
[General view of the experimental model (a) and its scheme (b)]

Цель эксперимента — изучение работы тонкостенной балки из гнутых оцинкованных профилей. Для этого были поставлены следующие задачи: оценка жесткости балки и потери местной устойчивости ее элементов; анализ совместной

работы U-образный поясов со стенкой, выполненной в виде гофр трапецевидной формы, сопоставление численных и экспериментальных исследований. Общий вид и принципиальная схема экспериментальной установки показаны на рис. 3, а. Загружение модели проводилось в виде распределенной нагрузки. Для определения прогиба балки по ее длине установлены 5 прогибомеров (рис. 3, б).

Нагружение балки выполнялось в несколько этапов. На первом этапе произведена обкатка конструкции с целью устранения люфтов. Далее нагрузка подавалась ступенями по 230 кг (вначале с концов балки одновременно с двух сторон, затем на среднюю часть) с выдерживанием по 15 мин. после каждого приращения нагрузки до наступления предельного состояния.

График зависимости «прогиб-нагрузка» экспериментальной балки представлены на рис. 4. Сопоставление экспериментальных данных с результатами теоретических расчетов приведены в таблице.

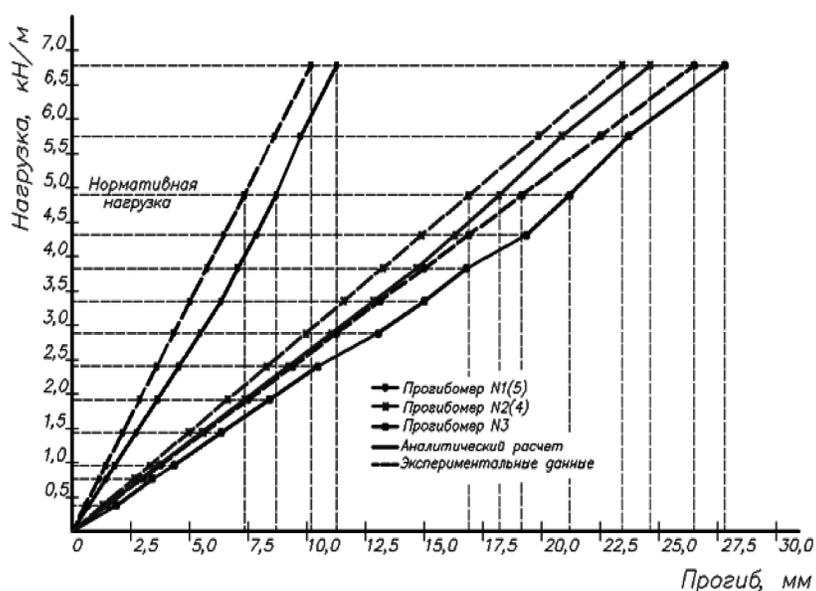


Рис. 4. График зависимости «прогиб-нагрузка» экспериментальной балки [Graph of “load and deflection” for the experimental beam]

Таблица

**Сравнение экспериментальных и расчетных данных по прогибам балки [comparison of experimental and calculated data on beam deflections]**

Расстояние от опоры до точки измерения прогиба	Значения прогибов, мм		
	по аналитическому расчету	по экспериментальным данным	расхождение, %
Прогиб при нормативной нагрузке 4,89 кН/м			
1,325 м	7,34	8,2	10,5
2,65 м	16,9	18,2	7,14
3,0 м	19,1	21,2	9,9
Прогиб при максимальной нагрузке 6,78 кН/м			
1,325 м	10,2	11,3	9,73
2,65 м	23,4	24,6	4,88
3,0 м	26,5	27,8	4,68

**Выводы.** Разработано конструктивное решение стальной балки покрытия из гнутых тонкостенных профилей. На основе численных исследований с учетом редуцирования поперечного сечения подобран оптимальный вариант, который был принят для проведения натурных испытаний в лабораторных условиях.

В результате численных исследований рассмотренных выше конструктивных решений стальных балок пролетом 6 м с шагом 3 м установлено, что они работоспособны, обладают достаточной прочностью и жесткостью и могут выполнять функции несущих конструкций покрытия.

Прогиб балки, вычисленный аналитическим путем при нормативной нагрузке 4,89 кН/м, составил 19,1 мм, а по результатам испытаний — 21,2 мм. Расхождение составляет 9,9%.

При сопоставлении численных и экспериментальных значений прогиба балки расхождения составляют 4,68—10,5%.

Разрушение (предельное состояние) балки наступило в результате потери местной устойчивости верхней полки в середине ее пролета, что говорит о необходимости учета особенности работы тонкостенных конструкций, с учетом редуцирования сечения.

Экспериментальные исследования доказали, что совместная работа U-образных поясов со стенкой, выполненной в виде гофр трапециевидной формы, обеспечена при условии качественного выполнения соединения деталей между собой.

© Фроловская А.В., Шамбина С.Л., Петрова Ю.М., 2017

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] *Енджиевский Л.В., Крылов И.И., Кретинин А.Н., Терешкова А.В.* Ограждающие и несущие строительные конструкции из стальных тонкостенных профилей: монография. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2010. 281 с.
- [2] *Фроловская А.В., Петрова Ю.М., Химченко Н.Н.* Исследование несущей способности элементов стропильной фермы из тонкостенных оцинкованных профилей // Молодая мысль: наука, технологии, инновации: материалы VIII (XIV) Всероссийской научно-технической конференции. Братск: Изд-во БрГУ, 2016. С. 35—39.
- [3] EN 1993-1-3:2006. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-3: General rules. Supplementary rules for coldformed members and sheeting. Brussels: CEN, 2006. 134 p.
- [4] AISI S100-2007. North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. Washington: American Iron and Steel Institute, 2007. 198 p.

### История статьи:

Дата поступления в редакцию: 11 декабря 2016

Дата принятия к печати: 22 января 2017

### Для цитирования:

**Фроловская А.В., Шамбина С.Л., Петрова Ю.М.** Конструктивное решение стальной балки из тонкостенных холодногнутых профилей // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2017. Т. 18. № 1. С. 7—13.

### Сведения об авторах:

*Александра Викторовна Фроловская*, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций и управляемых систем, Инженерно-строительный институт,

Сибирский федеральный университет (ФГАОУ ВО СФУ). *Сфера научных интересов*: проектирование и расчет уникальных металлических легких конструкций. *Контактная информация*: e-mail: Tereshkova81@mail.ru.

*Светлана Львовна Шамбина*, кандидат технических наук, доцент департамента архитектуры и строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: расчет конструкций из композитных материалов, архитектура и геометрия большепролетных строительных конструкций. *Контактная информация*: e-mail: shambina\_sl@mail.ru.

*Юлия Михайловна Петрова*, магистрант кафедры строительных конструкций и управляемых систем, Инженерно-строительный институт, Сибирский федеральный университет (ФГАОУ ВО СФУ). *Сфера научных интересов*: проектирование и расчет уникальных металлических конструкций. *Контактная информация*: e-mail: yevtifeva@mail.ru.

## CONSTRUCTIVE DECISIONS OF STEEL BEAMS MADE OF THIN-WALLED COLD-FORMED PROFILES

A.V. Frolovskaya<sup>1</sup>, S.L. Shambina<sup>2</sup>, Y.M. Petrova<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Siberian Federal University  
Svobodny pr., 79, Krasnoyarsk, Russia, 660041

<sup>2</sup> Engineering Academy  
Peoples' Friendship University of Russia  
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198

The article considers the worked out optimal variant of a constructive design for a steel covering beam having a compound cross-section made of thin-walled cold-formed sections. Numerical studies have been carried out for various options of beams taking into account reduction of cross-section. Tests were made of the created an optimal variant of a beam in full size.

**Key words:** light steel thin-walled structures, cold-formed profiles, steel beam coating constructive solutions

### REFERENCES

- [1] Endzhievsky L.V, Krylov I.I., Kretinin A.N., Tereshkova A.V. Ograzhdaiushchie i nesushchie stroitelnye konstrukticii iz stalnykh tonkostennykh profilei: monografiia. Krasnoyarsk: Sibirskii federalnyi universitet, 2010. 281 p.
- [2] Frolovskaya A.V., Petrova Yu.M., Khimchenko N.N. Issledovanie nesushchei sposobnosti elementov stropilnoi fermy iz tonkostennykh otcinkovannykh profilei. Molodaya mysl: nayka, tekhnologii, innovatsii: materialy VIII (XIV) Vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii. Bratsk: Izd-vo BrGU, 2016. Pp. 35—39.
- [3] EN 1993-1-3:2006. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-3: General rules. Supplementary rules for coldformed members and sheeting. Brussels: CEN, 2006. 134 p.
- [4] AISI S100-2007. North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. Washington: American Iron and Steel Institute, 2007. 198 p.

**Article history:**

Received: 11 December 2016

Accepted: 22 January 2017

**For citation:**

**Frolovskaya A.V., Shambina S.L., Petrova Y.M. (2017) Constructive decisions of steel beams made of thin-walled cold-formed profiles. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18 (1), 7–13.**

**Bio Note:**

*Alexandra V. Frolovskaya*, PhD (in Technical Sciences), Associate Professor of Department “Building structures and managed systems” at Engineering and Construction Institute of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia. *Research Interests*: design and calculation of unique metal light-weight structures. *Contact information*: e-mail: Tereshkova81@mail.ru.

*Svetlana L. Shambina*, PhD (in Technical Sciences), Associate Professor of Department of Architecture and Construction, Engineering Academy, Peoples’ Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia. *Research Interests*: calculation of structures made of composite materials, architecture and geometry of large-span building structures. *Contact information*: e-mail: shambina\_sl@mail.ru.

*Julia M. Petrova*, graduate student of the Department “Building structures and managed systems” at Engineering and Construction Institute of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia. *Research Interests*: design and calculation of unique metal light-weight structures. *Contact information*: e-mail: yevtifeva@mail.ru.



УДК 528.482

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-14-19

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ОПОРНЫХ РЕПЕРОВ НАБЛЮДАТЕЛЬНЫХ СТАНЦИЙ ПРИ ДЕФОРМАЦИОННОМ МОНИТОРИНГЕ

А.А. Терешин, Д.Л. Негурица, А.Е. Кирков

Инженерная академия  
Российский университет дружбы народов  
Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

В статье рассматривается одна из возможных методик восстановления реперов наблюдательных станций при деформационном мониторинге. Показано, что для восстановления опорных реперов можно использовать координаты так называемых «устойчивых» марок. Такие марки отличаются тем, что их координаты в интервале между двумя измерениями изменились в пределах принятой точности.

**Ключевые слова:** геодезия, мониторинг, деформации, репер, фундамент, здание

### Введение

Для определения величин смещений и деформаций несущих конструкций зданий и сооружений необходим геодезический мониторинг, который должен выполняться в соответствии с требованиями нормативной документации ГОСТ 24846-2012 [1] и СП 22.13330.2011 [4]. В целях проведения геодезического мониторинга на зданиях и сооружениях устанавливают специальные геодезические знаки — деформационные марки. Величины смещений деформационных марок определяются относительно опорных геодезических знаков — реперов, которые должны располагаться вне зоны влияния нового строительства (подработки) и геодезические координаты (пространственное положение) которых в течение длительного времени должны оставаться неизменными [2].

Согласно ГОСТ 24846-2012 [1] и СП 11-104-97 [3] в качестве опорной геодезической сети при наблюдениях за деформациями зданий и сооружений должно использоваться не менее трех опорных реперов. В качестве опорных реперов могут использоваться:

- грунтовые реперы, основания которых закладываются ниже глубины сезонного промерзания или перемещения грунта;
- стенные реперы, устанавливаемые в цокольных частях, а также на несущих конструкциях зданий и сооружений, осадка фундаментов которых практически стабилизировалась. К ним относятся существующие стенные и грунтовые реперы государственной (городской) геодезической сети;
- набивные или забивные сваи на строительной площадке, верхним концом выступающие на поверхность, с соответствующим оформлением верхней части сваи.

Опорная геодезическая сеть должна размещаться в стороне от проездов, подземных коммуникаций, складских и других территорий, где возможны вибрации от движения транспорта; вне зоны влияния вновь строящихся зданий и сооружений; в местах, где в течение всего периода наблюдений возможен удобный подход к реперам для установки геодезических инструментов.

### **Предлагаемый метод**

При проведении мониторинга на строительных площадках в стесненных городских условиях, при интенсивном ведении строительных работ, при внесении изменений и дополнений в проект строительных работ зачастую возникают ситуации, когда опорные геодезические реперы оказываются либо уничтоженными, либо недоступными для геодезических измерений.

В этом случае устанавливаются новые опорные реперы, координаты которых должны быть определены в уже существующей системе координат и высот. Для этого можно выполнить оценку устойчивости деформационных марок и выделить группу «устойчивых (жестких)» марок, координаты которых с большой долей вероятности не изменились по сравнению с последним (предыдущим) циклом геодезических измерений.

Рассмотрим методику выявления таких деформационных марок на примере наблюдений за вертикальными перемещениями здания промышленного назначения. Конструкция: одно-, двухэтажное здание, конструктивная схема — каркасная, рамно-связевая, каркас образован плоскими многопролетными двухэтажными рамами, установленными с шагом 12 м. Фундаменты колонн мелкого заложения, столбчатые, отдельно стоящие, одноступенчатые. Наружные ограждающие конструкции — сэндвич-панели — опираются на монолитные железобетонные фундаментные балки.

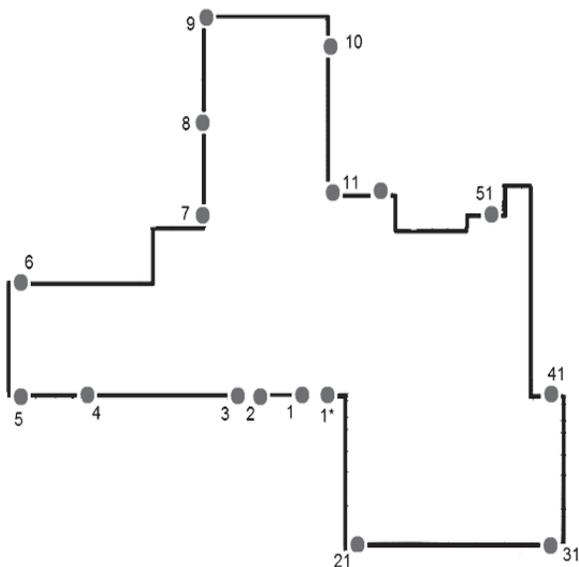
В процессе строительства здания в период 2012—2013 гг. проводился геодезический мониторинг за осадками несущих конструкций здания. Для этого на прилегающей территории была заложена группа опорных реперов, на здании установлены деформационные марки, проведено несколько циклов измерений, в результате которых были определены осадки марок [5].

В декабре 2016 г., т.е. почти через 4 года после окончания строительства, возникла необходимость в продолжении работ по геодезическому мониторингу. При рекогносцировке было установлено, что в ходе работ по вертикальной планировке земной поверхности и благоустройству прилегающей территории все опорные реперы были уничтожены.

Для продолжения работ по мониторингу необходимо выявить «устойчивые» марки и относительно них определить координаты вновь установленных реперов в принятой системе координат и высот.

Группа «устойчивых» марок должна удовлетворять следующим условиям: марки должны располагаться в различных конструктивных частях здания, иметь минимальные отличия в превышениях (разностях высот) между ними в предыдущем и текущем цикле измерений.

Всего на здании установлено 17 деформационных марок, схема размещения которых представлена на рис. 1.



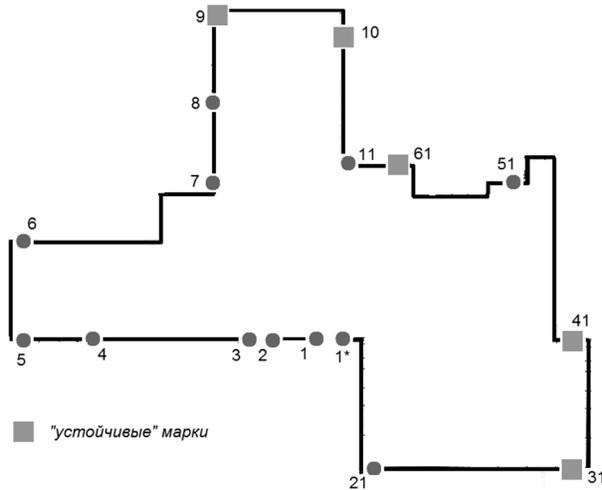
**Рис. 1.** Схема размещения деформационных марок на здании  
[The locations of points on the building]

Для выявления группы «устойчивых» марок необходимо составить матрицы превышений — разностей высот между всеми марками в предыдущем и текущем циклах измерений. Те марки, которые образуют максимальное число «устойчивых» превышений (величина которых изменилась в пределах принятой точности измерений), в текущем цикле можно принимать за «устойчивые» и относительно них вычислять высоты вновь установленных опорных реперов в принятой системе высот.

На рисунке 2 приведена матрица разностей превышений — результаты определения разностей превышений между всеми деформационными марками в предыдущем (март 2013 г.), и текущем (декабрь 2016 г.) циклах измерений.

марки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	6'	5'	4'	3'	2'	1'	число «устойчивых» превышений	
1		4,3	10,3	5,0	-13,3	0,5	-0,7	9,0	-7,7	-7,3	-3,4	-7,0	-2,0	-7,4	-6,8	-4,1	24,3	2	
2	-4,3		6,0	0,7	-17,6	-3,8	-5,0	4,7	-12,0	-11,6	-7,7	-11,3	-6,3	-11,7	-11,1	-8,4	20,0	1	
3	-10,3	-6,0		-5,3	-23,6	-9,8	-11,0	-1,3	-18,0	-17,6	-13,7	-17,3	-12,3	-17,7	-17,1	-14,4	14,0	1	
4	-5,0	-0,7	5,3		-18,3	-4,5	-5,7	4,0	-12,7	-12,3	-8,4	-12,0	-7,0	-12,4	-11,8	-9,1	19,3	1	
5	13,3	17,6	23,6	18,3		13,8	12,6	22,3	5,6	6,0	9,9	6,3	11,3	5,9	6,5	9,2	37,6		
6	-0,5	3,8	9,8	4,5	-13,8		-1,2	8,5	-8,2	-7,8	-3,9	-7,5	-2,5	-7,9	-7,3	-4,6	23,8	2	
7	0,7	5,0	11,0	5,7	-12,6	1,2		9,7	-7,0	-6,6	-2,7	-6,3	-1,3	-6,7	-6,1	-3,4	25,0	3	
8	-9,0	-4,7	1,3	-4,0	-22,3	-8,5	-9,7		-16,7	-16,3	-12,4	-16,0	-11,0	-16,4	-15,8	-13,1	15,3	1	
9	7,7	12,0	18,0	12,7	-5,6	8,2	7,0	16,7		0,4	4,3	0,7	5,7	0,3	0,9	3,6	32,0	4	
10	7,3	11,6	17,6	12,3	-6,0	7,8	6,6	16,3	-0,4		3,9	0,3	5,3	-0,1	0,5	3,2	31,6	4	
11	3,4	7,7	13,7	8,4	-9,9	3,9	2,7	12,4	-4,3	-3,9		-3,6	1,4	-4,0	-3,4	-0,7	27,7	1	
6'	7,0	11,3	17,3	12,0	-6,3	7,5	6,3	16,0	-0,7	-0,3	3,6		5,0	-0,4	0,2	2,9	31,3	4	
5'	2,0	6,3	12,3	7,0	-11,3	2,5	1,3	11,0	-5,7	-5,3	-1,4	-5,0		-5,4		-4,8	-2,1	26,3	2
4'	7,4	11,7	17,7	12,4	-5,9	7,9	6,7	16,4	-0,3	0,1	4,0	0,4	5,4		0,6	3,3	31,7	4	
3'	6,8	11,1	17,1	11,8	-6,5	7,3	6,1	15,8	-0,9	-0,5	3,4	-0,2	4,8	-0,6		2,7	31,1	4	
2'	4,1	8,4	14,4	9,1	-9,2	4,6	3,4	13,1	-3,6	-3,2	0,7	-2,9	2,1	-3,3	-2,7		28,4	1	
1'	-24,3	-20,0	-14,0	-19,3	-37,6	-23,8	-25,0	-15,3	-32,0	-31,6	-27,7	-31,3	-26,3	-31,7	-31,1	-28,4			

**Рис. 2.** Матрица разностей превышений  
[Matrix coordinate differences]



**Рис. 3.** Группа «устойчивых» деформационных марок на здании  
[Group “resistant” strain point]

Из полученных данных следует, что наиболее «устойчивыми» марками можно считать марки № 9, № 10, № 31, № 41, № 61, так как они образуют наибольшее количество «устойчивых» превышений с разностью в пределах принятой точности измерений (рис. 3). Таким образом, можно считать, что высоты данных деформационных марок за период между двумя циклами измерений, предыдущим и текущим, не изменились. Поэтому высоты данной группы «устойчивых» марок приняты в качестве исходных для вычисления высот вновь заложенных опорных реперов.

### Выводы

При деформационном мониторинге необходимо иметь группу опорных реперов, относительно которых вычисляются смещения деформационных марок.

При проведении мониторинга на строительных площадках в стесненных городских условиях, при интенсивном ведении строительных работ, при внесении изменений и дополнений в проект строительных работ опорные реперы могут быть уничтожены либо недоступны для геодезических измерений.

В этом случае устанавливаются новые опорные реперы, координаты которых должны быть определены в уже существующей системе координат и высот.

Для вычисления координат вновь установленных реперов можно использовать «устойчивые» марки — марки, координаты которых изменились в пределах принятой точности измерений.

Для выявления группы «устойчивых» марок необходимо составить матрицы разностей координат между всеми марками в предыдущем и текущем циклах измерений. Те марки, которые образуют максимальное число «устойчивых» координат (величина которых изменилась в пределах принятой точности измерений), в текущем цикле можно принимать за «устойчивые» и относительно них вычислять высоты вновь установленных опорных реперов в принятой системе высот.

© Терешин А.А., Негурица Д.Л., Кирков А.Е., 2017

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] ГОСТ 24846-2012. Грунты. Методы измерения деформаций оснований зданий и сооружений. М.: Строительство, 2013.
- [2] Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов ГКИНП (ГНТА)-03-010-02. М.: ЦНИИГАиК, 2004.
- [3] СП 11-104-97. Инженерно-геодезические изыскания для строительства. Госстрой РФ, 1997.
- [4] СП 22.13330.2011. Основания зданий и сооружений. Минрегион России, 2011.
- [5] *Терешин А.А., Негурица Д.Л., Алексеев Г.В.* Геодезический мониторинг деформаций каркасного здания в период работ по укреплению грунтов в основании фундаментов // *Маркшейдерский вестник*. 2016. № 6. С. 30—33.

### История статьи:

Дата поступления в редакцию: 19 декабря 2016

Дата принятия к печати: 20 января 2017

### Для цитирования:

**Терешин А.А., Негурица Д.Л., Кирков А.Е.** Восстановление опорных реперов наблюдательных станций при деформационном мониторинге // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2017. Т. 18. № 1. С. 14—19.

### Сведения об авторах:

*Терешин Александр Александрович*, кандидат технических наук, доцент департамента геологии, горного и нефтегазового дела, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: мониторинг сдвижений и деформаций массива горных пород и земной поверхности при разработке месторождений полезных ископаемых, геодезический мониторинг деформаций при строительстве и эксплуатации зданий и сооружений. *Контактная информация*: e-mail: tereshin\_aa@pfur.ru.

*Негурица Дмитрий Леонидович*, кандидат технических наук, доцент, директор департамента геологии, горного и нефтегазового дела, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: геомеханика, маркшейдерское дело, геодезия, строительная геотехнология, геоинформационные технологии (ГИС), освоение подземного пространства городов. Автор более 25 научных публикаций. *Контактная информация*: e-mail: neguritsa\_dl@pfur.ru.

*Кирков Алексей Евгеньевич*, старший преподаватель департамента геологии, горного и нефтегазового дела, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: высшая геодезия, геометрия недр, автоматизированные системы маркшейдерско-геодезического обеспечения. *Контактная информация*: e-mail: kirkov\_ae@rudn.university.

## RESTORING BASIS POINTS AT DEFORMATION MONITORING

**A.A. Tereshin, D.L. Neguritsa, A.E. Kirkov**

Engineering Academy  
Peoples' Friendship University of Russia  
*Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198*

This article discusses one of the possible methods of restoring the strong points of observation stations at deformation monitoring. It is shown that can be used to restore the coordinates of the

reference frames so-called “stable point”. Such points are characterized in that their coordinates in the interval between two measurements do not change over the range of accuracy of measurement adopted.

**Key words:** Surveying, monitoring, strain point, the foundation of the building

## REFERENCES

- [1] GOST 24846-2012. Grunty. Metody izmereniya deformatsij osnovanij zdaniy i sooruzhenij [Soils. Methods for measuring the deformation bases of buildings and structures]. M.: Stroitel'stvo, 2013.
- [2] Instrukciya po nivelirovaniyu I, II, III i IV klassov [For a leveling guide I, II, III and IV classes]. GKINP (GNTA)-03-010-02. M.: CNIIGAiK, 2004.
- [3] SP 11-104-97. Inzhenerno-geodezicheskie izyskaniya dlya stroitel'stva. Gosstroj RF. 1997.
- [4] SP 22.13330.2011. OSNOVANIYA ZDANIJ I SOORUZHENIJ [BASIS OF BUILDINGS AND FACILITIES]. Minregion Rossii. 2011.
- [5] Tereshin A.A., Negurica D.L., Alekseev G.V. Geodezicheskij monitoring deformatsij karkasnogo zdaniya v period rabot po ukrepleniyu gruntov v osnovanii funda-mentov. Markshejderskij vestnik. 2016. № 6. S. 30–33.

### Article history:

Received: 19 December 2016

Accepted: 20 January 2017

### For citation:

**Tereshin A.A., Neguritsa D.L., Kirkov A.E. (2017) Restoring basis points at deformation monitoring. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18 (1), 14–19.**

### Bio Note:

*Alexander A. Tereshin*, PhD (in Technical Sciences), Associate Professor, Department of Geology, mining, oil and gas industry, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: monitoring of displacements and deformations of rock mass and surface at mining, geodetic monitoring of deformations during construction and operation of buildings and structures. *Contact information*: e-mail: tereshin\_aa@pfur.ru.

*Dmitry L. Neguritsa*, PhD (in Technical Sciences), Associate Professor, Department of Geology, mining, oil and gas industry, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: geomechanics, mine surveying, geodesy, construction, geotechnology, GIS technology (GIS), development of underground space of cities. *Contact information*: e-mail: neguritsa\_dl@pfur.ru.

*Alexey Y. Kirkov*, Assistant Professor, Department of Geology, mining, oil and gas industry, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: higher geodesy, the geometry of the bowels, Automated systems mining and geodetic support. *Contact information*: e-mail: kirkov\_ae@rudn.university.



УДК 626.01

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-20-28

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ, УСИЛЕННЫХ ВНЕШНИМ АРМИРОВАНИЕМ НА ОСНОВЕ УГЛЕРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

О.Д. Рубин<sup>1</sup>, С.Е. Лисичкин<sup>2</sup>, К.Е. Фролов<sup>3</sup>

<sup>1</sup> АО «Научно-исследовательский институт энергетических сооружений»  
*Строительный проезд, д. 7А, Москва, Россия, 125362*

<sup>2</sup> ООО «Инженерный центр сооружений, конструкций и технологий в энергетике»  
*ул. Свободы, д. 35, Москва, Россия, 125362*

<sup>3</sup> ПАО «РусГидро»  
*ул. Малая Дмитровка, д. 7, Москва, Россия, 127006*

В целях усиления железобетонных конструкций общестроительного назначения широко применяются композиционные материалы из углеродного волокна. Для обоснования решений по усилению железобетонных конструкций гидротехнических сооружений внешним армированием из углеродного волокна потребовалась разработка методики расчета прочности усиленных конструкций. Были учтены характерные особенности массивных железобетонных конструкций гидросооружений и действующих на них нагрузок, в том числе противодействие воды в трещинах и раскрывшихся строительных швах. Разработаны зависимости для расчета прочности в нормальных сечениях изгибаемых железобетонных конструкций гидросооружений, усиленных внешним армированием из углеродного волокна.

**Ключевые слова:** гидротехнические сооружения, массивные железобетонные конструкции, внешнее армирование, композиционные материалы, нормальные сечения, изгибающий момент, прочность, строительные швы, противодействие воды

В настоящее время широкое применение находят композиционные материалы при усилении железобетонных конструкций общестроительного назначения [1–4].

При этом в гидротехническом строительстве отмечаются лишь отдельные случаи применения систем внешнего армирования (СВА) в качестве элементов усиления железобетонных конструкций. Следует отметить, что вышесказанное в большей степени относится к зарубежной практике [5–7].

При проектировании усиления железобетонных конструкций гидросооружений (ГТС) необходимо проводить расчетное обоснование проектных решений. В связи с этим возникает необходимость в разработке методики расчета прочности железобетонных конструкций ГТС, усиленных СВА на основе углеродных материалов.

При этом необходимо учитывать характерные особенности массивных железобетонных конструкций ГТС, а также особенности характера действия нагрузок.

К характерным особенностям железобетонных конструкций ГТС относятся:

- массивность (значительные габариты);
- применяемые бетон и арматура, как правило, невысоких классов прочности (бетон В10-В30), арматура (А-II, А-III), в последнее время нашла применение арматура А500С;
- невысокие проценты армирования (менее 1%);
- наличие межблочных строительных швов;
- особый характер трещинообразования (в том числе наличие магистральных трещин);
- наличие водной среды.

К особенностям характера действующих нагрузок относятся:

- гидравлическая нагрузка;
- необходимость учета противодействия в трещинах и раскрывшихся строительных швах;
- возможные знакопеременные нагрузки.

Авторами была разработана методика расчета прочности железобетонных конструкций ГТС, усиленных СВА на основе углеродных материалов, при действии изгибающего момента.

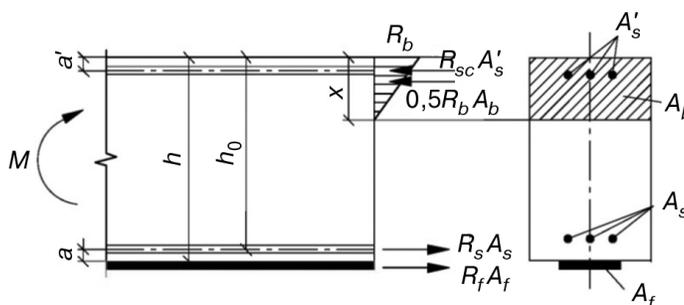
При разработке данной методики за основу были приняты нормативные документы по расчетам и проектированию железобетонных конструкций ГТС:

П-46-89 «Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций гидротехнических сооружений (без предварительного напряжения)» к СНиП 2.06.08-87;

СП 41.13330.2012. Актуализированная редакция СНиП 2.06.08-87 «Бетонные и железобетонные конструкции гидротехнических сооружений»;

СТО 17330282.27.140.002-2008. Гидротехнические сооружения ГЭС и ГАЭС. Условия создания. Нормы и требования. Приложения. Книга 3. Приложение Г, РАО «ЕЭС России».

Расчетная схема для нормального сечения балочной конструкции прямоугольного сечения, совпадающего с нормальной (вертикальной) трещиной или раскрывшимся вертикальным строительным швом, представлена на рис. 1.



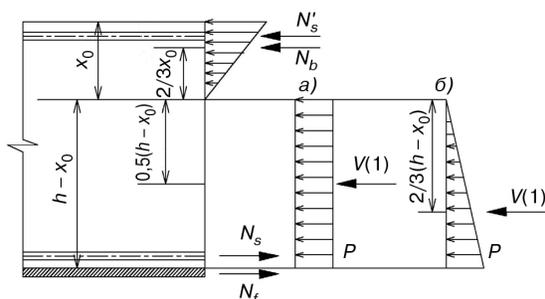
**Рис. 1.** Схема действия внешних и внутренних усилий в нормальном сечении усиленной железобетонной конструкции  
 [Scheme of action for external and internal forces in the normal section of the strengthened reinforced concrete structure]

В соответствии с разработанной методикой условие прочности железобетонной конструкции ГТС, усиленной СВА из углеродного волокна, в нормальном сечении при действии изгибающего момента имеет вид

$$M \leq M_{ult}, \quad (1)$$

где  $M$  — изгибающий момент от внешних усилий;  $M_{ult}$  — суммарный изгибающий момент от внутренних усилий относительно центра тяжести сжатой зоны бетона.

Схема действия внешних и внутренних усилий в нормальном сечении показана на рис. 1. Схема действия противодействия воды в нормальной трещине или в раскрывшемся вертикальном строительном шве представлена на рис. 2.



**Рис. 2.** Схема действия противодействия воды в нормальной трещине или в раскрывшемся вертикальном строительном шве: а) прямоугольная эпюра противодействия воды; б) треугольная эпюра противодействия воды  
[Scheme of the counter pressure action of water in a normal crack or in a disclosed vertical construction joint: a) a rectangular diagram of water counter pressure; b) a triangular diagram of water counter pressure]

Уравнение равновесия сил в нормальном сечении в предельном состоянии материалов имеет вид

$$N_b + N'_s + V = N_s + N_f, \quad (2)$$

где  $N_b$  — продольная сжимающая сила в бетоне сжатой зоны;  $N'_s$  — продольное усилие в сжатой арматуре;  $V$  — равнодействующая противодействия воды в вертикальной трещине или вертикальном строительном шве;  $N_s$  — продольное усилие в растянутой арматуре;  $N_f$  — продольное усилие в растянутом элементе усиления.

Результаты проведенных экспериментальных исследований железобетонных балочных конструкций, усиленных элементами из углеродных материалов [8], показали, что продольные деформации в бетоне сжатой зоны конструкций распределяются по треугольному закону (рис. 3).

В связи с этим в рамках разработанной методики принималась треугольная форма эпюры сжимающих напряжений в бетоне сжатой зоны.

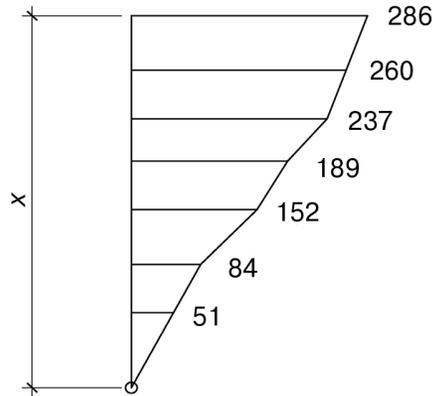
В таком случае продольное сжимающее усилие в бетоне сжатой зоны определяется по зависимости

$$N_b = 0,5R_b \cdot b \cdot x_0, \quad (3)$$

где  $R_b$  — расчетное сопротивление бетона сжатию;

$$N'_s = A'_s R_{sc}, \quad (4)$$

где  $A'_s$  — площадь сечения сжатой арматуры;  $R_{sc}$  — расчетное сопротивление арматуры сжатию.



**Рис. 3.** Эпюра относительных продольных деформаций в бетоне сжатой зоны усиленной железобетонной конструкции ( $\times 10^{-6}$ )  
 [Diagram of the relative longitudinal deformations in concrete of the compressed zone of a strengthened reinforced concrete structure ( $\times 10^{-6}$ )]

В соответствии с основными положениями разработанной методики учитывается воздействие противодавления воды  $P$  в раскрывшихся трещинах и контактных строительных швах (см. рис. 2).

В случае прямоугольной формы эпюры противодавления воды равнодействующая равна

$$V = p \cdot (h - x_0), \quad (5)$$

в случае треугольной формы эпюры противодавления воды —

$$V = 0,5p \cdot (h - x_0), \quad (6)$$

усилие в растянутой арматуре определяется из зависимости

$$N_s = A_s \cdot R_s, \quad (7)$$

где  $A_s$  — площадь сечения растянутой арматуры;  $R_s$  — расчетное сопротивление арматуры растяжению.

Усилие в растянутом элементе усиления определяется из зависимости

$$N_f = A_f \cdot R_f, \quad (8)$$

где  $A_f$  — площадь сечения элемента усиления на нижней растянутой грани;  $R_f$  — расчетное сопротивление растяжению композитного материала элемента усиления.

Значение суммарного изгибающего момента  $M_{ult}$  от внутренних усилий относительно центра тяжести бетона сжатой зоны определяется по формуле

$$M_{ult} = M_s + M_f \pm M'_s - M_v, \quad (9)$$

где  $M_s$  — момент от действия усилия в растянутой арматуре;  $M_f$  — момент от действия усилия в растянутом элементе усиления;  $M'_s$  — момент от действия усилия в сжатой арматуре (принимается со знаком «плюс» — в случае  $a' > x_0/3$ ; со знаком «минус» — в случае  $a' < x_0/3$ );  $M_v$  — момент от действия равнодействующей противодействия;

$$M_s = N_s \left( h_0 - \frac{x_0}{3} \right), \quad (10)$$

$$M_f = N_f \left( h - \frac{x_0}{3} \right), \quad (11)$$

$$M'_s = \pm N'_s \left[ \frac{x_0}{3} - a' \right], \quad (12)$$

$$M_v = N_v \left( 0,5h + \frac{x_0}{6} \right), \quad (13)$$

в случае прямоугольной эпюры противодействия;

$$M_v = N_v \frac{2h}{3}, \quad (14)$$

в случае треугольной эпюры противодействия воды в трещине (строительном шве).

Учитывая треугольный характер распределения продольных напряжений в бетоне сжатой зоны, высоту сжатой зоны  $x_0$  в железобетонной конструкции до усиления без учета противодействия определяют из зависимости

$$x_0 = -n\mu h_0 \pm \sqrt{(n\mu h_0)^2 + 2n\mu h_0^2}, \quad (15)$$

где  $n = E_s/E_b$ ;  $\mu$  — коэффициент армирования конструкции, равный  $A_s/bh_0$ .

В железобетонной конструкции, усиленной СВА, высота сжатой зоны определяется на основе решения уравнения (2) и равняется:

в случае прямоугольной эпюры противодействия в трещине или в вертикальном строительном шве:

$$x_0 = \frac{R_s A_s + R_f A_f - R_{sc} A'_s - pbh}{(0,5R_b b - pb)}, \quad (16)$$

в случае треугольной эпюры противодавления в трещине или в вертикальном строительном шве:

$$x_0 = \frac{R_s A_s + R_f A_f - R_{sc} A'_s - 0,5pbh}{0,5(R_b b - pb)}. \quad (17)$$

Величина расчетного сопротивления композитного материала  $R_f$  определяется в соответствии с методикой, изложенной в СТО НИИЭС 002-2016 «Гидротехнические сооружения. Усиление железобетонных конструкций системой внешнего армирования из композитных материалов на основе углеродных волокон».

При определении фактического (не предельного) состояния железобетонной конструкции ГТС, усиленной СВА из композитного материала, в зависимостях (3), (4), (7), (8), (9) вместо расчетных сопротивлений  $R_b$ ,  $R_s$ ,  $R_{sc}$ ,  $R_f$  следует принимать значения напряжений  $\sigma_b$ ,  $\sigma_s$ ,  $\sigma'_s$ ,  $\sigma_f$ , которые определяются на основе гипотезы плоских сечений из соответствующих пропорций:

$$\sigma'_s = n\sigma_b \frac{x_0 - a'}{x_0}, \quad (18)$$

$$\sigma_f = \frac{\sigma_s(h - x_0)E_f}{(h_0 - x_0)E_s} \quad (19)$$

для случая усиления конструкции перед началом ее нагружения;

$$\sigma_f = \frac{(\sigma_s - \sigma_0)(h - x_0)E_f}{(h_0 - x_0)E_s} \quad (20)$$

для случая усиления конструкции под нагрузкой при напряжении  $\sigma_0$  в стальной арматуре.

Неизвестные величины  $\sigma_b$  и  $\sigma_s$  определяются из совместного решения уравнений равновесия (1), (2) и (9).

**Выводы.** При разработке методики расчета прочности учитывались характерные особенности массивных железобетонных конструкций ГТС, а также особенности характера действия нагрузок (в том числе противодавление воды в трещинах и раскрывшихся строительных швах).

На основе экспериментальных данных о распределении продольных деформаций в сжатой зоне усиленной железобетонной конструкции принималась треугольная эпюра продольных напряжений в сжатой зоне.

Разработаны зависимости для расчета на прочность нормальных сечений изгибаемых железобетонных конструкций ГТС, усиленных внешним армированием из углеродных материалов.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] *Чернявский В.Л.* Система ремонта и усиления строительных конструкций // Гидротехника. 2010—2011. № 4(21)—5(22). С. 60—63.
- [2] *Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Балагуров В.Б., Александров А.В.* Новая технология ремонта ГТС посредством армирования композитными материалами // Изв. ВНИИГ. Т. 280. 2016. С. 3—10.
- [3] *Sandeep S. Pendhari, Tarun Kant, Yogesh, M. Desai.* Application of polymer composites in civil construction: A general review // Composite Structures № 84. 2008. Pp. 114—124.
- [4] *Einde L.V.D., Zhao L., Seible F.* Use of FRP composites in civil structural application // Constr. Build Mater., № 17. 2003. Pp. 389 M.R. 403.
- [5] *Duell J.M., Wilson J.M., Kessler M.R.* Analysis of a carbon composite overwrap pipeline repair system // International Journal of Pressure Vessels and Piping 85(2008). Pp. 782—789.
- [6] *Mohitpour M., Golshan H., Murray A.* Pipeline design and construction: a practical approach. // ASME Press; New York, 2003. Pp. 499—518.
- [7] *Сердюк А.И., Чернявский В.Л.* Опыт усиления строительных конструкций композиционными материалами при реконструкции Баксанской ГЭС // Гидротехника. № 3(32). 2013. С. 115—117.
- [8] *Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Фролов К.Е.* Результаты экспериментальных исследований железобетонных конструкций гидротехнических сооружений, усиленных углеродными лентами, при действии изгибающего момента // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. № 6. 2016. С. 58—63.

### История статьи:

Дата поступления в редакцию: 11 декабря 2016

Дата принятия к печати: 20 января 2017

### Для цитирования:

**Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Фролов К.Е.** Методика расчета на прочность нормальных сечений железобетонных конструкций гидротехнических сооружений, усиленных внешним армированием на основе углеродных материалов // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2017. Т. 18. № 1. С. 20—28.

### Сведения об авторах:

*Рубин Олег Дмитриевич*, доктор технических наук, зам. генерального директора АО «НИИ энергетических сооружений» (АО «НИИЭС»). *Сфера научных интересов*: конструкции энергетических сооружений; безопасность сооружений, теории массивного железобетона, усиление железобетона композиционными материалами, напряженно-деформирование состояние, прочность, трещинообразование. *Контактная информация*: e-mail: cskte@mail.ru.

*Лисичкин Сергей Евгеньевич*, доктор технических наук, зам. генерального директора ООО «Инженерный центр сооружений, конструкций, технологий в энергетике» (ООО «ИЦ СКТЭ»). *Сфера научных интересов*: конструкции энергетических сооружений, безопасность сооружений; мониторинг состояния энергообъектов; теория массивного железобетона; усиление железобетона композиционными материалами; напряженно-деформирование состояние; прочность; трещинообразование. *Контактная информация*: e-mail: cskte@mail.ru.

*Фролов Кирилл Евгеньевич*, заместитель генерального директора ПАО «РусГидро» по научно-проектной деятельности; (ПАО «РусГидро»). *Сфера научных интересов*: энергетика, гидротехническое строительство, наука и проектирование, усиление железобетонных

конструкций гидросооружений внешним армированием из композиционных материалов, напряженно-деформированное состояние и прочность. *Контактная информация*: e-mail: FrolovKE@rushydro.ru.

## **METHODOLOGY FOR STRENGTH ANALYSIS OF NORMAL CROSS-SECTIONS OF REINFORCED CONCRETE HYDRAULIC STRUCTURES STRENGTHENED WITH CARBON COMPOSITE MATERIALS**

**O.D. Rubin<sup>1</sup>, S.E. Lisichkin<sup>2</sup>, K.E. Frolov<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Scientific Research Institute of Energy Structures (Open Joint-stock Company)  
*Stroitel'nyj proezd, 7A, Moscow, Russia, 125362*

<sup>2</sup> Engineering Center of Structures, Constructions and Technologies in Energy  
(Limited Liability Company)  
*Svobody str., 35, Moscow, Russia, 125362*

<sup>3</sup> RusHydro  
*Malaya Dmitrovka str., 7, Moscow, Russia, 127006*

The way to strengthen concrete structures in civil engineering by adding external reinforcement using carbon fiber composites is widely spreading in recent years. A method for calculating the strength of reinforced concrete in hydro technical constructions with reinforcing by carbon fiber composite materials was invented with the aim to justify the solutions of strengthening concrete structures. It was taken into consideration that the characteristic features of mass reinforced concrete structure with sand operating loads which including backpressure of water in the cracks and in opened construction joints. It has evolved the relations for calculation of strength in normal cross section of bending reinforced concrete member of hydro technical constructions which strengthening with external reinforcement by carbon fiber.

**Key words:** hydro technical constructions, mass reinforced concrete structures, external reinforcement, composite materials, normal cross section, bending moment, tensile strength, construction joints, back pressure of water

### **REFERENCES**

- [1] Chernjavskij V.L. Sistema remonta i usilenija stroitel'nyh konstrukcij [System of repair and strengthening of building constructions]. *Gidrotehnika* [Hydraulic engineering]. 2010–2011. № 4 (21)–5(22). S. 60–63.
- [2] Rubin O.D., Lisichkin S.E., Balagurov V.B, Aleksandrov A.V. Novaya tekhnologiya remonta GTS posredstvom armirovaniya kompozitnymi materialami [The New technology of repair of hydrotechnical constructions strengthened by composite materials]. *Izv. VNIIG*. T. 280. 2016. Pp. 3–10.
- [3] Sandeep S. Pendhari, Tarun Kant, Yogesh M. Desai. Application of polymer composites in civil construction: A general review. *Composite Structures* № 84. 2008. Pp. 114–124.
- [4] Einde, L.V.D., Zhao, L., Seible, F. Use of FRP composites in civil structural application. *Constr. Build Mater.* № 17. 2003. Pp. 389–403.
- [5] Duell, J.M., Wilson, J.M., Kessler, M.R. Analysis of a carbon composite overwrap pipeline repair system. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 85 (2008). Pp. 782–789.

- [6] Mohitpour, M., Golshan, H., Murray, A. Pipeline design and construction: a practical approach. ASME Press; New York. 2003. Pp. 499—518.
- [7] Serdjuk A.I., Chernjavskij V.L. Opyt usilenija stroitel'nyh konstrukcij kompozicionnymi materialami pri rekonstrukcii Baksanskoj GJeS [Experience of building structures reinforcement composite materials in the reconstruction of the Baksanskaya HPP]. Gidrotehnika [Hydraulic engineering]. 2013. № 3 (32). Pp. 115—117.
- [8] Rubin O.D., Lisichkin S.E., Frolov K.E. Rezul'taty jeksperimental'nyh issledovanij zhelezobetonnyh konstrukcij gidrotehnicheskikh sooruzhenij, usilennyh uglerodnymi lentami, pri dejstvii izgibajushhego momenta [The Results of experimental studies of reinforced concrete structures hydraulic structures strengthened by carbon lamellas under the effect of bending moment]. Stroitel'naja mehanika inzhenernyh konstrukcij i sooruzhenij [Structural mechanics of engineering constructions and buildings]. № 6. 2016. Pp. 58—63.

**Article history:**

Received: 11 December 2016

Accepted: 20 January 2017

**For citation:**

**Rubin O.D., Lisichkin S.E., Frolov K.E. (2017) Methodology for strength analysis of normal cross-sections of reinforced concrete hydraulic structures strengthened with carbon composite materials. RUDN Journal of Engineering Researches, 18(1), 20—28.**

**Bio Note:**

*Oleg D. Rubin*, Doctor of Technical Sciences, Deputy General Director of JSC “Research Institute of Energy Facilities” (JSC “NIIES”). *Research Interests*: structures of energy facilities; safety of structures, theory of massive reinforced concrete, strengthening of reinforced concrete with composite materials, stress-strain state, strength, crack formation. *Contact information*: e-mail: cskte@mail.ru.

*Sergey E. Lisichkin*, Doctor of Technical Sciences, Deputy General Director of LLC “Engineering Center of Facilities, Structures, Technology in Energy Systems” (LLC “IC SCTE”). *Research Interests*: structures of energy facilities, safety of structures; energy facilities monitoring; theory of massive reinforced concrete; strengthening of reinforced concrete with composite materials; stress-strain state; strength; crack formation. *Contact information*: e-mail: cskte@mail.ru.

*Kirill E. Frolov*, Deputy General Director of OJSC “RusHydro” for research and design activities; (OJSC “RusHydro”). *Research Interests*: energy engineering, hydraulic engineering, science and design, strengthening of reinforced concrete hydraulic structures with composite materials, stress-strain state and strength. *Contact information*: e-mail: cskte@mail.ru.



УДК 621.644.07

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-29-39

## АРМИРОВАННАЯ ГИПСОПОЛИСТИРОЛБЕТОННАЯ СМЕСЬ КАК ТЕПЛОВАЯ ИЗОЛЯЦИЯ ТРУБОПРОВОДОВ ТЕПЛОВЫХ ПУНКТОВ

А.П. Свинцов, М.Т. Гусамов, Е.Е. Шумилин

Инженерная академия  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

Представлены результаты исследования и сравнения эффективности теплоизоляционных материалов из базальтового волокна и на основе гипсополистиролбетона. Показано, что при плотности  $300 \text{ кг/м}^3$  гипсополистиролбетона прочность на осевое сжатие составляет в среднем 0,6 МПа, а коэффициент теплопроводности равен в среднем  $0,074 \text{ Вт/(м}^\circ\text{С)}$ , что вполне удовлетворяет требованиям к теплоизоляционным материалам. Установлено, что теплоизоляция на основе гипсополистиролбетона в 6 раз дешевле теплоизоляции из базальтовой минеральной ваты.

**Ключевые слова:** трубопровод, тепловая изоляция, толщина изоляции

### Введение

Для снижения потерь тепловой энергии и температуры наружных поверхностей трубопроводов тепловых пунктов до безопасного значения их поверхности покрывают слоем тепловой изоляции.

В настоящее время выпускаются разнообразные теплоизоляционные материалы, обладающие различными характеристиками (теплоизоляционные свойства, срок службы, стоимость и др.). На российском рынке представлен большой ассортимент теплоизоляционных материалов, которые обладают низкой теплопроводностью, механической прочностью, низкой коррозионной активностью и другими свойствами (табл. 1) [8].

Таблица 1

Теплоизоляционные материалы  
[Insulation materials]

Теплоизоляционные материалы	Средние значения коэффициентов теплопроводности
Вулканитовые изделия	0,077
Известково-кремнистые материалы	0,058
Перлитцементные изделия	0,058
Стекланная вата	0,575
Минеральная вата	0,465
Пенопласты	0,445
Пенополиуретановые материалы	0,032
Жидкие теплоизоляционные покрытия	0,0012

В Российском университете дружбы народов разработан состав для получения армированной гипсополистиролбетонной смеси. Разработанный состав позволяет получать простым способом гипсополистиролбетонную смесь с равномерным распределением гранул по объему и с минимальными усадочными деформациями, не расслаивающуюся и не схватывающуюся в течение прогнозируемого времени, достаточного для транспортировки от места ее приготовления и затворения до места ее укладки и изготовления изделия.

В результате исследования установлено: прочность на осевое сжатие по средним значениям составляет от 0,28 МПа до 4,22 МПа, а коэффициент теплопроводности — от 0,073 до 0,30 Вт/(м °С) в зависимости от средней плотности гипсополистиролбетона.

Разработанная гипсополистиролбетонная смесь может быть использована для производства теплоизоляционных и конструкционно-теплоизоляционных элементов различного назначения.

### **Тепловая изоляция трубопроводов теплоснабжения как фактор энергосбережения**

Повышение эффективности функционирования трубопроводов тепловых сетей в значительной степени зависит от сокращения тепловых потерь. Одним из важнейших направлений теплосбережения является использование эффективных теплоизоляционных материалов. В работе [2] показано, что применение современных теплоизоляционных материалов дает возможность существенно повысить эффективность энергосбережения при теплоснабжении. Вопросам теоретического и экспериментального исследования тепловой изоляции трубопроводов с применением скорлуп из пенополиуретана и других изоляционных покрытий посвящены исследования [3; 10; 11; 13]. Показано, что одной из важнейших причин повышенных тепловых потерь может быть некачественная теплоизоляция трубопроводов. Многочисленные натурные измерения позволяют выявить нарушения целостности теплоизоляции в процессе эксплуатации тепловых сетей. Теплоэнергетическая эффективность тепловой изоляции зависит от ее физических свойств и толщины [4; 5; 12; 14; 18]. Увеличение толщины теплоизоляционного слоя позволяет существенно сократить тепловые потери и снизить стоимость полезно используемой тепловой энергии. Важным элементом обеспечения энергетической эффективности трубопроводов тепловых сетей является устройство тепловой изоляции с оптимальной толщиной ее слоя. В работах [1; 16] представлены результаты сравнительного анализа эффективности применения различных теплоизоляционных материалов. Выявлено, что жидко-керамическая тепловая изоляция, имеющая коэффициент теплопроводности в пределах 0,001 Вт/(м °С), характеризуется высокой стоимостью, низкой технологичностью нанесения на трубопровод, низкой механической прочностью и износостойкостью. Методика расчета теплоизоляции представлена в работах [6; 19], где показано, что при проектировании необходимо использовать СП «Тепловые сети» и СП «Тепловая изоляция оборудования и трубопроводов», которые являются взаимосвязанными. Эффективность функционирования трубопроводов зависит от материала их теплоизоляции [7]. В качестве теплоизоляционного материала предложено исполь-

зовать газобетон на основе жидкого стекла, модифицирующих добавок, дробленого и молотого боя стекла, алюминиевой пудры и гидроксида натрия. Отмечено, что теплоизоляция предложенного состава отвечает требованиям пожарной безопасности, долговечности и надежности. Ключевым параметром, определяющим величину линейных тепловых потерь трубопроводом в окружающую среду, является коэффициент теплопроводности тепловой изоляции [8]. Сравнительный анализ эффективности стекловаты и минеральной ваты на основе базальтового волокна позволяет считать, что при одной и той же толщине теплоизоляционного материала удельные тепловые потери теплоты для базальтовой минеральной ваты меньше [9].

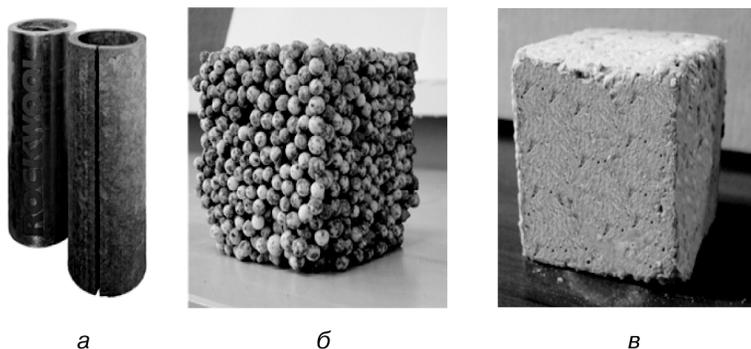
Тепловую изоляцию подбирают для обеспечения заданной плотности теплового потока. В отсутствие требований к величине теплового потока теплоизоляцию подбирают как средство, предохраняющее обслуживающий персонал от ожогов.

Анализ источников научно-технической информации показывает, что гипсополистиролбетон не используется в качестве теплоизоляционного материала для трубопроводов в тепловых пунктах. При этом его теплотехнические характеристики и относительно невысокая стоимость способны составить конкуренцию минеральной вате из базальтового волокна.

#### **Армированная гипсополистиролбетонная смесь как теплоизоляционный материал трубопроводов теплоснабжения**

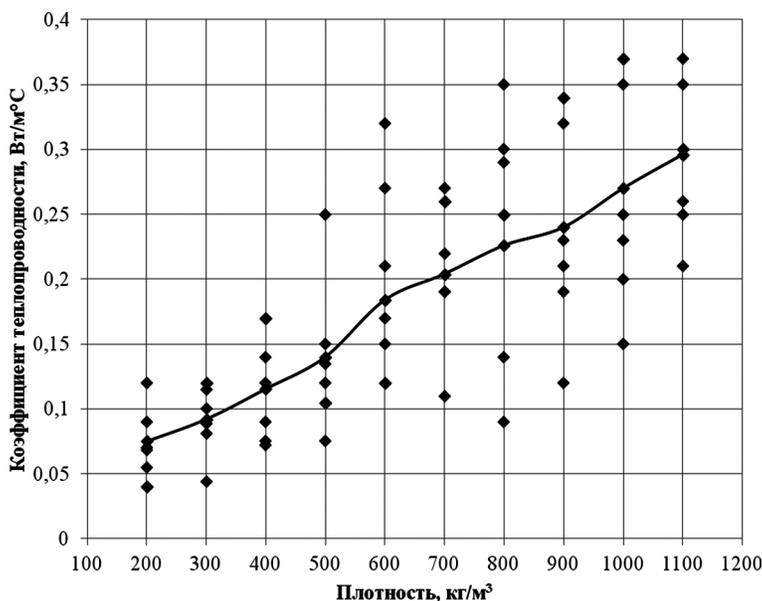
Для трубопроводов, арматуры, оборудования и фланцевых соединений предусматривают тепловую изоляцию, обеспечивающую температуру на поверхности теплоизоляционной конструкции, расположенной в рабочей или обслуживаемой зоне помещения, для теплоносителей с температурой выше  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  — не более  $45\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а для теплоносителей с температурой ниже  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  — не более  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Для обеспечения надлежащей теплоизоляции трубопроводов, фитингов и оборудования, работающих в этих условиях, целесообразно использовать соответствующие теплоизоляционные материалы.

В настоящее время в практике проектирования и эксплуатации тепловых сетей применяют различные теплоизоляционные материалы отечественного и зарубежного производства. В рамках решения задачи импортозамещения в Российском университете дружбы народов разработан теплоизоляционный материал на основе гипсополистиролбетона, обладающий эффективными теплотехническими характеристиками, высокими технологическими свойствами укладки и низкой стоимостью [15]. Особенность разработанного материала заключается в том, что в качестве заполнителя может быть использован как гранулированный, так и дробленый полистирол, а время схватывания и твердения может быть отрегулировано под требования технологии укладки в формы. При плотности в среднем  $300\text{ кг/м}^3$  прочность на осевое сжатие составляет в среднем  $0,6\text{ МПа}$ , а коэффициент теплопроводности —  $0,074\text{ Вт/(м }^{\circ}\text{C)}$ . На рисунке 1 представлены образцы некоторых материалов, применяемых для теплоизоляции трубопроводов теплоснабжения и оборудования в тепловых пунктах.



**Рис. 1.** Образцы теплоизоляционных материалов:  
а) из базальтовой минеральной ваты; б) из гипсополистиролбетона плотностью D200 на вспененном гранулированном заполнителе; в) из гипсополистиролбетона плотностью D300 на дробленом пенополистироле  
[Samples of insulation materials a) from basalt mineral wool; b) of gypsum polystyrene concrete density on the D200 foamed granular filler; c) from gypsum polystyrene concrete density on the D300 crushed Styrofoam]

На рисунке 2 представлена диаграмма изменения коэффициента теплопроводности в зависимости от плотности гипсополистиролбетона.



**Рис. 2.** Изменение теплопроводности гипсополистиролбетона в зависимости от его плотности  
[The change of thermal conductivity of gypsum polystyrene concrete depends on its density]

Плотность гипсополистиролбетона зависит от его структуры и соотношения количества заполнителя и вяжущего. Увеличение матрицы цементного камня приводит к тому, что зерна заполнителя связаны более прочно с цементным камнем. Эта же матрица служит основным проводником при теплопередаче. С увеличением плотности гипсополистиролбетона коэффициент теплопроводности увеличивается. Из диаграммы (см. рис. 2) видно, что для изменения коэффициента теплопроводности гипсополистиролбетона характерен значительный разброс

значений. Наименьший разброс данных наблюдается при средней плотности D200—D600 и D900—D1100 кг/м<sup>3</sup>. Образцам со средней плотностью D700—D800 кг/м<sup>3</sup> свойствен значительный разброс значений коэффициента теплопроводности. Это связано с большой неравномерностью распределения гранул в массиве цементного камня, несмотря на отсутствие расслоения смеси при формировании образцов. В качестве теплоизоляционного материала для трубопроводов целесообразно использовать гипсополистиролбетонную смесь плотностью до 300 кг/м<sup>3</sup>. Однако применение гипсополистиролбетона в качестве теплоизоляционного материала целесообразно при температуре трубопровода не более 105 °С.

В рамках настоящего исследования выполнен сравнительный расчет тепло-технических характеристик теплоизоляции из гипсополистиролбетона (ГПСБ) и базальтовой минеральной ваты (БМВ) зарубежного производства, предлагаемых для теплоизоляции трубопроводов различного диаметра.

По условиям охраны труда температура на поверхности тепловой изоляции трубопроводов, расположенных за пределами рабочей или обслуживаемой зоны, не должна превышать температурных пределов применения материалов кровного слоя, но не выше 75 °С. В соответствии с СП 41-103-2000 «Проектирование тепловой изоляции оборудования и трубопроводов» из условия равенства плотности тепловых потоков: кондуктивного, проходящего через слой изоляции  $\delta_{из}$ , м, за счет разности температур  $t_b - t_{п}$ , и конвективного, уходящего с наружной поверхности, за счет разности  $t_{п} - t_n$  можно написать:

$$R_{из}^L = \frac{t_b - t_{п}}{t_{п} - t_n} R_n^L, \quad (1)$$

где  $R_{из}^L$  — линейное термическое сопротивление кондуктивному переносу теплоты цилиндрического слоя изоляции (м<sup>2</sup>С/Вт);  $R_n^L$  — линейное термическое сопротивление теплоотдаче наружной изоляции, (м<sup>2</sup>С/Вт);  $t_b$  — температура внутренней среды, °С;  $t_n$  — температура наружной среды, °С;  $t_{п}$  — температура поверхности изоляции, °С.

Температуру наружной среды  $t_n$  при расположении изолируемого объекта в помещении принимают на основании технического задания на проектирование, а при его отсутствии — равной 20 °С.

Исходя из требуемой температуры поверхности тепловой изоляции после несложных преобразований (1) формула для расчета толщины изоляции имеет вид

$$\ln B = \ln \frac{d_n^{ct} + 2\delta_{из}}{d_n^{ct}} = 2\pi\lambda_{из} \frac{t_b - t_{п}}{t_{п} - t_n} R_n^L. \quad (2)$$

Решая уравнение (2), вычисляем значение  $B$ , которое подставляем в уравнение определения толщины слоя теплоизоляции:

$$\delta_{из} = \frac{d_n^{ct}(B-1)}{2}. \quad (3)$$

Результаты расчета представлены в табл. 2.

Таблица 2

**Расчетная толщина теплоизоляционного слоя из гипсополистиролбетона  
и базальтовой минеральной ваты**  
[The estimated thickness of the insulating layer from gypsum-polystyrene  
concrete and basalt mineral wool]

Диаметр условного прохода, мм	Толщина теплоизоляционного слоя при температуре теплоносителя					
	90 °С		70 °С		60 °С	
	ГПСБ	БМВ	ГПСБ	БМВ	ГПСБ	БМВ
32	28,69	30	14,72	30	9,88	30
40	29,02	30	15,72	30	10,35	30
50	31,06	30	17,10	30	11,11	30
65	33,82	30	19,38	30	12,54	30
80	34,26	30	19,10	30	12,90	30
90	34,00	30	18,50	30	13,00	30
100	31,32	30	17,82	30	12,42	30
125	31,92	30	18,62	30	11,97	30
150	31,00	30	18,28	30	12,72	30
200	36,13	30	23,00	30	15,33	30
250	36,85	30	21,84	30	16,38	30
300	35,75	30	22,75	30	14,62	30

В результате расчетов установлено, что для трубопроводов с температурой теплоносителя 90 °С целесообразно использовать теплоизоляцию толщиной 37 мм, а для трубопроводов с температурой теплоносителя 70 °С — 23 мм, с температурой теплоносителя 60 °С — 16 мм.

**Определение ориентировочной стоимости материала теплоизоляции толщиной 35 мм для трубопровода диаметром  $d_{\text{усл}} = 65$  мм.** Рыночная стоимость 1 м<sup>3</sup> гипсополистиролбетона составляет 2700 руб. При объеме теплоизоляции 1 погонного метра трубопровода 0,0122 м<sup>3</sup> его стоимость составляет 33 руб.

Стоимость 1 погонного метра теплоизоляции из базальтовой минеральной ваты импортного производства толщиной 30 мм для трубопровода с диаметром  $d_{\text{усл}} = 65$  мм составляет 206,65 руб., что в 6,3 раза дороже теплоизоляции из гипсополистиролбетона.

Таким образом, разработанная армированная гипсополистиролбетонная смесь характеризуется не только необходимыми теплотехническими параметрами, высокой технологичностью производства теплоизоляционных работ, но и существенно дешевле зарубежного материала.

### Заключение

При проектировании и эксплуатации тепловых пунктов большое внимание уделяют тепловой изоляции трубопроводов и оборудования, так как от этого в значительной степени зависит энергетическая эффективность их функционирования. На российском рынке представлен обширный ассортимент теплоизоляционных материалов отечественного и зарубежного производства, которые обладают низкой теплопроводностью, необходимой механической прочностью, низкой коррозионной активностью и др.

В результате исследования установлено, что для теплоизоляции трубопроводов и оборудования тепловых пунктов экономически целесообразно использование армированного гипсополистиролбетона, который более чем в 6 раз дешевле импортной базальтовой минеральной ваты.

Применение теплоизоляции на основе армированного гипсополистиролбетона для трубопроводов и оборудования тепловых пунктов позволяет успешно решать задачу импортозамещения в области эксплуатации систем теплоснабжения.

© Свинцов А.П., Гусамов М.Т., Шумилин Е.Е., 2017

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] *Бирюзова Е.А.* Повышение энергоэффективности тепловых сетей за счет применения современных теплоизоляционных материалов // Региональная архитектура и строительство. 2013. № 1. С. 62—66.
- [2] *Валитов Ш.М.* Инновации в энергосбережении // Интеллект. Инновации. 2014. № 4. С. 27—30.
- [3] *Вытчиков Ю.С., Евсеев Л.Д., Чулков А.А.* Повышение эффективности и долговечности тепловой изоляции трубопроводов систем теплоснабжения с применением скорлуп из пенополиуретана // Градостроительство и архитектура. 2013. № 2 (10). С. 90—93.
- [4] *Галкин С., Запасный В.* Предпосылки проектирования оптимальной тепловой изоляции оборудования и трубопроводов // Наука, новые технологии и инновации. 2009. № 4. С. 16—18.
- [5] *Дегтярева Е.О.* Оптимизация толщины тепловой изоляции обогреваемых трубопроводов // Промышленный электрообогрев и электроотопление. 2012. № 1. С. 42—47.
- [6] *Еремеев В.Е.* К вопросу расчета толщины тепловой изоляции по заданной величине снижения (повышения) температуры вещества транспортируемого трубопроводами // <http://elibrary.ru/item.asp?id=23492083> Трубопроводный транспорт: теория и практика. 2011. № 3. С. 52—54.
- [7] *Зайцева А.А., Зайцева Е.И., Коровяков В.Ф.* Повышение энергоэффективности за счет тепловой изоляции трубопроводов // Строительные материалы. 2015. № 6. С. 42—44.
- [8] *Карпов Д.Ф., Павлов М.В., Сеницын А.А., Калягин Ю.А., Мнушкин Н.В.* Определение коэффициента теплопроводности тепловой изоляции на участке трубопровода системы централизованного теплоснабжения // Механизация строительства. 2014. №9 (843). С. 30—34.
- [9] *Короли М.А.* Повышение эффективности тепловой изоляции трубопроводов тепловых сетей на основе теплоизоляционных материалов местного производства // Научные итоги года: достижения, проекты, гипотезы. 2015. № 5. С. 143—148.
- [10] *Кравченко Г.М.* Сравнительный расчет толщины теплоизоляционного слоя // Известия Ростовского государственного строительного университета. 2012. № 16. С. 52—54.
- [11] *Кузнецов Г.В., Озерова И.П., Половников В.Ю., Цыганкова Ю.С.* Оценка фактических потерь тепла при транспортировке теплоносителя с учетом технического состояния и реальных условий эксплуатации тепловых сетей // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2011. Т. 319. № 4. С. 56—60.
- [12] *Кузнецов Ю.С., Калашников В.И.* Тепловая изоляция как основа энергосбережения // Вестник Волжского регионального отделения Российской академии архитектуры и строительных наук. 2011. № 14. С. 88—91.
- [13] *Лебедева Е.А., Кочева М.А., Кольчатов Е.Ю., Гудков С.А.* Энергосберегающие технологии при эксплуатации ТЭЦ и тепловых сетей // Приволжский научный журнал. 2013. № 4 (28). С. 68—72.
- [14] *Муранова М.М., Щёлоков А.И.* Применение современной тепловой изоляции для трубопроводов. Слоистая теплоизоляция // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2012. № 2 (34). С. 165—169.
- [15] Патент 2577348 Российская Федерация, МПК С04В 38/08, С04В 28/04, С04В 28/14, С04В 28/16, С04В 111/20. Армированная гипсополистиролбетонная смесь / А.П. Свинцов,

- Масри Гази Халед Сариб, Л.Г. Калашникова, Н.А. Егорова; № 2014148875/03; заявл. 04.12.2014; опубл. 20.03.2016; Бюл. № 8. 11 с.
- [16] *Петрикеева Н.А., Черемисин А.В., Копытин А.В.* Задача технико-экономической оптимизации при определении толщины теплоизоляционного слоя теплосетей // *Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура*. 2016. № 1 (41). С. 21—28.
- [17] *Сметанина М.О., Жиргалова Т.Б.* Методы энергосбережения при проектировании тепловых сетей // *Энерго- и ресурсосбережение в теплоэнергетике и социальной сфере: материалы Международной научно-технической конференции студентов, аспирантов, ученых*. 2014. Т. 2. № 1. С. 285—292.
- [18] *Толстова Ю.И.* Проектирование тепловой изоляции трубопроводов систем теплоснабжения // *Сантехника, отопление, кондиционирование*. 2014. № 1 (145). С. 56—57.
- [19] *Шойхет Б.М.* Проектирование тепловой изоляции трубопроводов тепловых сетей // *Энергосбережение*. 2015. № 1. С. 50—57.

#### **История статьи:**

Дата поступления в редакцию: 15 декабря 2016

Дата принятия к печати: 21 января 2017

#### **Для цитирования:**

**Свинцов А.П., Гусамов М.Т., Шумилин Е.Е.** Армированная гипсополистиролбетонная смесь как тепловая изоляция трубопроводов тепловых пунктов // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2017. Т. 18. № 1. С. 29—39.

#### **Сведения об авторах:**

*Свинцов Александр Петрович*, доктор технических наук, профессор департамента архитектуры и строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: исследования в области инженерных объектов строительства. *Контактная информация*: e-mail: svintsovap@rambler.ru.

*Гусамов Марат Тахирович*, магистрант департамента архитектуры и строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: исследования в области инженерных объектов строительства. *Контактная информация*: e-mail: gmt94@mail.ru.

*Шумилин Егор Евгеньевич*, магистрант департамента архитектуры и строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: исследования в области инженерных объектов строительства. *Контактная информация*: e-mail: svintsovap@rambler.ru.

## **REINFORCED GYPSUM-POLYSTYRENE CONCRETE MIX AS THE THERMAL INSULATION OF PIPELINES IN THE HEATING STATION**

**A.P. Svintsov, M.T. Gusamov, E.E. Shumilin**

Engineering Academy  
Peoples' Friendship University of Russia  
*Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198*

Results comparison of efficiency of thermal protection of basalt fibers and gypsum polystyrene concrete. The thermal efficiency of the piping of the heating system depends on the thermal insulation. Effective heat protection to create the conditions to reduce losses of heat for heating of buildings.

Thermal efficiency of protection depends on the physical properties of the material and the thickness of the insulation layer. The optimum thickness of thermal insulation is an important element in the rational use of materials and thermal energy.

Thermal protection must ensure the surface of the insulation temperature of not more than 45 °C if the coolant temperature is over 100 °C. Thermal protection must ensure the surface of the insulation temperature of not more than 35 °C if the coolant has a temperature below 100 °C.

Heat insulating material based on gypsum polystyrene concrete created at the RUDN University. Crushed or granulated polystyrene can be used for the production of this material. The material has a density of 300 kg/m<sup>3</sup>. Strength under axial compression is an average of 0.6 MPa. Coefficient of thermal conductivity equal to an average of 0,074 W/(m °C).

Calculation and comparison of the effectiveness and cost of the thermal protection of various materials are presented. This material is more than six times less thermal insulation made of basalt fiber.

The use of plaster polystyrene for thermal insulation of pipelines and equipment of calorific points to successfully solve the problem of decrease in losses of heat at operation of heating systems.

**Key words:** the pipeline, thermal insulation, insulation thickness

## REFERENCES

- [1] Birjuzova E.A. Povyshenie jenergojeffektivnosti teplovyh setej za schet primenenija sovremennyh teploizoljacionnyh materialov [Improvement of heat supply networks energy efficiency using modern insulation materials]. *Regional'naja arhitektura i stroitel'stvo* [Regional architecture and engineering]. 2013, no. 1. Pp. 62–66.
- [2] Valitov Sh.M. Innovacii v jenegosberezhenii [Innovations in energosberezhenii]. *Intellekt. Innovacii* [Intelligence. Innovation]. 2014, no. 4. Pp. 27–30.
- [3] Vytchikov Ju.S., Evseev L.D., Chulkov A.A. Povyshenie jeffektivnosti i dolgovechnosti teplovoj izoljicii truboprovodov sistem teplosnabzhenija s primeneniem skorlup iz ponopoliuretana [Improving the efficiency and durability of thermal insulation of pipelines of heat supply systems with application of shells from penopoliuretana]. *Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban planning and architecture]. 2013, no. 2 (10). Pp. 90–93.
- [4] Galkin S., Zapasnyj V. Predposylki proektirovanija optimal'noj teplovoj izoljicii oborudovanija i truboprovodov [The prerequisites for the design of optimal thermal insulation of equipment and pipelines]. *Nauka, novye tehnologii i innovacii* [Science, new technologies and innovations]. 2009, no. 4. Pp. 16–18.
- [5] Degtjareva E.O. Optimizacija tolshhiny teplovoj izoljicii obogrevaemyh truboprovodov [Optimization of thickness of thermal insulation of a heated piping]. *Promyshlennyj jelektroobogrev i jelektrootoplenie* [Industrial electric heat tracing and heating]. 2012, no. 1. Pp. 42–47.
- [6] Ereemeev V.E. K voprosu rascheta tolshhiny teplovoj izoljicii po zadannoju velichine snizhenija (povyshenija) temperatury veshhestva transportiruemogo truboprovodami [To the question of the calculation of thickness of thermal insulation for a given value of reducing (increasing) the temperature of the material transported by the pipelines]. *Truboprovodnyj transport: teorija i praktika* [Pipeline transport: theory and practice]. 2011, no. 3. Pp. 52–54.
- [7] Zajceva A.A., Zajceva E.I., Korovjakov V.F. Povyshenie jenergojeffektivnosti za schet teplovoj izoljicii truboprovodov [Energy efficiency through thermal insulation of pipelines]. *Stroitel'nye materialy* [Building materials]. 2015, no. 6. Pp. 42–44.
- [8] Karpov D.F., Pavlov M.V., Sinicyn A.A., Kaljagin Ju.A., Mnushkin N.V. Opreделение koeficienta teploprovodnosti teplovoj izoljicii na uchastke truboprovoda sistemy centralizovannogo teplosnabzhenija [Determination of the coefficient of thermal conductivity of thermal insulation on the pipeline of the district heating system]. *Mehanizacija stroitel'stva* [Mechanization of construction]. 2014, no. 9 (843). Pp. 30–34.
- [9] Koroli M.A. Povyshenie jeffektivnosti teplovoj izoljicii truboprovodov teplovyh setej na osnove teploizoljacionnyh materialov mestnogo proizvodstva [Improving the efficiency of thermal

- insulation of pipelines of heat networks on the basis of thermal insulating materials from local production]. *Nauchnye itogi goda: dostizhenija, proekty, gipotezy* [The scientific results of the year: achievements, projects, hypothesis]. 2015, no. 5. Pp. 143—148.
- [10] Kravchenko G.M. Sravnitel'nyj raschet tolshhiny teploizoljacionnogo sloja [Comparative calculation of the thickness of the insulating layer]. *Izvestija Rostovskogo gosudarstvennogo stroitel'nogo universiteta* [Proceedings of Rostov state construction University]. 2012, no. 16. Pp. 52—54.
- [11] Kuznecov G.V., Ozerova I.P., Polovnikov V.Ju., Cygankova Ju.S. Ocenka fakticheskikh poter' tepla pri transportirovke teplonositelja s uchetom tehničeskogo sostojanija i real'nyh uslovij jekspluatacii teplovyh setej [Assessment of the actual heat losses during transportation carrier subject to the technical condition and the real operation conditions of heat networks]. *Izvestija Tomskogo politehničeskogo universiteta. Inzhiniring georesursov* [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Engineering of geo-resources]. 2011, v. 319, no. 4. Pp. 56—60.
- [12] Kuznecov Ju.S., Kalashnikov V.I. Teplovaja izoljacija kak osnova jenergosberezhenija [Thermal insulation as the basis of energy saving]. *Vestnik Volzhskogo regional'nogo otdelenija Rossijskoj akademii arhitektury i stroitel'nyh nauk* [Bulletin of the Volga regional branch of the Russian Academy of architecture and construction Sciences]. 2011, no. 14. Pp. 88—91.
- [13] Lebedeva E.A., Kocheva M.A., Kol'chatov E.Ju., Gudkov S.A. Jenergosberegajushhie tehnologii pri jekspluatacii TJeCi teplovyh setej [Energy saving technologies during operation of the HEE and thermal networks]. *Privolzhskij nauchnyj zhurnal* [The Privolzhsky scientific journal]. 2013, no. 4 (28). Pp. 68—72.
- [14] Muranova M.M., Shhjolokov A.I. Primenenie sovremennoj teplovoj izolcii dlja truboprovodov. Sloistaja teploizoljacija [Application of modern thermal salcii for pipelines. Layered insulation]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. Serija: Tehničeskie nauki* [Vestnik of Samara state technical University. Series: Technical Sciences]. 2012, no. 2 (34). Pp. 165—169.
- [15] Patent 2577348 Rossijskaja Federacija, MPK S04V 38/08, S04V 28/04, S04V 28/14, S04V 28/16, S04V 111/20. Armirovannaja gipsopolistirolobetonnaja smes' [Reinforced gypsum polystyrene concrete mix]. A.P. Svintsov, Masri Gazi Haled Sarib, L.G. Kalashnikova, N.A. Egorova. № 2014148875/03; zajavl. 04.12.2014; opubl. 20.03.2016; Bul. № 8. 11 p.
- [16] Petrikeeva N.A., Cheremisin A.V., Kopytin A.V. Zadacha tehniko-jekonomičeskoj optimizacii pri opredelenii tolshhiny teploizoljacionnogo sloja teplosetej [Objective technical and economic optimization when determining the thickness of the insulating layer of the heating]. *Nauchnyj vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Stroitel'stvo i arhitektura* [Scientific Herald of the Voronezh state University of architecture and construction. Construction and architecture]. 2016, no. 1 (41). Pp. 21—28.
- [17] Smetanina M.O., Zhirgalova T.B. Metody jenergosberezhenija pri proektirovanii teplovyh setej [Energy saving techniques in the design of thermal networks]. *Jenergo- i resursosberezhenie v teplojenergetike i social'noj sfere: materialy Mezhdunarodnoj nauchno-tehničeskoj konferencii studentov, aspirantov, uchenyh* [Energy and resource saving in heat power engineering and the social sector: materials of International scientific-technical conference of students, postgraduates, scientists]. 2014, v. 2, no. 1. Pp. 285—292.
- [18] Tolstova Ju.I. Proektirovanie teplovoj izoljicii truboprovodov sistem teplosnabzhenija [Design of thermal insulation of pipelines of heating systems]. *Santehnika, otoplenie, kondicionirovanie* [Plumbing, heating, air conditioning]. 2014, no. 1 (145). Pp. 56—57.
- [19] Shojhet B.M. Proektirovanie teplovoj izoljicii truboprovodov teplovyh setej [Design of thermal insulation of pipelines of heat networks]. *Jenergosberezhenie* [Energy saving]. 2015, no. 1. Pp. 50—57.

**Article history:**

Received: 15 December 2016

Accepted: 21 January 2017

**For citation:**

**Svintsov A.P., Gusamov M.T., Shumilin E.E. (2017) Reinforced gypsum-polystyrene concrete mix as the thermal insulation of pipelines in the heating station. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 29—39.**

**Bio Note:**

*Alexander P. Svintsov*, Professor, DSc, Professor of the Department of Architecture & Civil Engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: The study of systems of engineering support of construction. *Contact information*: e-mail: svintsovap@rambler.ru.

*Marat T. Gusamov*, graduate student of the Department of Architecture & Civil Engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: The study of systems of engineering support of construction. *Contact information*: e-mail: gmt94@mail.ru.

*Egor E. Shumilin*, graduate student of the Department of Architecture & Civil Engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: The study of systems of engineering support of construction. *Contact information*: e-mail: svintsovap@rambler.ru.

УДК 69.07

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-40-47

## ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ВЫСОКОПРОЧНОЙ АРМАТУРЫ БЕЗ СЦЕПЛЕНИЯ С БЕТОНОМ В МОНОЛИТНЫХ БЕЗБАЛОЧНЫХ ПЕРЕКРЫТИЯХ

В.С. Кузнецов, Г.Е. Полехина, Ю.А. Шапошникова

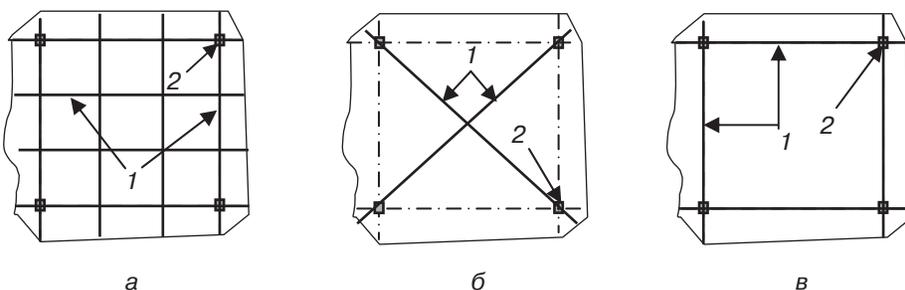
Национальный исследовательский  
Московский государственный строительный университет  
Ярославское шоссе, 26, Москва, Россия, 129337

Расчет прочности безбалочных перекрытий без сцепления арматуры с бетоном может быть уточнен за счет учета работы каната как элемента вантовой системы. В работе рассматриваются границы применимости высокопрочной арматуры при полном использовании ее прочности для достижения наиболее эффективных конструкций.

**Ключевые слова:** прогиб, ванта, моностренд, преднапряжение, высокопрочная арматура, монолитное безбалочное перекрытие

Одним из недостатков, препятствующих широкому распространению безбалочных перекрытий, является развитие чрезмерных прогибов в центре плиты. Так, при пролетах более 7 м нормы рекомендуют для уменьшения прогибов устраивать капители или дополнительно применять высокопрочную преднапряженную арматуру без сцепления с бетоном [1; 2].

Расположение обычной арматуры в перекрытии (фоновая арматура), как правило, принимается ортогональным, с рабочими стержнями параллельно разбивочным осям [3].



**Рис. 1.** Схемы возможного расположения напрягаемой арматуры в ячейке плиты безбалочного перекрытия:

а) равномерное, б) диагональное, в) контурное;

1 — напрягаемая арматура, 2 — колонны

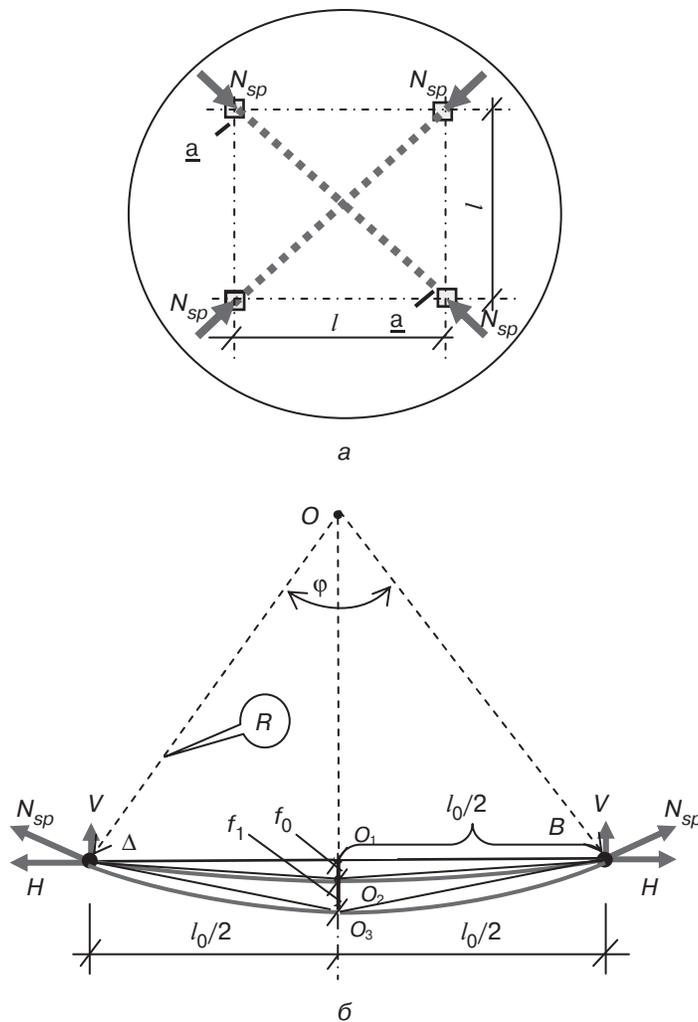
[Slab reinforcement scheme: a) uniform, b) diagonal, c) contour;

1 — prestressed reinforcement, 2 — column]

Напрягаемая арматура в плане может укладываться в соответствии с одной из схем (см. рис. 1). Первоначальное расположение канатов по высоте сечения, как правило, соответствует ожидаемой эпюре моментов и при равномерно распределенной нагрузке может быть представлено частью окружности или параболы. В настоящей работе форма провисания каната представлена дугой описанной окружности, проходящей через вершины равнобедренного треугольника, основание которого равно пролету нити, а высота — заданному прогибу.

До снятия опалубки начальный провис нити (прогиб)  $f_0$  определяется расстоянием между центрами тяжести напрягаемой арматуры на опоре и в пролете (рис. 2) и равен

$$f_0 = h - a - a'. \quad (1)$$



**Рис. 2.** К определению усилий в преднапряженной арматуре плиты перекрытия (схема б):  
 а) расположение напрягаемой арматуры в плане, б) расчетная схема ванты  
 [Determination of efforts prestressed reinforcement (b scheme):  
 a) the location of the prestressing reinforcement, b) design scheme cable]

Радиус описанной окружности определяется параметрами треугольника  $ABO_2$  и равен

$$R_0 = abc/4S, \quad (2)$$

где  $a = b = AO_2 = BO_2$ ;  $c = AB = l_0$  — расчетная длина нити, равна расстоянию между осями колонн.

При диагональном расположении канатов  $c = l_0 = 12\,730$  мм, при контурном  $c = l_0 = 9000$  мм.

$S_0$  — площадь треугольника  $ABO_2$

$$a = b = \sqrt{(l/2)^2 + f_0^2}, \quad (3)$$

$$S_0 = cf_0/2. \quad (4)$$

Центральный угол  $\varphi$  находится из треугольника  $OAB$

$$\sin \varphi = l_0/R_0. \quad (5)$$

Длина дуги  $L_0$ , заключенной в секторе  $AOB$ ,

$$L_0 = \pi R\varphi/180. \quad (6)$$

Начальное усилие  $N_{sp0}$  при коэффициенте преднапряжения  $k$

$$N_{sp0} = k \cdot \sigma_{sp0} \cdot n \cdot A_{sp}. \quad (7)$$

Начальный распор  $H_0$  и отпор  $V_0$

$$L_0 = N_{sp0} \sin \varphi/2. \quad (8)$$

После снятия опалубки начальное продольное усилие в канатах  $N_{sp0}$  возрастает за счет увеличения прогибов под действием собственного веса и временной нагрузки.

При достижении заданного прогиба  $f_1$  общий провис ванты равен

$$f_n = f_0 + f_1. \quad (9)$$

Радиус окружности  $R_1$  находится из треугольника  $ABO_3$  аналогично приведенному выше расчету.

Новая длина дуги  $L_1$ , заключенная в секторе  $AOB$ ,

$$L_1 = \pi R_1\varphi/180. \quad (10)$$

Относительное удлинение каната

$$\varepsilon = (L_1 - L_0)/L_0. \quad (11)$$

Приращение напряжений в канатах составляет

$$\Delta\sigma = E_s \varepsilon. \quad (12)$$

Новое значение напряжение в канатах

$$\sigma_{sp1} = (\sigma_{sp0} + \Delta\sigma)nA_{sp}. \quad (13)$$

Усилие в канатах

$$N_{sp1} = \sigma_{sp1}nA_{sp}. \quad (14)$$

Распор  $H_1$  и отпор  $V_1$

$$H_1 = N_{sp1} \cos \varphi/2, \quad (15)$$

$$V_1 = N_{sp1} \sin \varphi/2. \quad (16)$$

Таким образом, устанавливая определенный уровень (относительного или абсолютного) прогиба, можно вычислить приращение напряжений в канатах, вертикальную составляющую-отпор и оценить его влияние на прогибы.

*Схема «б».* Исследовалось монолитное безбалочное перекрытие  $9 \times 9$  м с диагональной напрягаемой арматурой. Толщина плиты  $h = 200$  мм, защитный слой  $a = a' = 30$  мм. Бетон плиты и колонн класса В30. Обычная арматура класса А500С. Преднапрягаемая арматура — три каната класса К70 «моностренд» в каждом направлении. Площадь одного каната  $A_{sp} = 1,54 \text{ см}^2$ ,  $R_{s,n} = 1860$  МПа,  $E_{sp} = 195000$  МПа. Начальный уровень преднапряжения с учетом упругого обжатия и всех потерь  $\sigma_{sp0} = k \cdot R_{s,n}$ . Коэффициент  $k$  принимался 0,5; 0,6; 0,7. Начальная стрела провиса канатов  $f_0 = h - a - a' = 200 - 30 - 30 = 140$  мм (см. рис. 2). Величины прогибов в центре плиты изменялись в пределах  $1/250 \div 1/150$  от расстояния в свету между внутренними гранями колонн (8700 мм) [4–7].

Вычисленные величины приращение напряжений в канатах  $\Delta\sigma$  и максимальные значения  $\sigma_{sp0}$  при различных уровнях преднапряжения и прогибов, представлены в табл. 1.

Таблица 1

**Напряжения в канатах при различных уровнях преднапряжения и прогибов (схема «б»)**  
**[Stresses in cables at various levels prestressing and deflections (Scheme «б»)]**

Начальный $f_0$ , м	Прогиб			Приращение напряжений $\Delta\sigma$ , МПа	Величины преднапряжения при $\sigma_{sp0} = kR_{sn}$		
	Дополнительный		Общий $f_1 = f_0 + \Delta f$ , м		$k = 0,5$	$k = 0,6$	$k = 0,7$
	Относительный	Абсолютный $\Delta f$ , м			$\sigma_{sp0}$ , МПа	$\sigma_{sp0}$ , МПа	$\sigma_{sp0}$ , МПа
0,14	0	0,14	0,14	0	930	1 116	1 302
	1/250	0,0348	0,1748	162,14	1 155,67	1 341,67	1 527,67
	1/225	0,0387	0,1787	183,23	1 183,79	1 369,79	1 555,79
	1/200	0,0435	0,1835	289,82	1 219,82	1 405,82	1 591,82
	1/175	0,0497	0,1897	337,54	1 267,54	1 453,54	1 639,54
	1/150	0,058	0,1980	1 227,86	1 333,63	1 519,63	1 705,63

Схема «в». Перекрытие  $9 \times 9$  м, армированное по схеме «в». Преднапрягаемая арматура — три каната класса К70 «моностренд», расположенные по контуру. Характеристики бетона и арматуры, геометрические характеристики сечения как в схеме «в». Расчетный пролет нити принят равным расстоянию между осями колонн 12 730 мм.

При определении напряжений в канатах следует учитывать, что при прогибе в центре пролета, например,  $f = l/250 = 8700/250 = 34,8$  мм максимальный прогиб в середине пролета в надколонной полосе равен  $0,76f$ , т.е. 26,4 мм, что составляет  $l/330$  [7]. Таким образом, данное обстоятельство следует учитывать при оценке эффективности преднапряжения в безбалочных перекрытиях при контурном расположении канатов.

Вычисленные величины приращения напряжений в канатах и итоговые значения при различных уровнях преднапряжения и прогибов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Напряжения в канатах при различных уровнях преднапряжения и прогибов (схема «в») [Stresses in cables at various levels prestressing and deflections (Scheme «в»)]

Начальный $f_0$ , м	Прогиб			Общий $f_1 = f_0 + \Delta f$ , м	Приращение напряжений $\Delta\sigma$ , МПа	Напряжения в канате при $\sigma_{sp0} = kR_{sn}, k = 0,7$ МПа
	Дополнительный		Абсолютный			
	Относительный прогиб	На контуре				
0,14	В центре	На контуре				
	0	0	0	0,14	0	1 302
	1/250	1/330	0,0264	0,1664	166,4	1 468,4
	1/225	1/296	0,0294	0,1694	187,3	1 489,3
	1/200	1/263	0,0331	0,1731	213,3	1 515,5
	1/175	1/230	0,0378	0,1778	247,6	1 549,6
1/150	1/197	0,0441	0,1841	294,8	1 596,8	

Фактическое распределение отпора по длине ванта зависит от формы провисания каната и вида нагрузки. Траектория провисания каната определяется его начальным расположением, зафиксированным затвердевшим бетоном и приобретенным прогибом. Для безбалочных перекрытий при толщинах плиты  $h = 0,2 \div 0,25$  м и пролете  $l = 9$  м, отношение  $l/h = 36 \div 45$  и угол выхода ванта не превышает  $2-4^\circ$ . При равномерно распределенной нагрузке и траектории ванта по дуге окружности, отпор в произвольной точке зависит от текущего угла наклона ванта и равен нулю в середине пролета и максимальному на опоре (рис. 2, 3).

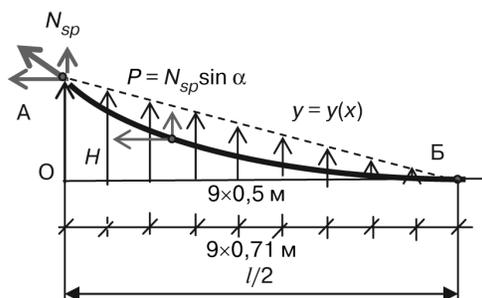


Рис. 3. К расчету отпора ванта [Calculation of resistance to cable]

Полная величина отпора определяется площадью  $S$  фигуры АОБ и равна

$$S = \int_0^{l/2} y(x) dx, \quad (17)$$

где  $y = y(x)$  — уравнение изогнутой оси каната.

При аппроксимации провиса каната дугой окружности отпор равен

$$S = \int_0^{l/2} (R^2 - x^2)^{(1/2)} dx. \quad (18)$$

Здесь  $R$  — радиус описанной окружности, найденный в соответствии с рис. 2.

При указанных выше углах выхода каната, с достаточной точностью, отпор может быть определен площадью треугольника АОБ

$$S = V \frac{l}{4}, \quad (19)$$

где  $V$  — вертикальная составляющая усилия  $N_{sp}$  на опоре, вычисляемая по формулам 15 и 19.

**Выводы.** Применение высокопрочной предварительно напряженной арматуры без сцепления с бетоном уменьшает прогибы плиты перекрытия по сравнению с плитой без преднапряжения [8; 9].

Для удовлетворения требований первой группы предельных состояний по прочности установление уровня преднапряжения канатов должно производиться с учетом возможного достижения в высокопрочной арматуре расчетных напряжений при нормативных прогибах.

© Кузнецов В.С., Полехина Г.Е., Шапошникова Ю.А., 2017

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] СНиП 52.102.2004 «Предварительно напряженные железобетонные конструкции». 2012.
- [2] La norme NBN EN 1992-1-1 (Eurocode 2). 1998.
- [3] Бардышева Ю.А., Кузнецов В.С., Талызова Ю.А. Конструктивные решения безбалочных безкапитальных перекрытий с предварительно напряженной арматурой // Вестник МГСУ. 2014. № 6. С. 44–51.
- [4] Ситников С.Л. Патент на изобретение № 2427686 «Способ изготовления предварительно напряженных железобетонных конструкций и моностренд». М., 2011.
- [5] Freyssiner F. “Naissance et perspectives du betonprecontraint”. Montevideo. 1964.
- [6] Paille G.M. “Calcul des structures en betonarme”. AFNOR, Paris. 2013.
- [7] Справочник проектировщика расчетно-теоретический. Т. 2. М.: Стройиздат, 1973.
- [8] Кузнецов В.С., Шапошникова Ю.А. К определению напряжений в арматуре без сцепления с бетоном в безбалочных перекрытиях // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 50–53.
- [9] Портаев Д.В. Расчет и конструирование монолитных преднапряженных конструкций гражданских зданий. М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2011. С. 24–62.

**История статьи:**

Дата поступления в редакцию: 18 декабря 2016

Дата принятия к печати: 22 января 2017

**Для цитирования:**

Кузнецов В.С., Полехина Г.Е., Шапошникова Ю.А. Эффективность применения высокопрочной арматуры без сцепления с бетоном в монолитных безбалочных перекрытиях // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2017. Т. 18. № 1. С. 40—47.

**Сведения об авторах:**

*Кузнецов Виталий Сергеевич*, кандидат технических наук, доцент кафедры архитектурно-строительного проектирования (АСП), филиал ФГБОУ ВО «НИУ МГСУ» (Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет). *Сфера научных интересов*: монолитные и сборные конструкции с использованием высокопрочной арматуры со сцеплением и без сцепления с бетоном в современном строительстве зданий и сооружений. *Контактная информация*: e-mail: vitaly.ggh2014@yandex.ru.

*Полехина Галина Евгеньевна*, кандидат прикладных наук, доцент кафедры прикладной механики и математики (ПММ), филиал ФГБОУ ВО «НИУ МГСУ» (Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет). *Сфера научных интересов*: физико-механическое моделирование явлений и процессов в строительных конструкциях. *Контактная информация*: e-mail: polekhina\_ge@mail.ru.

*Шапошникова Юлия Александровна*, инженер кафедры железобетонных и каменных конструкций (ЖБК), ФГБОУ ВО «НИУ МГСУ» (Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет). *Сфера научных интересов*: монолитное строительство, преднапряженные конструкции без сцепления и со сцеплением с бетоном, современные строительные конструкции, уникальные здания и сооружения. *Контактная информация*: e-mail: yuliatalyzova@yandex.ru.

## **EFFICIENCY USE HIGHFITTING WITHOUT CLUTCH WITH CONCRETE IN THE MONOLITHIC BEAMLESS FLOORS**

**V.S. Kuznetsov, G.E. Polehina, Yu.A. Shaposhnikova**

Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)  
Jaroslavskoe shosse, 26, Moscow, Russia, 129337

Calculation of the strength of beamless floors without reinforcement with concrete adhesion can be refined by taking into account the work of the rope as part of the cabling system. This paper considers the limits of applicability of high-strength reinforcement making full use of its strength in order to achieve the most efficient designs.

**Key words:** deflection, guy, monostrend, prestressing, high-strength reinforcement, monolithic beamless floors

## REFERENCES

- [1] SNiP 52.102.2004 «Predvaritel'no naprjazhennye zhelezobetonnye konstrukcii». 2012.
- [2] La norme NBN EN 1992-1-1 (Eurocode 2). 1998.
- [3] Bardysheva Ju.A., Kuznecov V.S., Talyzova Ju.A. Constructive solutions for beamless capitalless floors with prestressed reinforcement. *Vestnik MGSU*. 2014. № 6. S. 44–51.
- [4] Citnikov S.L. Patent na izobrenenie № 2427686 «Sposob izgotovlenija predvaritel'no naprjazhennyh zhelezobetonnyh konstrukcij i monostrend». Moskva, 2011.
- [5] Freyssiner F. “Naissance et perspectives du betonprecontraint”. Montevideo. 1964.
- [6] Paille G.M. “Calcul des structures en betonarme”. AFNOR. Paris. 2013.
- [7] Spravochnik proektirovshhika raschetno-teoreticheskij. T. 2. Moskva: Stroji-zdat, 1973.
- [8] Kuznecov V.S., Shaposhnikova Ju.A. K opredelenijunaprjazhenij v armature bezscepnenija s betonom v bezbalochnyhperekrytijah. *Promyshlennoe i grazhdanskoestroitel'stvo*. 2015. № 3. S. 50–53.
- [9] Portaev D.V. Raschet i konstruirovanie monolitnyx prednapryazhennyx konstrukcij grazhdanskix zdaniij. Moskva: Izdatel'stvo Associacii stroitel'nyx vuzov. 2011. S. 24–62.

### Article history:

Received: 18 December 2016

Accepted: 22 January 2017

### For citation:

**Kuznetsov V.S., Polekhina G.E., Shaposhnikova Yu.A. (2017) Efficiency use highfitting without clutch with concrete in the monolithic beamless floors. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 40–47.**

### Bio Note:

*Vitaliy S. Kuznetsov*, candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Architectural and Construction Design (TSA) of the State Educational Establishment of Higher Professional Education in the NIU MGSU in Mytishchi branch (National Research Moscow State University of Civil Engineering). *Research Interests*: monolithic and prefabricated structures with the use of high-strength fittings with clutch and without adhesion to concrete in the modern construction of buildings and structures. *Contact information*: e-mail: vitaly.ggh2014@yandex.ru.

*Galina E. Polekhina*, Candidate of Applied Sciences, Associate Professor of Applied Mechanics and Mathematics (PMM) Department of the State Educational Establishment of Higher School of Economics in the city of Mytishchi branch (National Research Moscow State University of Civil Engineering). *Research Interests*: physical and mechanical modeling of phenomena and processes in building structures. *Contact information*: e-mail: polekhina\_ge@mail.ru.

*Yulia A. Shaposhnikova*, Engineer, Department of Reinforced Concrete and Stone Structures (ZHBK), FGBOU VO “NIU MGSU” (National Research Moscow State University of Civil Engineering). *Research Interests*: Monolithic construction, prestressed constructions without adhesion and with adhesion to concrete, modern building structures, unique buildings and structures. *Contact information*: e-mail: yuliatalyzova@yandex.ru.



УДК 69.04

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-48-57

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ТКАНЕЙ С ПОКРЫТИЕМ ДЛЯ МЯГКИХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

А.А. Кустов

Национальный исследовательский  
Московский государственный строительный университет  
*Ярославское шоссе, 26, Москва, Россия, 129337*

В данной статье описаны лабораторные испытания, выполненные с целью исследования механических свойств технической ткани с покрытием. Эксперименты включали в себя одноосные испытания при растяжении материала в направлении нитей основы и утка. Для измерения перемещений и деформаций на поверхности образца использовался метод корреляции цифровых изображений. Была построена численная модель материала и выполнен расчет, имитирующий проведенные эксперименты. Показана хорошая сходимости между результатами лабораторных и численных испытаний.

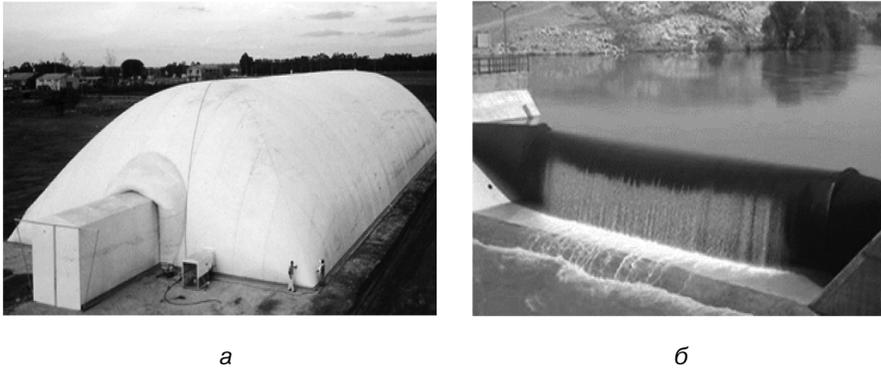
**Ключевые слова:** техническая ткань с покрытием, лабораторные испытания, численное моделирование, корреляция цифровых изображений

В настоящее время вновь обретают популярность мягкие оболочечные конструкции (рис. 1). Уникальность свойств подобных сооружений заключается в их многофункциональности, достаточной простоте производства и относительно небольшой стоимости, а также в малой массе и низкой материалоемкости, быстроте монтажа и демонтажа, многократной оборачиваемости, возможности полной заводской готовности, высокой стойкости к динамическим и сейсмическим нагрузкам, малом объеме в транспортном состоянии и возможности их доставки любым видом транспорта на любые расстояния.

Многочисленные отечественные и зарубежные исследования и разработки, в которых рассматриваются мягкие оболочечные конструкции, вопросы численного моделирования технической ткани с покрытием, создания и улучшения свойств материала и т.п., а также увеличение строительства подобных сооружений по всему миру являются ярким тому свидетельством [1; 3; 5; 6].

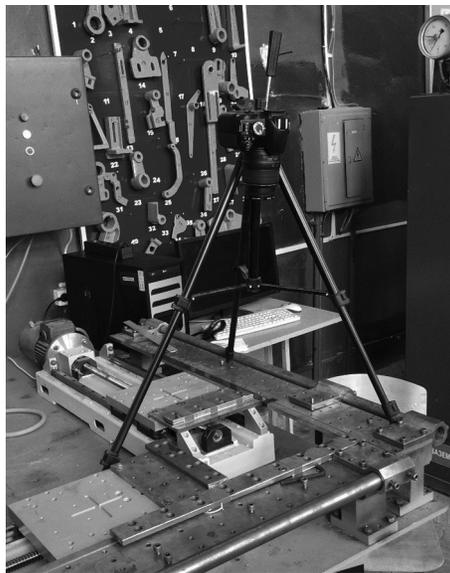
Данный материал используется в самых разных сферах строительной деятельности (опалубка, боновые ограждения, тканевые плотины, резервуары, домкраты, спасательные средства и многое другое), а также и в текстильной архитектуре (воздухоопорные и тентовые конструкции).

Основные компоненты технической ткани с покрытием представлены текстильной основой, чаще всего состоящей из синтетических нитей (полиэфирных, полипропиленовых, полиамидных и др.), и защитным полимерным покрытием из поливинилхлорида (ПВХ), полиуретана (ПУ), политетрафторэтилена (ПТФЭ) и др.



**Рис. 1.** Мягкие оболочечные конструкции:  
а) воздухоопорное сооружение; б) тканевая плотина  
[Tensile structures: a) air dome; b) tissue dam]

Лабораторные испытания были проведены в Костромском государственном университете (КГУ). Экспериментальное оборудование (рис. 2) представляет собой разрывную машину, состоящую из станины, модулей линейного перемещения, металлических планок-зажимов и сервопривода, включающего инкрементный преобразователь угловых перемещений (инкрементный энкодер), электродвигатель с редуктором, блок питания и управления. Испытательная машина подключена к персональному компьютеру и управляется с помощью программы STRAIN.



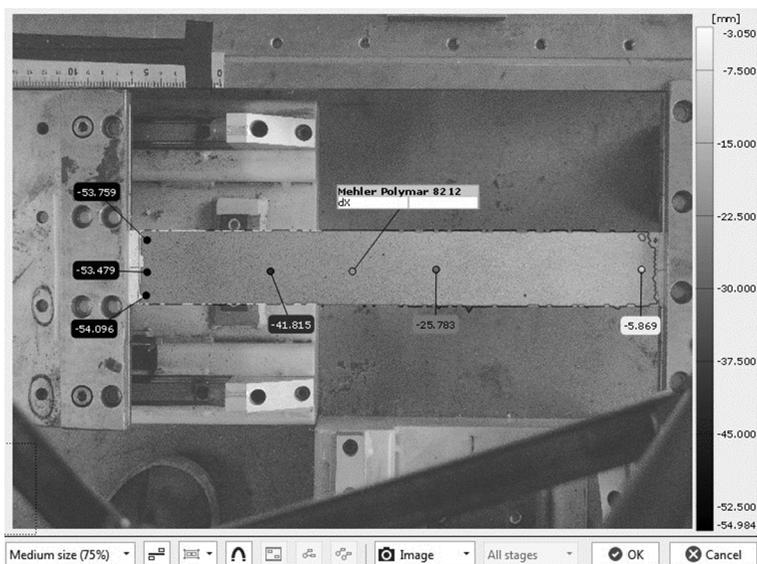
**Рис. 2.** Общий вид испытательного оборудования  
[General view of the test equipment]

Для установления зависимости усилий на электродвигателе и растягивающими усилиями в образце (на зажимах) была произведена тарировка испытательного оборудования в обоих направлениях с помощью динамометра ДПУ-0.5-2. Также была выполнена тарировка линейных перемещений данных модулей.

Для измерения полей перемещений и деформаций на поверхности технической ткани с покрытием был выбран один из самых популярных и эффективных оптических методов на сегодняшний день — метод корреляции цифровых изображений (digital image correlation).

«Корреляция цифровых изображений — это эффективный бесконтактный метод измерения полей перемещений и деформаций на поверхности исследуемого объекта путем сравнения цифровых фотографий, снятых в течение нагружения образца. Идея данного метода заключается в возможности определения поля смещений с высокой точностью путем отслеживания изменений на поверхности» [4].

В экспериментах для съемки цифровых фотографий был использован зеркальный фотоаппарат Nikon D3100 с разрешением 14,8 мегапикселей, который был жестко закреплен на штативе для исключения колебаний объектива камеры в ходе эксперимента. Для обработки фотографий испытаний технической ткани с покрытием с целью построения полей перемещений и деформаций было использовано программное обеспечение GOM Correlate. На рисунке 3 представлен пример измерения полей перемещений на поверхности образца в GOM Correlate.



**Рис. 3.** Измерение полей перемещений на поверхности образца в программе GOMCorrelate [Measurement of displacement fields on the sample surface in the GOM Correlate]

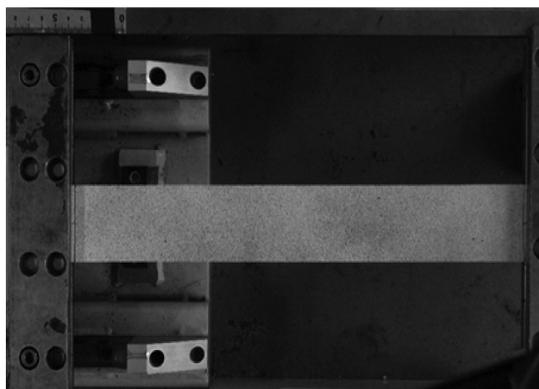
Опытные образцы были отобраны из одной партии материала, произведенного двумя компаниями — немецкой Mehler и французской Serge Ferrari, что уменьшает вероятность разброса механических свойств у материала. Главное отличие заключалось в том, что техническая ткань с покрытием компании Serge Ferrari была изготовлена с технологией Precontraint (сбалансированное и постоянное натяжение нитей основы и утка перед нанесением полимерного покрытия на текстильную основу).

Некоторые характеристики технических тканей с покрытием Mehler Polymar 8212 и Serge Ferrari 402 Precontraint приведены в табл. 1.

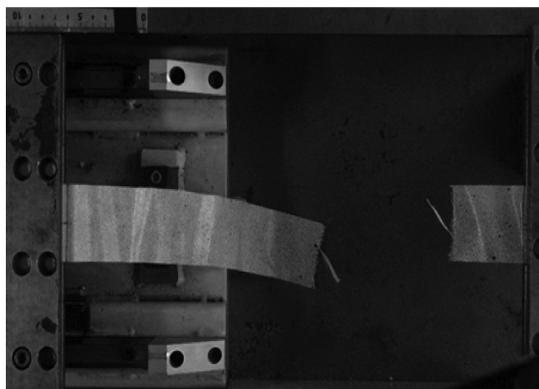
Характеристики технических тканей

Материал	Вес, г/м <sup>2</sup>	Толщина, мм	Тип ткацкого переплетения	Разрывная нагрузка, Н/ 5 см (основа/уток)
Mehler Polymar 8212	650	0,5	Рогожка 2/2	2500/2500
Serge Ferrari 402 Precontraint	490	0,4	Рогожка 2/2	2500/2500

Подготовка образцов и методика проведения испытаний были выполнены в соответствии с ГОСТ 30303-95 «Ткани с резиновым или пластмассовым покрытием. Определение разрывной нагрузки и удлинения при разрыве». В работе [2] рассмотрены современные отечественные и зарубежные методики, а также представлены результаты испытаний технических тканей с покрытием. В связи с особенностями данной разрывной машины общий размер образцов составил 50 × 400 мм, рабочий размер — 50 × 300 мм, что на 100 мм длиннее образцов по ГОСТ 30303-95. Материал был подвергнут растяжению с постоянной скоростью 100 мм/мин. (рис. 4). Испытания проводились до разрушения образцов (рис. 5). На поверхность материала была нанесена (распылена) черная краска для возможности использования оптического метода корреляции цифровых изображений.



**Рис. 4.** Лабораторное испытание материала при одноосном растяжении  
[Laboratory test material under uniaxial tension]



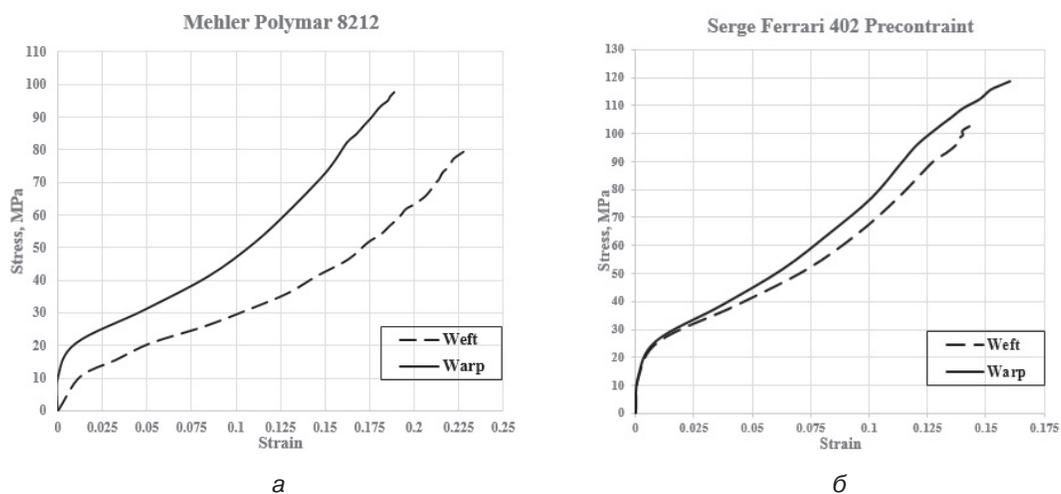
**Рис. 5.** Разрушение технической ткани с покрытием при одноосном растяжении  
[The destruction of the technical coated with the uniaxial tension]

При подготовке образцов из Mehler Polymar 8212 в направлении нитей утка, а потом и при первых испытаниях материала в этом же направлении был установлен важный факт. При нанесении полимерного покрытия на ткань нити утка искривились на небольшой угол относительно нитей основы и стали не перпендикулярны к ним. Обычно предполагается, что угол между нитями основы и утка составляет  $90^\circ$ . В нашем случае у материала Mehler отклонение от прямого угла составило около  $3^\circ$ . В соответствии с обнаруженной особенностью образцы технической ткани с покрытием Mehler в направлении нитей утка вырезались из общего полотна не перпендикулярно нитям основы, как этого требует ГОСТ 30303-95, а под небольшим углом так, чтобы количество нитей утка по торцам образца было одинаково.

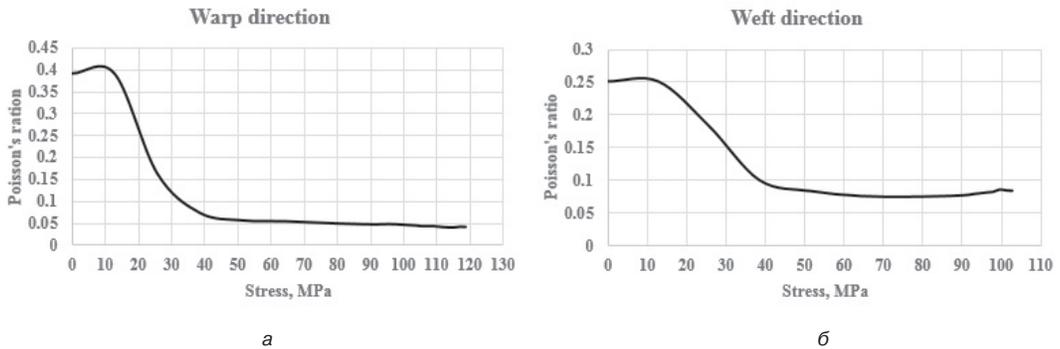
Казалось бы, такая небольшая погрешность в угле между нитями основы и утка должна была дать небольшое отклонение в значениях свойств технической ткани с покрытием. Однако при испытаниях материала Mehler, вырезанного по ГОСТ 30303-95, было обнаружено, что его свойства более характерны для внеосевых испытаний под углом  $5^\circ$  к нитям утка, чем к осевым испытаниям.

Тем не менее следует отметить, что технология Preconstraint всего лишь минимизирует эффект искривления нитей утка относительно нитей основы, но не убирает его полностью. В образцах технической ткани с покрытием Serge Ferrari, вырезанным согласно ГОСТ 30303-95, также наблюдалось искривление нитей утка, впрочем, это не оказало сильного влияния на результат.

По результатам обработки экспериментальных данных были построены кривые зависимостей напряжений от деформаций, в которых наглядно прослеживается физическая нелинейность материала (рис. 6). Также было установлено, что коэффициент Пуассона не является постоянной величиной. На рисунке 7 показана нелинейная зависимость коэффициента Пуассона от напряжений в материале.



**Рис. 6.** Кривые зависимостей напряжений от деформаций при одноосном растяжении материала:  
 а) Mehler Polymar 8212; б) Serge Ferrari 402 Preconstraint  
 [The curves of the stress-strain under uniaxial tensile material:  
 а) Mehler Polymar 8212; б) Serge Ferrari 402 Preconstraint]



**Рис. 7.** Зависимость коэффициентов Пуассона от напряжений в материале Serge Ferrari 402 Precontraint в направлении: а) нитей основы; б) нитей утка [Dependence of the Poisson's ratios of the stresses in the material Serge Ferrari 402 Precontraint in the direction: a) warp; b) weft]

Нелинейный характер коэффициента Пуассона можно объяснить особенностью структуры, которая характерна для технической ткани с покрытием, и ортотропностью материала. В целом, техническая ткань с покрытием является композитным материалом.

По результатам экспериментов можно говорить об удовлетворительной схожести между разрывными характеристиками материала, полученными при лабораторных испытаниях, и нормативными значениями, приведенными в технических каталогах на техническую ткань с покрытием (табл. 2). Разницу приблизительно в 20% между предельными разрывными характеристиками материала в направлении нитей утка у обоих типов технической ткани с покрытием можно попытаться объяснить неизбежными погрешностями в проведении лабораторных испытаний; возможным завышением прочности на растяжение технической ткани с покрытием в направлении нитей утка производителями материала.

Таблица 2

	Предельная прочность на растяжение, Н / 5 см	Mehler Polymar 8212	Serge Ferrari 402 Precontraint
Основа	Нормативное значение	2 500	2 500
	Фактическое значение	2 373,55	2 283,74
Разница, %		<b>4,03</b>	<b>8,65</b>
Уток	Нормативное значение	2 500	2 500
	Фактическое значение	2 001,48	2 014,31
Разница, %		19,94	19,43

Для численного моделирования проведенных лабораторных испытаний в MSC Patran были созданы плоские конечно-элементные модели технической ткани с покрытием Mehler и Serge Ferrari (КЭ-модель). КЭ-модель была создана с размером конечных элементов 5 мм, с общим количеством узлов — 671, элементов — 600. В модели использовались следующие единицы измерения: линейные размеры — мм, вынужденные перемещения — мм, напряжения и модули деформации — Н/мм<sup>2</sup> (МПа).

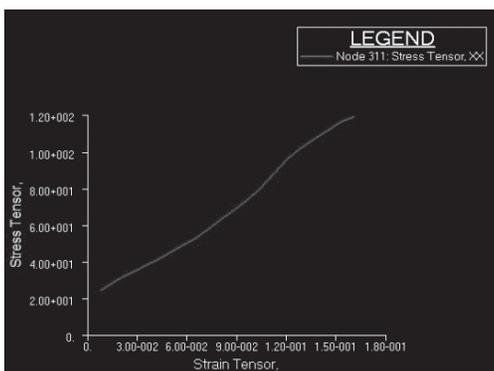
Для создания моделей использовались плоские конечные элементы (2D) типа Shell с топологией в форме квадратов (quad) со следующими опциями: thin, homogeneous, standard formulation [7]. Материал задавался изотропным и физически нелинейным. Нагрузка задавалась вынужденным перемещением, моделирующим лабораторные испытания при одноосном растяжении. В качестве решателя был выбран Nast ran с типом решателя nonlinear static (sol 106). Расчет выполнялся с учетом физической и геометрической нелинейности. На рисунках 8—10 представлены некоторые результаты численного моделирования.



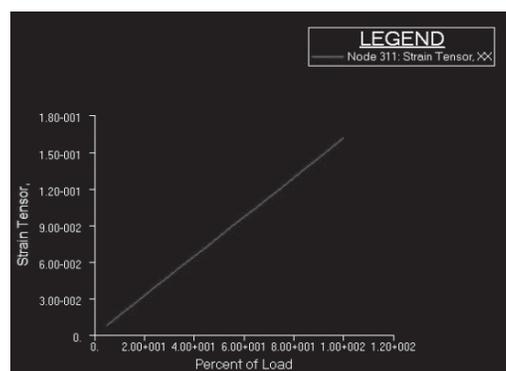
**Рис. 8.** Напряжения в материале Mehler Polymer 8212 в направлении основы, МПа [Stresses in Mehler Polymer 8212 material in the warp direction, MPa]



**Рис. 9.** Деформации материала Serge Ferrari 402 Preconstraint в направлении утка [Warp material Serge Ferrari Preconstraint 402 in the weft direction]



а



б

**Рис. 10.** Техническая ткань с покрытием SergeFerrari 402 Preconstraint:  
 а) график зависимости напряжений (МПа) от деформаций;  
 б) график зависимости деформаций от процента приложенной нагрузки  
 [Technical coated fabric Serge Ferrari 402 Preconstraint: a) plot of stress (MPa) of the deformation;  
 b) a plot of the strain on the percentage of the applied load]

В таблице 3 приведены результаты сравнения напряжений и деформаций в технической ткани с покрытием между лабораторными и численными испытаниями.

Таблица 3

	Материал	Направление	Напряжения, МПа	Деформации
Лабораторные испытания	Mehler Polymar 8212	Основа	97,508	0,189
		Уток	80,829	0,23
Численное моделирование	Mehler Polymar 8212	Основа	97,796	0,189
		Уток	80,928	0,231
Разница (основа / уток), %			0,3 / 0,12	0 / 0,4
Лабораторные испытания	Serge Ferrari 402 Precontraint	Основа	118,678	0,16
		Уток	102,64	0,143
Численное моделирование	Serge Ferrari 402 Precontraint	Основа	118,92	0,161
		Уток	103,26	0,143
Разница (основа / уток), %			0,2 / 0,6	0,63 / 0

В заключение можно сделать следующие выводы.

Оптический метод корреляции цифровых изображений может успешно применяться в испытаниях при одноосном растяжении технической ткани с покрытием для измерения полей перемещений и деформаций на поверхности образца.

При проведении лабораторных испытаний технических тканей с покрытием, у которых отсутствует технология Precontraint, необходимо более внимательно подходить к подготовке образцов.

Если при визуальном осмотре технической ткани с покрытием заметна неперпендикулярность нитей основы и утка или при проведении экспериментов при одноосном растяжении поведение материала несколько отличается от поведения при осевых испытаниях, то образцы в направлении нитей утка следует подготавливать определенным образом, отличающимся от приведенной методики в нормативных документах.

Показана возможность создания и расчета численной модели материала с физической и геометрической нелинейностью в программном комплексе MSC Patran с отличием в результатах между лабораторными и численными испытаниями менее чем на 1%.

В целом, как выявлено в лабораторных испытаниях, техническая ткань с покрытием является ортотропным и физически нелинейным материалом, что подтверждается множеством других исследований.

© Кустов А.А., 2017

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] *Кривошапко С.Н.* Пневматические конструкции и сооружения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. № 3. С. 45–53.
- [2] *Кустов А.А., Ибрагимов А.М.* Методики и результаты натурных испытаний технических тканей с покрытием. Ч. 1. Обзор проведенных исследований // Строительные материалы. 2016. № 11. С. 41–45.
- [3] *Скопенко В.А.* Тентовая архитектура вчера, сегодня, завтра // Академический вестник Уралниипроект РААСН. 2010. С. 30–36.

- [4] Третьякова Т. В., Вильдеман В.Э. Исследование развития трещин при сложных режимах нагружения методом корреляции цифровых изображений // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2012. № 6. С. 54—58.
- [5] Ambroziak A. Mechanical properties of PVDF-coated fabric under tensile tests // J. Polym. Eng. 2015. Т. 35. № 4. С. 210—224.
- [6] Cherif C. Textile materials for lightweight constructions: technologies — methods — materials — properties // Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2016. 686 с.
- [7] MSC Patran 2013 User's Guide — MSC. Software Corporation, 2013.

**История статьи:**

Дата поступления в редакцию: 18 декабря 2016

Дата принятия к печати: 22 января 2017

**Для цитирования:**

Кустов А.А. Моделирование технических тканей с покрытием для мягких оболочечных конструкций // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2017. Т. 18. № 1. С. 48—57.

**Сведения об авторе:**

Кустов Алексей Андреевич, аспирант, ассистент кафедры металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет. Сфера научных интересов: лабораторные испытания и численное моделирование технических тканей с покрытием. Контактная информация: e-mail: AlexeyKustov@outlook.com.

## MODELING OF TECHNICAL COATED FABRICS FOR TENSILE STRUCTURES

A.A. Kustov

Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)  
Jaroslavskoe shosse, 26, Moscow, Russia, 129337

In this article, the laboratory tests executed with a research objective of mechanical properties of technical coated fabric are described. Experiments included uniaxial tensile tests in the warp and weft directions. For measurement of displacements and deformations on a surface of a sample the method of digital images correlation has been used. The numerical simulation of material has been constructed and calculated to simulate the experiments. Good convergence between results of laboratory and numerical researches is shown

**Key words:** technical located fabrics, laboratory tests, numerical simulation, digital image correlation

### REFERENCES

- [1] Krivoshapko S.N. Pneumatic structures and buildings. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2015. № 3. P. 45—53.

- [2] Kustov A.A., Ibragimov A.M. Procedures and Results of Full-Scale Tests of Technical Fabrics with Coating. Part 1. Review of Conducted Studies. *Stroitel'nye materialy*. 2016. № 11. С. 41–45.
- [3] Skopenko V.A. Tentovaya arkhitektura vchera, segodnya, zavtra. *Akademicheskii vestnik Uralniiproekt RAASN*. 2010. S. 30–36.
- [4] Tret'yakova T.V., Vil'deman V.E. Issledovanie razvitiya treshchin pri slozhnykh rezhimakh nagruzheniya metodom korrelyatsii tsifrovyykh izobrazheniy. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov*. 2012. № 6. S. 54–58.
- [5] Ambroziak A. Mechanical properties of PVDF-coated fabric under tensile tests. *J. Polym. Eng.* 2015. T. 35. № 4. S. 210–224.
- [6] Cherif C. *Textile materials for lightweight constructions: technologies — methods — materials — properties*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2016. 686 c.
- [7] *MSC Patran 2013 User's Guide — MSC. Software Corporation*, 2013.

**Article history:**

Received: 18 December 2016

Accepted: 22 January 2017

**For citation:**

**Kustov A.A. (2017) Modeling of technical coated fabrics for tensile structures. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 48–57.**

**Bio Note:**

*Alexey A. Kustov*, postgraduate student, assistant of department steel and wood construction, National Research Moscow State University of Civil Engineering. *Research Interests*: laboratory tests and numerical simulation of technical coated fabrics. *Contact information*: e-mail: AlexeyKustov@outlook.com.

УДК 669.018-419.8(035)

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-58-69

## THE NONLINEAR BENDING OF SIMPLY SUPPORTED ELASTIC PLATE

Gil-oulbé Mathieu, Dau Tyekolo, Soresa Belay

Peoples' Friendship University of Russia  
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198

In this article, assumptions in Classical Plate Theory (CPT) are explained; followed by concepts involved in Finite Element discretization for elastic Plate bending in CPT. Computer implementation aspects and Numerical Results of CPT elements are also included for analyzing nonlinear bending of simply supported elastic plates.

**Key words:** Classical Plate Theory (CPT), Elastic Plate bending in CPT, Kirchhoff model, Conforming and Non-Conforming Elements, nondimensionalized deflections and stresses, isotropic plate structures

### Introduction

A plate is a three-dimensional structural element, which is characterized by two key properties. Firstly, its geometrically three-dimensional solid whose thickness is very small (thin when compared with other dimensions of the faces (length, width, diameter, etc.)). Secondly, the static or dynamic loads carried by plates are predominantly perpendicular to the plate faces.

By “thin,” it is meant that the plate’s transverse dimension, or thickness  $h$ , is small compared to the length and width dimensions. A mathematical expression of “thin” in the aforementioned paragraph is:  $t/h < 1$  thickness, and  $L$  represents a representative length or width.

Prominently a plate has two special geometric features; viz,

*Thinness:* One of the plate dimensions, called its thickness, is much smaller than the other two.

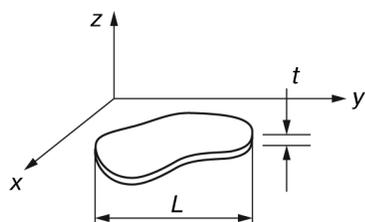


Figure 1. Plate and associated  $(x, y, z)$  coordinate system

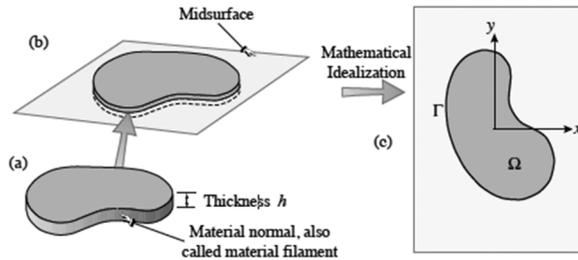
*Flatness:* The mid surface of the plate, which is the locus of the points located halfway between the two plate surfaces, is a plane.

In this article attention is focused on the Kirchhoff model for bending of thin (but not too thin) plates. The term “thin” is to be interpreted in the engineering sense and not in the mathematical sense. For example,  $h/L_c$  is typically 1/5 to 1/100 for most plate structures.

Consider first a flat surface, called the plate reference surface or simply its mid surface or mid

plane (see Figure 2, *b*). We place the axes  $x$  and  $y$  on that surface to locate its points. The third axis,  $z$  is taken normal to the reference surface forming a right-handed Cartesian system. Axis  $x$  and  $y$  are placed in the mid plane, forming a right-handed Rectangular Cartesian Coordinate (RCC) system.

If the plate is shown with a horizontal mid surface, as in Figure 2 below, we shall orient  $z$  upwards.



**Figure 2.** Idealization of plate as two-dimensional mathematical problem

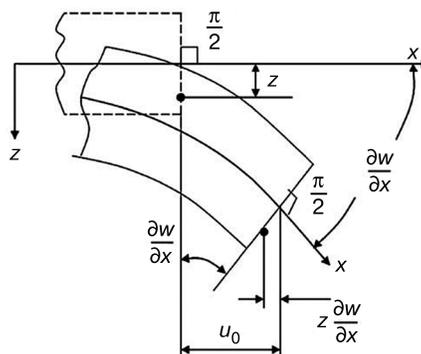
Next, imagine material normals, also called material filaments, directed along the normal to the reference surface (that is, in the  $z$  direction) and extending  $h/2$  above and  $h/2$  below it. The magnitude  $h$  is the plate thickness. We will generally allow the thickness to be a function of  $x, y$ , that is  $h = h(x, y)$ , although most plates used in practice are of uniform thickness because of fabrication considerations.

The end points of these filaments describe two bounding surfaces, called the plate surfaces. The one in the  $+z$  direction is by convention called the top surface whereas the one in the  $-z$  direction is the bottom surface.

### Assumptions in Classical Theory of Plates

The classical plate theory (CPT) is based on the Kirchhoff hypothesis. Three assumptions involved in this hypothesis are:

1. A cross-section perpendicular to the middle surface prior to deformation remains plane and perpendicular to the deformed middle surface (Fig. 3).
2. The transverse normals do not experience elongation (i.e. they are inextensible).
3. The transverse normals rotate such that they remain perpendicular to the mid-surface after deformation.



**Figure 3.** Deformation of the cross section in the  $xz$  plane according to the Kirchhoff assumptions

### Finite Elements for elastic Plate bending in CPT

Historically the first model of thin plate bending was developed by Lagrange, Poisson and Kirchhoff. It is known as the Kirchhoff plate model. In the finite element literature Kirchhoff plate elements are often called  $C^1$  plate elements because that is the continuity order nominally required for the transverse displacement shape functions.

The application of the finite element method (FEM) to the analysis of Kirchhoff plate bending demands the continuity in the first derivative of the expansion of the deflection  $w$ . The reader is referred to Zienkiewicz’s excellent book for details.

**Conforming vs Non-Conforming Elements.** Displacement should be compatible between adjacent elements. There should not be any discontinuity or overlapping while deformed. The adjacent elements must deform without causing openings, overlaps or discontinuity between the elements.

On each element displacements and test functions are interpolated using shape functions and the corresponding nodal values.

$$u_3(x_1, x_2) = \sum_{k=1}^{N_p} N^k(x_1, x_2)u_3^k, \quad v_3(x_1, x_2) = \sum_{k=1}^{N_p} N^k(x_1, x_2)v_3^k.$$

Where,  $N^k$  is a shape functions and  $u_3^k, v_3^k$  the Nodal values.

To obtain the FE equations the preceding interpolation equations are introduced into the weak form.

Similar to Euler-Bernoulli Beam the internal virtual work depends on the second order derivatives of the deflection,  $u_3$  and virtual deflection,  $v$ .

The problem domain is partitioned into a collection of pre-selected finite elements (either triangular or rectangular).

**Conforming Elements.** Elements that satisfy all the three convergence requirements and compatibility condition are called **Compatible** or **Conforming** elements.

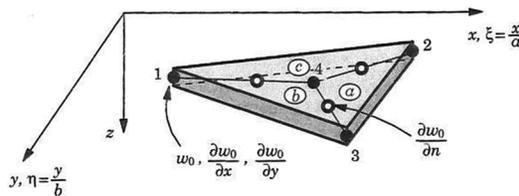


Figure 4. Conforming triangular element

**Triangular element:** A conforming triangular element due to Clough and Tocher is an assemblage of three triangles as shown in fig. 4. In each sub-triangle, the transverse deflection is represented by the polynomial ( $i = 1, 2, 3$ ):

$$w_0^i(x, y) = a_i + b_i \xi + c_i \eta + d_i \xi \eta + e_i \xi^2 + f_i \eta^2 + g_i \xi^2 + h_i \xi^2 \eta + k_i \xi \eta^2 + l_i \eta.$$

Where,  $(\xi, \eta)$  are the local coordinates, as shown in fig. 4 above.

**Rectangular element:** Conforming rectangular element with  $w_0, \partial w_0 / \partial x, \partial w_0 / \partial y$  and  $\partial^2 w_0 / \partial x \partial y$  as the nodal variables (see fig. 5) was developed by Bogner. This element has fewer degrees of freedom, which are less accurate in theory, but in practice the analytical

solution of the problems frequently are not sufficiently high to achieve the accuracy of the triangular elements. This is good choice of element for thin plate analysis.

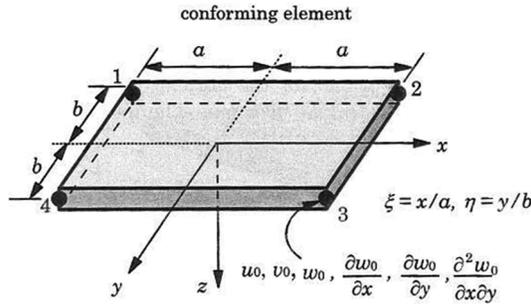


Figure 5. Conforming rectangular element

**Non-Conforming Elements.** Elements that violate continuity conditions are known as **Non-conforming** elements.

The Adini-Clough element is a nonconforming element. Despite this deficiency the element is known to give good results.

*Triangular element:* The first successful nonconforming triangular plate-bending element was the original BCIZ, (Nonconforming element of Bazeley, Cheung, Irons and Zienkeiwicz), and it consists of three degrees of freedom (DOF) ( $w_0, \theta_x, \theta_y$ ) at the vertex nodes (see fig. 6). The element performs very well in bending as well as vibration problems (with a consistent mass matrix).

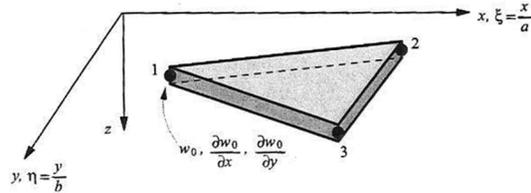


Figure 6. Non-conforming triangular element with 3 DOF ( $w_0, \partial w_0/\partial x, \partial w_0/\partial y$ ) per node

*Rectangular element:* Non-conforming rectangular element has  $w_0, \theta_x$  and  $\theta_y$  as the nodal variables (see fig. 7).

Non-conformity: The element is  $C^0$  continuous, since the functions are cubic along an edge and we have four degrees of freedom to specify the function. The normal derivatives are not continuous across inter element boundaries in general.

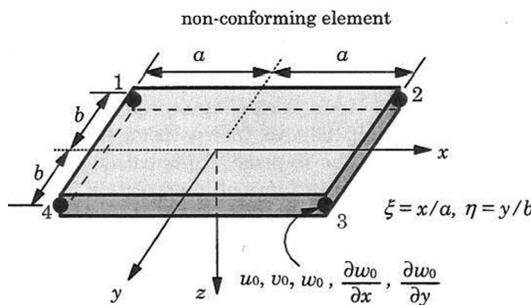


Figure 7. Non-conforming rectangular element

**Computer implementation aspects and Numerical Results of CPT elements**

The conforming and non-conforming rectangular finite elements discussed in this article are implemented into a computer program using bilinear interpolation of  $(u_0, v_0)$  and Hermite cubic interpolation of  $w_0$ .

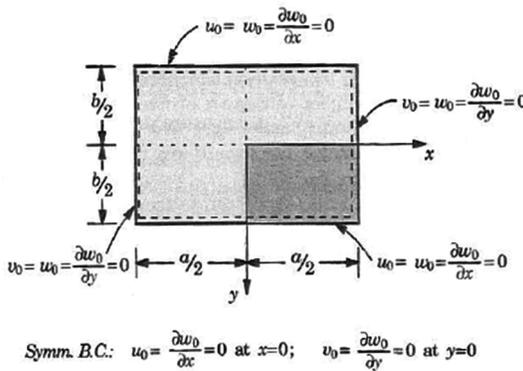
**Results of Linear Analysis.** We consider the bending of rectangular plates with various edge conditions to evaluate the elements developed herein. The foundation modulus  $k$  is set to zero in all examples. The linear stiffness coefficients are evaluated using  $4 \times 4$  Gauss rule.

**Example 1:** Consider a simply supported (SS-1) rectangular plate under uniformly distributed load. The geometric boundary conditions of the computational domain (see the shaded quadrant in fig. 8) are:

$$u_0 = \partial w_0 / \partial x = 0 \text{ at } x = 0; v_0 = \partial w_0 / \partial y = 0 \text{ at } y = 0; v_0 = w_0 = \partial w_0 / \partial y = 0 \text{ at } x = a/2;$$

$$u_0 = w_0 = \partial w_0 / \partial x = 0 \text{ at } y = b/2; \partial^2 w_0 / \partial x \partial y = 0 \text{ at } x = y = 0$$

(For conforming element only).



**Figure 8.** Boundary conditions for rectangular plates with biaxial symmetry

Table 1 shows a comparison of non-dimensionalized finite element solutions with the analytical solutions (see Reddy [3]) of isotropic and orthotropic square plates under uniformly distributed transverse load  $q_0$ . The stresses were evaluated at the center of the element. Hence, the locations of the maximum normal stresses are  $(a/8, b/8)$ ,  $(a/16, b/16)$ , and  $(a/32, b/32)$  for uniform meshes  $2 \times 2$ ,  $4 \times 4$ , and  $8 \times 8$ , respectively, while those of  $\sigma_{xy}$  are  $(3a/8, 3b/8)$ ,  $(7a/16, 7b/16)$ , and  $(15a/32, 15b/32)$  for the three meshes. The analytical solutions were evaluated using  $m, n = 1, 3, \dots, 19$ . The exact maximum deflection occurs at  $x = y = 0$ , maximum stresses  $\sigma_{xx}$  and  $\sigma_{yy}$  occur at  $(0, 0, h/2)$ , and the maximum shear stress  $\sigma_{xy}$  occurs at  $(a/2, b/2, -h/2)$ .

Table 1

**Maximum transverse deflections and stresses\* of simply supported plates under a uniformly distributed load  $q_0$  (linear analysis)**

Variable	Non-conforming			Conforming			Analytical solution
	$2 \times 2$	$4 \times 4$	$8 \times 8$	$2 \times 2$	$4 \times 4$	$8 \times 8$	
Isotropic plate ( $\nu = 0,25$ )							
$w \times 10^2$	4.8571	4.6425	4.5883	4.7619	4.5952	4.5739	4.5698

End of Table 1

Variable	Non-conforming			Conforming			
	2 × 2	4 × 4	8 × 8	2 × 2	4 × 4	8 × 8	Analytical solution
$\sigma_{xx}$	0.2405	0.2673	0.2740	0.2239	0.2637	0.2731	0.2762
$\sigma_{xy}$	0.1713	0.1964	0.2050	0.1688	0.1935	0.2040	0.2085
Orthotropic plate ( $E_1/E_2 = 25, G_{12} = G_{13} = 0,5E_2, \nu = 0,25$ )							
$\bar{\omega} \times 10^2$	0.7082	0.6635	0.6531	0.7710	0.6651	0.6522	0.6497
$\sigma_{xx}$	0.7148	0.7709	0.7828	0.5560	0.7388	0.7743	0.7866
$\sigma_{yy}$	0.0296	0.0253	0.0246	0.0278	0.0249	0.0245	0.0244
$\sigma_{xy}$	0.0337	0.0421	0.0444	0.0375	0.0416	0.0448	0.0463

$$* \bar{\omega} = \frac{\omega_0 E_2 h^3}{q_0 a^4}, \bar{\sigma} = \frac{\sigma h^2}{q_0 a^2}.$$

**Example 2:** Here we consider a clamped square plate under uniformly distributed load. The boundary conditions are taken to be:

$$u_0 = \partial w_0 / \partial x = 0 \text{ at } x = 0; v_0 = \partial w_0 / \partial y = 0 \text{ at } y = 0;$$

$$\text{at } x = a/2; u_0 = v_0 = w_0 = \partial w_0 / \partial x = \partial w_0 / \partial y = 0$$

$$\text{at } y = b/2; u_0 = v_0 = w_0 = \partial w_0 / \partial x = \partial w_0 / \partial y = 0$$

$$\partial^2 w_0 / \partial x \partial y = 0 \text{ on clamped edges (For conforming element only)}$$

Table 2

**Maximum transverse deflections and stresses\* of clamped (CCCC), isotropic and orthotropic, square plates ( $a = b$ ) under a uniformly distributed load  $q_0$  (linear analysis)**

Variable	Non-conforming			Conforming		
	2 × 2	4 × 4	8 × 8	2 × 2	4 × 4	8 × 8
Isotropic plate ( $\nu = 0,25$ )						
$\bar{\omega} \times 10^2$	1.5731	1.4653	1.4342	1.4778	1.4370	1.4249
$\sigma_{xx}$	0.0987	0.1238	0.1301	0.0861	0.1197	1.1288
$\sigma_{xy}$	0.0487	0.0222	0.0067	0.0489	0.0224	0.0068
Orthotropic plate ( $E_1/E_2 = 25, G_{12} = G_{13} = 0,5E_2, \nu = 0,25$ )						
$\bar{\omega} \times 10^2$	0.1434	0.1332	0.1314	0.1402	0.1330	0.1311
$\sigma_{xx}$	0.1962	0.2491	0.2598	0.1559	0.2358	0.2576
$\sigma_{yy}$	0.0085	0.0046	0.0042	0.0066	0.0047	0.0043
$\sigma_{xy}$	0.0076	0.0046	0.0019	0.0083	0.0048	0.0020

$$* \bar{\omega} = \frac{\omega_0 E_2 h^3}{q_0 a^4}, \bar{\sigma} = \frac{\sigma h^2}{q_0 a^2}.$$

Table 2 contains the nondimensionalized deflections and stresses. The locations of the normal stresses reported for the three meshes are:

$$2 \times 2: (a/8, b/8); 4 \times 4: (a/16, b/16); 8 \times 8: (a/32, b/32)$$

and shear stresses reported for the three meshes are:

$$2 \times 2: (3a/8, 3b/8); 4 \times 4: (7a/16, 7b/16); 8 \times 8: (15a/32, 15b/32).$$

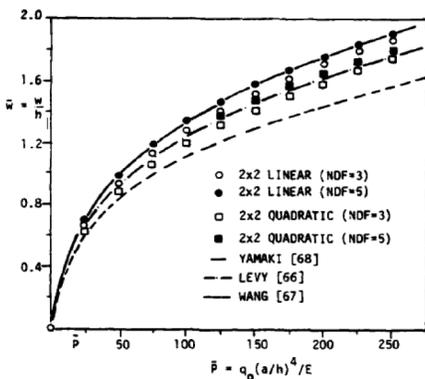
These stresses are not necessarily the maximum ones in the plate. For example for an  $8 \times 8$  mesh, the maximum normal stress in the isotropic plate is found to be 0.2300 at  $(0.46875a, 0.03125b, -h/2)$  and the maximum shear stress  $u$  is 0.0226 at  $(0.28125a, 0.09375b, -h/2)$  for the non-conforming element. The conforming element yields slightly better solutions than the non-conforming element for deflections but not for the stresses, and both elements show good convergence.

**Results of Nonlinear Analysis.** Here we investigate geometrically nonlinear response of plates using the conforming and non-conforming plate finite elements. The nonlinear terms are evaluated using reduced integration. Full integration (F) means  $4 \times 4$  Gauss rule and reduced integration (R) means  $1 \times 1$  Gauss rule.

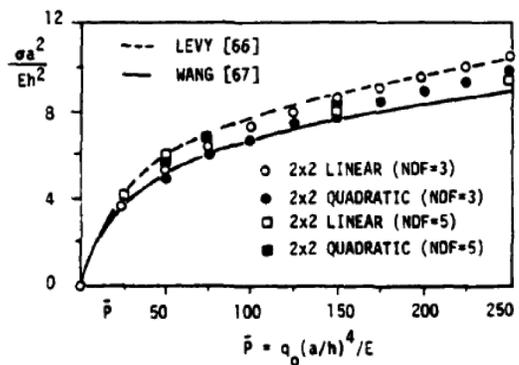
**Example 3:** Having established the credibility of the finite element for the linear analysis of CPT plates, we now employ the element in the nonlinear analyses. First, results are presented for single-layer isotropic square plates under uniform loading. The essential geometric boundary conditions used are (BC3 and BC5 in Table 1), simply supported (SS-3):

SS-3: $u = v = w = 0$ on all edges.		
<b>Clamped (CC-1):</b>	$u = v = w = 0$ on all edges,	Figures 9 and 10 show the nondimensionalized center deflection, $\bar{w} = w/h$ , and non-dimensionalized center stress, $\bar{\sigma} = \sigma a^2/Eh^2$ , as a function of the load parameter, $\bar{P} = q_0 a^4/Eh^4$ for.
	$\psi_y = 0$ along edges parallel to x-axis,	
	$\psi_x = 0$ along edges parallel to y-axis.	

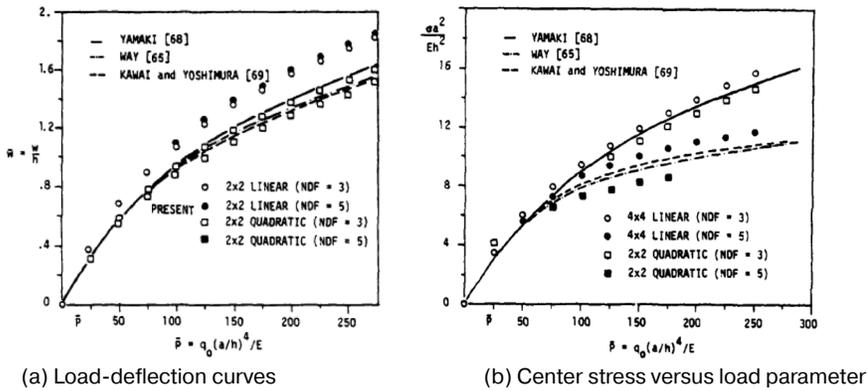
simply supported (SS-3) square plate, under uniformly distributed load. Figure 11 shows similar results for clamped (CC-1) square plate under uniformly distributed load. The results are compared with the Ritz solution of Way [5], double Fourier-series solution of Levy [6], the finite-difference solution of Wang [7], the Galerkin solution of Yamaki [8], and the displacement finite-element solution of Kawai and Yoshimura [9]. Finite-element solutions were computed for the five degrees of freedom (NDF = 5), and for three degrees of freedom (NDF = 3); in the latter case, the in-plane displacements were suppressed. Since suppressing the in-plane displacements stiffens the plate, the deflections are smaller and stresses are larger than those obtained by including the in-plane displacements. Solutions of the other investigators were read from the graphs presented in their papers. The present solutions are in good agreement with the results of other investigators.



**Figure 9.** Load-deflection curves by various investigators for simply supported (SS-3) square plate under uniformly distributed load



**Figure 10.** Nondimensionalized center stress versus the load parameter for simply supported (SS-3) square plate under uniformly distributed load



**Figure 11.** Nondimensionalized center deflection and stress versus the load parameter for clamped (CC-1) square plate under uniformly distributed load

Table 2 shows nondimensionalized center deflection  $\bar{w} = w/h$ , center stress  $\partial_x^A = \sigma_x^0 a^2/Eh^2$ , and edge stress  $\partial_x^B = \sigma_x(a/2, 0)a^2/Eh^2$ , of a clamped (CC-2) square plate under uniformly distributed load,  $q_0$ . The boundary conditions are of type BC6, CC-2:  $u = v = w = \psi_x = \psi_y = 0$  along all edges.

The present solution is obtained using a 2 by 2 uniform mesh (in quarter plate) of nine-node isoparametric elements (2Q9) with (R) and without (F) reduced integration. The present solution for center deflection and stresses agree very closely with the finite element solution of Pica et al. [10], and the analytical solution of Levy [11]. The edge stress, for some reason, does not agree with the other two results.

Table 1

**Types of boundary conditions used in the present study**

Notation (Type)	Description of essential boundary conditions	
	Side 1	Side 2
<b>BC1 (SS-1)</b>	$v = w = \psi_y = 0$	$u = w = \psi_x = 0$
<b>BC2 (SS-2)</b>	$u = w = \psi_y = 0$	$v = w = \psi_x = 0$
<b>BC3 (SS-3)</b>	$u = v = w = 0$	$u = v = w = 0$
<b>BC4 (SS-4)</b>	$u = v = w = \psi_y = 0$	$u = v = w = \psi_x = 0$
<b>BC5 (CC-1)</b>	$u = v = w = \psi_x = 0$	$u = v = w = \psi_y = 0$
<b>BC6 (CC-2)</b>	$u = v = w = \psi_x = \psi_y = 0$	$u = v = w = \psi_x = \psi_y = 0$
<b>BC7 (CC-3)</b>	$u = w = \psi_x = 0$	$v = w = \psi_y = 0$
<b>BC8 (CC-4)</b>	$w = \psi_x = 0$	$w = \psi_y = 0$

Table 2

**Nondimensionalized center deflection ( $\bar{w}$ ), center stress ( $\partial_x^A$ ), and edge stress ( $\partial_x^B$ ) for clamped (CC-2) square plate under uniformly distributed load, ( $q_0$ ) ¶**

$p = q_0 a^4/Eh^4$	$\bar{w} = \omega_0/h$				$\bar{\sigma}_x^A = \sigma_x^A a^2/Eh^2$				$\bar{\sigma}_x^B = \sigma_x^B a^2/Eh^2$			
	Pica				Pica				Pica			
	present F	(2Q9) R	et al. [70]	Levy [71]	present F	(2Q9) <sup>2</sup> R	et al. [70]	Levy [71]	present F	(2Q9) R	et al. [70]	Levy [71]
17,79	0,1904	0,2455	0,2368	0,237	2,239	2,459	2,6319	2,6	0,8904	0,558	5,3163	5,58
38,3	0,3881	0,4784	0,3699	0,471	4,839	5,129	5,4816	5,2	1,692	1,394	11,216	11,52
63,4	0,5897	0,7045	0,6915	0,695	7,767	7,834	8,3258	8,0	2,373	2,672	17,726	18,03
95,0	0,7909	0,9147	0,9029	0,912	10,97	10,46	11,103	11,1	2,915	4,389	24,967	25,32
134,9	0,9862	1,1189	1,1063	1,121	14,38	13,09	13,857	13,3	3,316	6,606	33,045	33,5

End of Table 2

$p = q_0 a^4 / Eh^4$	$\bar{\omega} = \omega_0 / h$				$\bar{\sigma}_x^A = \sigma_x^A a^2 / Eh^2$				$\bar{\sigma}_x^B = \sigma_x^B a^2 / Eh^2$			
	Pica				Pica				Pica			
	present F	(2Q9) R	et al. <sup>1</sup> [70]	Levy [71]	present F	(2Q9) <sup>2</sup> R	et al. [70]	Levy [71]	present F	(2Q9) R	et al. [70]	Levy [71]
189,0	1,1791	1,3189	1,3009	1,323	17,98	15,75	16,497	15,9	3,568	9,325	41,885	42,4
245,0	1,3781	1,5155	1,4928	1,521	21,89	18,48	19,225	19,2	3,665	12,59	51,719	52,8
318,0	1,5672	1,7020	1,6786	1,714	25,89	21,21	21,994	21,9	3,627	16,29	62,325	63,9
402,0	1,7469	1,8760	1,8555	1,902	29,91	23,89	24,780	25,1	3,464	20,30	73,407	75,8

<sup>1</sup> 4Q9 (4 by 4 mesh of 9-node elements).

<sup>2</sup> computed at the nearest Gauss points.

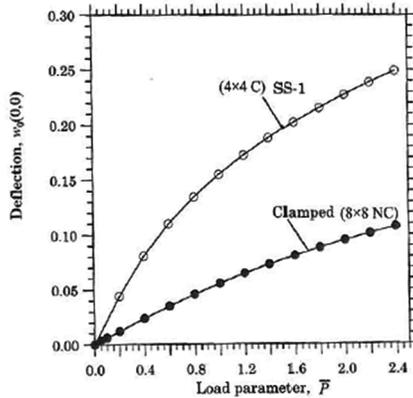


Figure 12. Load-deflection curves for simply supported and clamped orthotropic square plates under uniform load

**Example 4:** This example is concerned with the bending of simply supported (SS-I) orthotropic square plate under a uniformly distributed transverse load  $q_0$ . The geometry and material properties used are given below.

$$a = b = 12 \text{ in.}, h = 0.138 \text{ in.}, E1 = 3 \times 10^6 \text{ psi}, E2 = 1.28 \times 10^6 \text{ psi},$$

$$G_{12} = G_{23} = G_{13} = 0.37 \times 10^6 \text{ psi}, \nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{13} = 0.32.$$

A load increment of  $\Delta q_0 \approx 0.2$  psi and a uniform mesh of  $4 \times 4$  in a quarter plate was used Figure 12 shows plots of the center deflection versus the intensity of the distributed load. The finite element results are in close agreement with the experimental results of Zaghoul and Kennedy [12].

**Example 5:** In this last example of this section we consider the bending of a clamped square plate under uniformly distributed load,  $q_0$ . The geometry and material parameters used are the same as those in Example 4. The boundary conditions of a clamped edge are taken to be:

$$u_0 = v_0 = w_0 = \frac{\partial w_0}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial y} = 0.$$

Of course, for conforming element, one may also impose ( $\partial^2 w_0 / \partial x \partial y = 0$ ). A uniform mesh of  $8 \times 8$  non-conforming elements in a quarter plate is used, and a load increments of:

$$\{\Delta q_0\} = \{0.05, 0.05, 0.1, 0.2, 0.2 \dots 0.2\}$$

psi was used. The linear solution at  $q_0 \approx 0.05$  is found to be  $w_0(0,0) = 0.00302$  in. A plot of the center deflection versus the intensity of the distributed load for the clamped orthotropic plate is included in Figure 12 above.

### Conclusion

A finite element formulation based on Kirchhoff's plate model assumptions has been developed for the analysis of nonlinear bending of simply supported elastic plates.

Different continuity conditions, according to displacement gradients, can be introduced into the formulation of geometrically non-linear non-conforming elastic plate elements to ensure convergence.

We can also conclude with a note that the plate bending elements of the CPT discussed here are adequate for most engineering applications, which involve thin, and isotropic plate structures, which can be used to analyze both thin and thick plates.

© Gil-oulbé Mathieu, Dau Tyekolo, Soresa Belay, 2017

### REFERENCES

- [1] Eduard Ventsel Theodor Krauthammer (2001) *Thin Plates and Shells- theory, analysis and applications* (The Pennsylvania State University, Pennsylvania).
- [2] IT Kharagpur *NPTEL* (National Program on Technology Enhanced Learning) Web Course. #. Module 1.
- [3] URL: <http://www.colorado.edu/engineering/CAS/courses.d/AFEM.d/Home.html> (21.12.2016).
- [4] Reddy, J.N. A Penalty Plate-Bending Element for the Analysis of Laminated Anisotropic Composite Plates. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 15, pp. 1187–1206, 1980.
- [5] Way, S. Uniformly Loaded, Clamped, Rectangular Plates with Large Deformation. *Proc. 5th Int. Congr. Appl. Mech.* (Cambridge, Mass., 1938), John Wiley, pp. 123–238.
- [6] Levy, S. Bending of Rectangular Plates with Large Deflections. Report No. 737, NACA, 1942.
- [7] Wang, C.T. Bending of Rectangular Plates with Large Deflections. Report No. 1462, NACA, 1948.
- [8] Yamaki, N. Influence of Large Amplitudes on Flexural Vibrations of Elastic Plates. *ZAMM*, Vol. 41, pp. 501–510, 1967.
- [9] Kawai, T. and YOSHIMURA, N. Analysis of Large Deflection of Plates by the Finite Element Method. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 1, pp. 123–133, 1969.
- [10] Pica, A., Wood, R.O. and Hinton, E. Finite Element Analysis of Geometrically Nonlinear Plate Behavior Using a Mindlin Formulation. *Computers & Structures*, Vol. 11, pp. 203–215, 1980.
- [11] Levy, S. Square Plate with Clamped Edges Under Pressure Producing Large Deflections. NACA, Tech. Note 847, 1942.
- [12] Zaghoul, S.A. and Kennedy, J.B. Nonlinear Analysis of Unsymmetrically Laminated Plates. *J. Engng. Mech. Div., ASCE*, Vol. 101 (EM3), pp. 169–185, 1975.

#### Article history:

Received: December 5, 2016

Accepted: January 22, 2017

**For citation:**

**Gil-oulbé Mathieu, Dau Tyekolo, Soresa Belay Abdeta. (2017) The nonlinear bending of simply sup-ported elastic plate. RUDN Journal of Engineering Researches, 18(1), 58—69.**

**Bio Note:**

*Gil-oulbé Mathieu*, Associate professor of the Department of Architecture and Construction, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: Nonlinearity of thin elastic shells of complex geometry. *Contact information*: e-mail: gil-oulbem@hotmail.com, giloulbem@mail.ru.

*Dau Tyekolo*, Assistant professor of the Department of Architecture and Construction, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: Optimizing of reinforced concrete structures. *Contact information*: e-mail: tiek.d@hotmail.com.

*Soresa Belay Abdeta*, Graduate student of the Department of Architecture and Construction, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: The nonlinearity in the truss structure. *Contact information*: e-mail: soresably@gmail.com.

## НЕЛИНЕЙНЫЙ ИЗГИБ ОПЕРТОЙ УПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ

**Жиль-улбе Матье, Дао Теколо, Сореса Билай**

Инженерная академия  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

В статье изложены допущения в классической теории пластин (КПП); с последующей формулировкой, применяемой в конечно-элементной дискретизации для упругой пластины в КПП. Аспекты компьютерных расчетов также включены для анализа нелинейного изгиба опертой упругой пластины.

**Ключевые слова:** классическая теория пластин (КПП), упругий изгиб пластины, модель Кирхгофа, соответствующие и несоответствующие элементы, безразмерные прогибы и напряжения, изотропные пластины

**История статьи:**

Дата поступления в редакцию: 5 декабря 2016

Дата принятия к печати: 22 января 2017

**Для цитирования:**

**Жиль-улбе Матье, Дао Теколо, Сореса Билай. Нелинейный изгиб опертой упругой пластины // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2017. Т. 18. № 1. С. 58—69.**

**Сведения об авторах:**

*Жиль-улбе Матье*, доцент департамента архитектуры и строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: нелинейность

тонких упругих оболочек сложной геометрии. *Контактная информация*: e-mail: gil-oulbem@hotmail.com, giloulbem@mail.ru.

*Дао Теколо*, старший преподаватель департамента архитектуры и строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: оптимизация в железобетонных конструкциях. *Контактная информация*: e-mail: tiek.d@hotmail.com.

*Сореса Билай*, магистрант департамента архитектуры и строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: нелинейность в стержневых системах. *Контактная информация*: e-mail: soresably@gmail.com.



УДК 669.018-419.8(035)

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-70-78

## ЗОНТИЧНЫЕ ОБОЛОЧКИ ДЛЯ ПОКРЫТИЯ СПОРТИВНОГО ЦЕНТРА

А.А. Козырева, М.И. Рынковская, Е.М. Тупикова

Инженерная академия  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

В статье приведены существующие реальные примеры применения зонтичных оболочек и куполов, методы их формообразования, указана литература по расчету их на прочность, а также рассмотрены перспективы их дальнейшего использования. Описаны две инновационные зонтичные поверхности с шестью тождественными элементами, предложенные для внедрения на кафедре прочности материалов и конструкций РУДН, применение которых проиллюстрировано в покрытии части спортивного комплекса.

Статья написана на основе материалов магистерской диссертации А.А. Козыревой.

**Ключевые слова:** поверхность зонтичного типа, зонтичный купол, спортивный центр, вариационно-разностный метод

### Введение

Поверхностью зонтичного типа называются циклически симметричные поверхности, состоящие из нескольких тождественных элементов [1]. Полная поверхность зонтичного типа и все поверхности составляющих ее тождественных элементов описываются одним и тем же явными, неявными или параметрическими уравнениями.

Известные в настоящее время поверхности зонтичного типа можно подразделить на следующие виды:

- поверхность с радиальными волнами, затухающими в центре, образованная параболодами;
- поверхность с радиальными волнами, затухающими в центре, образованная кубическими параболодами;
- крестообразный желоб;
- волнистая эллипсоидальная поверхность;
- линейчатая поверхность Скидана;
- поверхность зонтичного типа с синусоидальной образующей;
- волнистая поверхность с псевдовершинами на круглом плане;
- гофрированный параболоид вращения;
- волнистая поверхность из кубических парабол;
- поверхность зонтичного типа на циклоидальном плане, образованная кубическими параболодами.

Все эти поверхности заданы уравнениями, описаны их формы в зависимости от значения их геометрических параметров и представлены визуально посредством Microsoft Word в [1–5].

Самопересекающиеся поверхности зонтичного типа можно получить также из параметрических уравнений задания поверхности Сиверта, если брать определенные пределы изменения геометрического параметра  $u$  [1].

Зонтичные оболочки иногда также называются волнистыми, волнообразными или волновыми. В некоторых работах их относят к поверхностям конгруэнтных сечений, которые несут на себе непрерывное однопараметрическое семейство плоских линий.

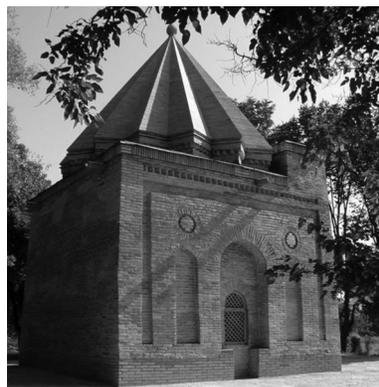
Зонтичный купол (купол с распалубкой) — циклически симметричная пространственная конструкция, образованная из нескольких тождественных элементов, в результате пересечения срединных поверхностей которых получаются кривые, являющиеся образующими некоторой куполообразной поверхности вращения.

Аналитические уравнения зонтичных поверхностей крайне редко указываются в источниках литературы архитектурного направления, поэтому в большинстве случаев можно только примерно предположить, к какому типу зонтичной поверхности относится тот или иной пример реального сооружения.

Зонтичные купола можно увидеть в таких древних сооружениях, как, например, построенная в 134 г. вилла в Италии (рис. 1) или мавзолей XI—XII вв. Бабаджа Хатун в Казахстане (рис. 2), в покрытии которого применен 16-реберный зонтичный купол на конической круговой контурной поверхности.



**Рис. 1.** Вилла в Тиволи (Италия, 134 г.)  
[Villa in Tivoli (Italy, 134 year)]



**Рис. 2.** Мавзолей Бабаджа Хатун (11—12 вв.)  
[Mausoleum of Babaj Khatun (11—12 century)]

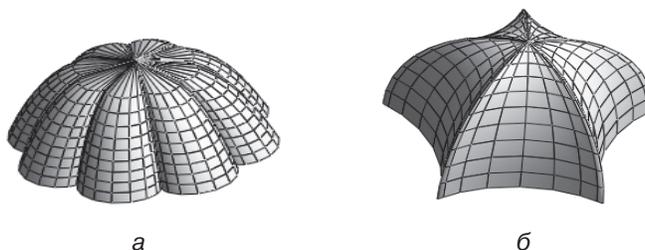
Более современные примеры зонтичных оболочек дал Феликс Кандела (27.01.1910—07.12.1997), который использовал проектную архитектуру тонкостенных железобетонных оболочек сложных форм и стремился преобразовать объекты в выразительные формы, исходя из идей со сводчатыми конструкциями по аналогии со своими коллегами, знаменитыми архитекторами и инженерами А. Гауди и Э. Торрохи. Ф. Кандела запроектировал около трехсот зонтичных пространственных оболочек, например ресторан в Хочимилько в Мексике (1957—1958 гг.).

Примерно в то же время Н.В. Лебедев [6] активно занимался изучением зонтичных куполов и предлагал классифицировать их по виду контурной поверхности, по виду кривой, образующей срединную поверхность тождественных элементов и по соотношению главных размеров (диаметра и высоты купола). Морозов А.П. и др. [7] предложили выделить зонтичные купола из зонтичных оболочек.

В 2007 году идея применения зонтичных оболочек была поддержана молодыми учеными Рынковской М.И., Алборовою Л.А. и Емельяновой Е.М. (рис. 3) в научно-исследовательской работе «Формообразование неканонических оболочек применительно к сооружениям на Земле и во Вселенной». Эта работа получила по результатам конкурса молодежных инновационных проектов «Полет мысли: авиация и космонавтика» в рамках VIII Международного авиационно-космического салона (МАКС-2007) 3-е место. В проекте было показано, что при проектировании сооружений в виде поверхностей зонтичного типа в условиях повышенного внешнего давления из материалов типа железобетона целесообразно применять оболочки выпуклого контура, чтобы конструкция испытывала сжимающие напряжения, а при строительстве в условиях меньшего по сравнению с атмосферным давления, например на Луне, по тем же причинам предпочтительнее использовать вогнутые зонтичные оболочки (рис. 4, а, б).



**Рис. 3.** Победители конкурса в рамках МАКС-2007  
[Winners of the contest MAKS-2007]



**Рис. 4.** Зонтичные оболочки с выпуклым (а) и вогнутым (б) контуром  
[Umbrella shells with (a) convex and (б) concave contour]

Помимо прочего к преимуществам поверхностей зонтичного типа можно отнести следующее: они состоят из тождественных элементов; обладают повышенной жесткостью, устойчивостью, архитектурной выразительностью; просты в изготовлении; возможно применение робототехники.

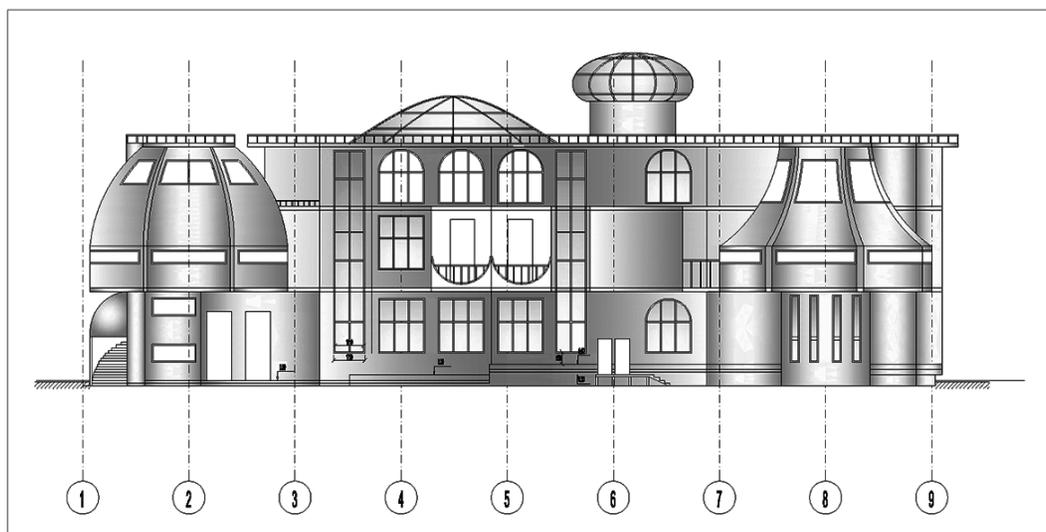
В работе [8] были показаны новые формы зонтичных циклических поверхностей для большепролетных покрытий сооружений.

В 2011 году в рамках проекта спортивно-развлекательного комплекса, в формообразовании которого решено было применить минимальное количество плоскостей и прямых линий, для покрытия части здания было предложено использовать три новые оболочки, в том числе со срединными зонтичными поверхностями [9].

Математическое обоснование построения оболочек со срединными зонтичными поверхностями рассматривается в работе [10], в которой была показана возможность конструирования зонтичных оболочек из отсеков циклических поверхностей переноса, ограниченных опорными меридианами базовой сферы. Было доказано, что каждый элемент поверхности представляет собой циклическую поверхность, а совокупность элементов — зонтичную поверхность. В статье [3] были собраны воедино все известные на то время описания зонтичных поверхностей и поверхностей зонтичного типа и предложены новые их формы.

### Цель работы

В настоящее время решены многие теоретические вопросы по формообразованию и заданию рассматриваемых поверхностей. Цель работы — показать возможность внедрения данных поверхностей в реальных сооружениях, пути решения задачи построения зонтичного купола по заданным геометрическим параметрам (размерам) и показать возможность их расчета на прочность (рис. 5).



**Рис. 5.** Фасад спортивного центра (проект)  
[Facade of the sports center (project)]

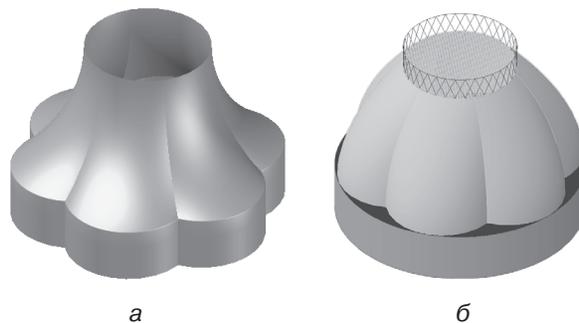
## Материалы и методы

В зависимости от применяемых материалов и технологий зонтичные оболочки обычно бывают из монолитного или сборно-монолитного железобетона, а также тентовые и пневматические. Известны случаи возведения предварительно напряженных зонтичных оболочек (например, Олимпийский плавательный бассейн, построенный в 1982 г. в Люксембурге), а также различных легких палаток (для зимней рыбалки и т.д.).

Область использования и применения тентовых покрытий в современной архитектуре с каждым годом расширяется в связи с необходимостью перекрытия все больших площадей, а также стремлением к постоянному обновлению ландшафта в соответствии с конкретным культурно-массовым мероприятием. На первый план выходят такие качества сооружений, как легкость, экономичность, быстрота монтажа/демонтажа, комбинаторные свойства и способность к эстетическому многообразию. На практике одним из наиболее популярных видов таких покрытий стали модульные зонтичные оболочки, но возможности их формообразования пока мало изучены, что в целом ограничивает спектр возможностей применяемых форм и материалов.

Зонтичный купол занимает не последнее место в архитектуре нашего времени, например, в 2009 г. в Пуэрто-Рико был построен ресторан в форме зонтичной оболочки, отличительной особенностью которой стало соотношение основных геометрических размеров оболочки (диаметр примерно соответствует высоте, хотя обычно принимается значительно больше высоты).

В качестве одного из примеров инновационного применения зонтичных оболочек авторами предлагается проект спортивного центра, части покрытия которого выполнены в форме двух типов оболочек с зонтичными срединными поверхностями (см. рис. 5). Некоторые варианты внешнего вида покрытий представлены на рис. 6.



**Рис. 6.** Две зонтичные оболочки для части покрытия спортивного центра (проект)  
[Two umbrella casings for part of the sports center roof (project)]

## Результаты и обсуждение

В работе показаны конкретные варианты применения двух инновационных типов зонтичных оболочек с круговыми образующими одного радиуса применительно к конструкциям покрытия спортивного центра.

Если рассматривать зонтичные оболочки с точки зрения развития конструкций из сборного железобетона, то они могут оказаться достаточно интересными, поскольку позволяют создавать необычные формы и перекрывать большие пространства без применения уникальной и дорогостоящей опалубки, путем соединения тождественных сборных элементов.

В то же время с появлением параметрической архитектуры и программных комплексов, позволяющих ее реализовывать (Rhinoceros), а также с развитием строительных технологий (3D печати зданий) и материалов, в том числе композитных, вопрос о дальнейшем распространении зонтичных оболочек самых замысловатых типов, выполненных из монолитного железобетона (и других видов материалов) также представляется достаточно перспективным.

Однако в связи с крупными авариями и разрушениями конструкций покрытий в виде различных типов оболочек (авария в аквапарке в 2004 г. в Москве и др.) [11], повлекшими за собой гибель людей, необходимо очень серьезно подходить к расчету таких конструкций с учетом принципов образования поверхностей, условий работы и фактической прочности используемых материалов.

Так, в 2006 г. С.М. Докула [12] писал, что «в проектировании конструкций отсутствуют совершенные принципы образования поверхностей зонтичных куполов, а также точные методы их расчета. Те нестрогие определения зонтичной поверхности, как поверхности, образованной из куполов вращения путем членения их «вздутыми» и «ложкообразными» распалубками, не могут служить ни цели создания поверхности зонтичных куполов, ни, тем более, цели достаточно точного их расчета. ... Тем не менее, зонтичная форма куполов неизменно интересовала и интересует архитекторов и строителей и они, не ожидая способа образования и метода расчета, предпринимают попытки осуществления, в наше время подобных куполов, трактуя их как модуляцию сводов двойкой кривизны». В то же время в 2008 году профессором Ивановым В.Н. была успешно предпринята попытка расчета напряженно-деформированного состояния покрытия торгового центра в форме оболочки зонтичного типа вариационно-разностным методом [13].

Можно сказать, что мягкие зонтичные оболочки обладают самым главным преимуществом над всеми оболочками: при той же площади покрытия количество опор уменьшено, но в организации наружного ограждения требуется специальный каркас. По этим причинам эти оболочки применяют только в тех сооружениях, где отсутствует необходимость наружных ограждений (временные павильоны, летние кафе).

### **Заключение**

В дальнейшем авторами планируется произвести расчет конструкции представленных двух инновационных типов зонтичных оболочек численным методом для дополнительного анализа полученных результатов. В случае успешного завершения данной работы может быть подтверждена актуальность использования данного вида оболочек в современном мире.

В результате проведенного анализа можно сделать вывод, что зонтичные оболочки имеют достаточно хорошие перспективы для развития как с точки зрения

совершенствования методов расчета [4] и технологий строительства [10], так и с точки зрения архитектуры [13; 14].

© Козырева А.А., Рынковская М.И., Тупикова Е.М., 2017

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Энциклопедия аналитических поверхностей. М.: ЛИБРОКОМ, 2010. 560 с.
- [2] *Кривошапко С.Н.* Геометрические исследования поверхностей зонтичного типа // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2005. № 1. С. 11—17.
- [3] *Кривошапко С.Н., Мамиева И.А.* Зонтичные поверхности и поверхности зонтичного типа в архитектуре // *Промышленное и гражданское строительство*. 2011. № 7(1). С. 27—31.
- [4] *Иванов В.Н.* Расчет напряженно-деформированного состояния покрытия торгового центра в форме оболочки зонтичного типа вариационно-разностным методом // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2008. № 4. С. 86—89.
- [5] *Ch.A. Bock Hueng, Krivoshapko S.N.* Umbrella-Type Surfaces in Architecture of Spatial Structures // *IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN)*. 2013. Vol. 3, Iss. 3. Pp. 43—53.
- [6] *Лебедев Н.В.* Фермы, арки, тонкостенные пространственные конструкции. М.: Архитектура-С, 2006. 120 с.
- [7] *Морозов А.П., Василенко О.В., Миронков Б.А.* Пространственные конструкции общественных зданий. Л.: Стройиздат, Ленинградское отд., 1977. 168 с.
- [8] *Иванов В.Н., Рынковская М.И.* Применение циклических поверхностей в архитектуре зданий, конструкций и изделий // *Вестник РУДН. Серия: Инженерные исследования*. № 3. 2015. С.111—119.
- [9] *Кривошапко С.Н., Емельянова Е.М., Мамиева И.А.* Объемно-планировочные решения спортивно-развлекательного комплекса // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2011. № 4. С. 46—49.
- [10] *Иванов В.Н., Кривошапко С.Н.* Конструирование зонтичных оболочек из отсеков циклических оболочек переноса // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2011. № 1. С. 3—7.
- [11] *Кривошапко С.Н.* Виды аварий и разрушений пространственных структур и оболочек // *Строительство и реконструкция*. 2015. № 1(57). С. 22—32.
- [12] *Докула С.М.* Место зонтичных куполов в современной архитектуре. 2006. <http://www.gusnauka.com>.
- [13] *Романова В.А.* Визуализация образования поверхностей с радиальными волнами, затухающими в центральной точке // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. № 3. С. 4—8.
- [14] *Segal Edward.* The thin concrete shells of Jack Christiansen // *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures 28 September — 2 October 2009, Universidad Politecnica de Valencia, Spain* Alberto DOMINGO and Carlos LAZARO (eds.). 1622—1633.

#### История статьи:

Дата поступления в редакцию: 5 декабря 2016

Дата принятия к печати: 22 января 2017

#### Для цитирования:

**Козырева А.А., Рынковская М.И., Тупикова Е.М.** Зонтичные оболочки для покрытия спортивного центра // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2017. Т. 18. № 1. С. 70—78.

**Сведения об авторах:**

*Козырева Анна Андреевна*, магистрант департамента архитектуры и строительства, инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов:* архитектура и определение напряженно-деформированного состояния зонтичных и велароидальных тонких оболочек. *Контактная информация:* e-mail: kozyrevaanna5@gmail.com.

*Рынкoвская Марина Игоревна*, кандидат технических наук, доцент департамента архитектуры и строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов:* формообразование и расчет тонких упругих оболочек, в частности, расчет прямых и развертывающихся геликоидов, применение винтовых оболочек в строительстве и архитектуре. *Контактная информация:* e-mail: rynkovskaya\_mi@rudn.university.

*Тупикова Евгения Михайловна*, ассистент департамента архитектуры и строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов:* формообразование и расчет тонких упругих оболочек, в частности, расчет косых геликоидов, применение винтовых оболочек в строительстве и архитектуре. *Контактная информация:* e-mail: emelian-off@yandex.ru.

## UMBRELLA TYPE SURFACE FOR A SPORTS CENTER

**Anna Kozyreva, Marina Rynkovskaya, Evgeniya Tupikova**

Engineering Academy  
Peoples' Friendship University of Russia  
*Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198*

The practical examples of umbrella-type shells and domes, methods of their genesis are given in the article, the prospects for future application are considered. Two innovational umbrella type surfaces of six equal elements, proposed for adaptation by Strength of materials department of PFUR, their application illustrated by the sports center roof.

**Key words:** umbrella type surface, umbrella dome, sports center, variational-difference method

### REFERENCES

- [1] Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. (2010) Enciklopediya analiticheskikh poverkhnostey. M.: LIBROKOM. (In Russ)
- [2] Krivoshapko S.N. (2005) Geometricheskie issledovaniya poverkhnostey zontichnogo tipa. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. No 1. 11–17. (In Russ)
- [3] Krivoshapko S.N., Mamieva I.A. (2011) Zontichnye poverkhnosti i poverkhnosti zontichnogo tipa v arkhitekture. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitelstvo*. 7(1). 27–31. (In Russ)
- [4] Ivanov V.N. (2008) Joachimsthal's channel surfaces with the directrix curves of the 2-nd order. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. No 4. 86–89. (In Russ)
- [5] Ch.A. Bock Hyeng, Krivoshapko S.N. (2013) Umbrella-Type Surfaces in Architecture of Spatial Structures. *IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN)*. Vol. 3, Iss. 3. 43–53.
- [6] Lebedev N.V. (2006) Fermi, arki, tonkostennye prostranstvennyye konstrukcii. M.: Arkhitektura-S. (In Russ)

- [7] Morozov A.P., Vasilenko O.V., Mironkov B.A. (1977) Prostranstvennyye konstrukcii obshchestvennykh zdaniy. L.: Stroyizdat, Leningradskoe otd. (In Russ)
- [8] Ivanov V.N., Rynkovskaya M.I. (2015) Primenenie ciklicheskikh poverkhnostey v arkhitekture zdaniy, konstrukciy i izdeliy. *RUDN Journal of Engineering Researches*. No 3. 111—119. (In Russ)
- [9] Krivoshapko S.N., Emelyanova E.M., Mamieva I.A. (2011) Obemno-planirovochnye resheniya sportivno-razvlekatelnogo kompleksa. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. No 4. 46—49. (In Russ)
- [10] Ivanov V.N., Krivoshapko S.N. (2011) Konstruirovaniye zontichnykh obolochek iz otsekov ciklicheskikh obolochek perenosa. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. No 1. 3—7. (In Russ)
- [11] Krivoshapko S.N. (2015) Vidy avariy i razrusheniy prostranstvennykh struktur i obolochek. *Stroitelstvo i rekonstrukciya*. 1(57). 22—32. (In Russ)
- [12] Dokula S.M. (2006) Mesto zontichnykh kupolov v sovremennoy arkhitekture. <http://www.rusnauka.com>. (In Russ)
- [13] Romanova V.A. (2015) Vizualizaciya obrazovaniya poverkhnostey s radialnymi volnami, zatukhayushchimi v centralnoy tochke. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. No 3. 4—8. (In Russ)
- [14] Segal Edward. The thin concrete shells of Jack Christiansen// Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures 28 September — 2 October 2009, Universidad Politecnica de Valencia, Spain Alberto DOMINGO and Carlos LAZARO (eds.). 1622—1633.

**Article history:**

Received: December 5, 2016

Accepted: January 22, 2017

**For citation:**

**Kozyreva A.A., Rynkovskaya M.I., Tupikova E.M. (2017) Umbrella shells sports center cover. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 70—78.**

**Bio Note:**

*Anna A. Kozyreva*, student master of of architecture and civil engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: architecture and definition of stress-strain state umbrella melanoidin and thin shells. *Contact information*: e-mail: kozyrevaanna5@gmail.com.

*Marina I. Rynkovskaya*, PhD in Structural Mechanics, associate professor of department of architecture and civil engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: thin elastic shells formation and calculation, in particular, right and developable helicoids analysis, application of helical structures in civil engineering and architecture. *Contact information*: e-mail: rynkovskaya\_mi@rudn.university.

*Evgeniya M. Tupikova*, assistant professor of department of architecture and civil engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests*: thin elastic shells formation and calculation, in particular, oblique helicoids analysis, application of helical structures in civil engineering and architecture. *Contact information*: e-mail: emelian-off@yandex.ru.

УДК 539.3

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-79-90

## КОЛЕБАНИЕ МНОГОСЛОЙНОГО ЕСТЕСТВЕННО-ЗАКРУЧЕННОГО СТЕРЖНЯ ИЗ АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ В ПОЛЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ

А.У. Нурымбетов, А.А. Дудченко

Московский авиационный институт  
Волоколамское шоссе, 4, Москва, Россия, 125993

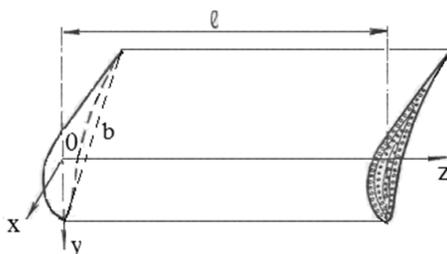
Исследуются колебания многослойного композиционного стержня. В целях определения влияния особенностей многослойных стержней, выяснения роли и форм ортотропных слоев на колебания рассматривались стержень произвольного сечения и компрессорная лопатка. Результаты численных расчетов по полученным соотношениям сравниваются с результатами, вычисленными по программе ANSYS.

**Ключевые слова:** многослойный, композит, стержень, компрессорная лопатка, колебания

Задача расчета собственных частот и форм колебаний стержней, балок, закрученных рабочих лопаток с точки зрения однородной теории рассматривалась в литературе неоднократно. Основы расчета и методы достаточно подробно описаны в работах [1–4] и др.

Колебания и волны в слоистых и композитных телах рассмотрены в [5–7] и др., причем здесь использовались соотношения изотропной или анизотропной однородной теорий упругости.

Ниже исследуются колебания армированных закрученных слоистых стержней (рис. 1). В целях определения особенностей слоистых стержней, выяснения роли некоторых ее параметров рассматривались наиболее простые формы колебания. Рассматриваются поперечные колебания компрессорной лопатки из композиционного материала, находящейся в поле центробежных сил.



**Рис. 1.** Армированный слоистый стержень с профилем произвольной формы  
[The reinforced laminate rod with a profile of arbitrary shape]

### Колебания невращающегося закрученного анизотропного стержня

При колебаниях закрученного стержня каждая точка совершает перемещения  $w(z) = w$ , компоненты угловых перемещений сечения —  $\gamma_x(z) = \gamma_y(z) = 0$ . Тогда кинетическая энергия стержня при колебаниях имеет вид [3]

$$T = \frac{1}{2} \int_0^\ell \rho \left\{ \dot{w}^2 + \dot{u}^2 + \dot{v}^2 + 2\dot{\theta}(\dot{v}x_s - \dot{u}y_s) \right\} F + I_p \theta^2 dz, \quad (1)$$

где  $x_s, y_s$  — координаты центра масс в системе  $xu$ ;  $I_p$  — полярный момент инерции;  $F$  — площадь сечения.

Компоненты нагрузки в уравнениях равновесия [8]

$$\begin{pmatrix} N \\ M_\xi \\ M_\eta \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11}k_{12}k_{13}k_{14} \\ k_{12}k_{22}k_{23}k_{24} \\ k_{13}k_{23}k_{33}k_{34} \\ k_{14}k_{24}k_{34}k_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w' \\ u'' \\ v'' \\ \theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -q_z \\ L_y = q_x + m_y \\ L_x = q_y - m_x \\ L_\theta = -m_z = 0 \end{pmatrix}$$

при колебаниях будут [3]:

$$\begin{aligned} q_z &= -\rho F \ddot{w}; & q_y &= -\rho F (\ddot{v} + \ddot{\theta}x_s); & q_x &= -\rho F (\ddot{u} - \ddot{\theta}y_s); \\ m_z &= -\rho \ddot{\theta} I_p - \rho F (\ddot{v}x_s - \ddot{u}x_s) = 0; & m_x &= m_y = m_\eta = m_\xi = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Откуда уравнение равновесия имеет вид [3]

$$P'_z + q_z = 0, \quad M''_y + m'_y + q_x = 0, \quad M''_x + m'_x - q_y = 0, \quad M'_z + m_z = 0, \quad (3)$$

После интегрирования уравнения (3) с учетом граничных условий и после подстановки в нее инерционных нагрузок из выражений (2) уравнение колебаний (3) имеет вид [8]

$$\begin{pmatrix} k_{11}k_{12}k_{13}k_{14} \\ k_{12}k_{22}k_{23}k_{24} \\ k_{13}k_{23}k_{33}k_{34} \\ k_{14}k_{24}k_{34}k_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w'_z \\ -u''_z \\ v''_z \\ \theta'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho F \ddot{w} \\ -\rho F (\ddot{u} - \ddot{\theta}y_s) \\ -\rho F (\ddot{v} + \ddot{\theta}x_s) \\ -\rho \ddot{\theta} I_p - \rho F (\ddot{v}x_s - \ddot{u}x_s)_z \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $F$  — площадь;  $x_s, y_s$  — координаты центра масс сечения закрученного слоистого анизотропного стержня в системе  $xu$ ;  $\rho$  — плотность материала слоя.

Пусть дана система (например стержень), совершающая малые колебания около положения равновесия. В предположении гармонического характера колебаний получаем, что все отклонения от положения равновесия (т.е. функции  $u, w, v, \theta$ , входящие в (4)), имеют вид, например,

$$w(z, t) = w_0(z)e^{i\omega t}, \quad u(z, t) = u_0(z)e^{i\omega t}, \quad v(z, t) = v_0(z)e^{i\omega t}, \quad \theta(z, t) = \theta_0(z)e^{i\omega t}, \quad (5)$$

тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= iu_0\omega e^{i\omega t}; \quad \frac{\partial v}{\partial t} = iv_0\omega e^{i\omega t}; \quad \frac{\partial w}{\partial t} = iw_0\omega e^{i\omega t}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = i\theta_0\omega e^{i\omega t}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= -u_0\omega^2 e^{i\omega t}; \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -v_0\omega^2 e^{i\omega t}; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -w_0\omega^2 e^{i\omega t}, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = -\theta_0\omega^2 e^{i\omega t}, \\ \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{\partial u_0}{\partial z} e^{i\omega t}; \quad \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial v_0}{\partial z} e^{i\omega t}; \quad \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} e^{i\omega t}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial \theta_0}{\partial z} e^{i\omega t}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 u_0}{\partial z^2} e^{i\omega t}; \quad \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} e^{i\omega t}; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} e^{i\omega t}; \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial z^2} e^{i\omega t}, \dots, \end{aligned} \quad (6)$$

т.е. все элементы системы колеблются с одинаковой круговой частотой  $\omega$  и одинаковой фазой, все они одновременно проходят положение равновесия и одновременно достигают своего наибольшего отклонения.

Следовательно, подставляя (6) в (4), получаем систему линейных дифференциальных уравнений [3]

$$\begin{pmatrix} k_{11}k_{12}k_{13}k_{14} \\ k_{12}k_{22}k_{23}k_{24} \\ k_{13}k_{23}k_{33}k_{34} \\ k_{14}k_{24}k_{34}k_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w'_0 \\ -u''_0 \\ v''_0 \\ \theta'_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_z \\ q_x \\ q_y \\ m_z \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где  $q_z = \lambda w_0 = \rho\omega^2 Fw_0$ ;  $q_y = \lambda(v_0 + \theta_0 x_s) = \rho\omega^2 Fv_0$ ;  $q_x = \lambda(u_0 - \theta_0 y_s) = \rho\omega^2 Fu_0$ ;  $m_z = \rho\omega^2 \theta_0 I_p + \rho\omega^2 F(v_0 x_s + u_0 y_s)$ ;  $\lambda = \rho\omega^2 F$ .

Система линейных дифференциальных уравнений (7) для консольного стержня длиной  $l$ , заземленного при  $z = \zeta = 0$ , удовлетворяет следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} \text{при } \zeta = 0, \quad w &= 0, \quad v = 0, \quad u = 0, \quad \theta = 0, \\ \text{при } \zeta = l, \quad w' &= 0, \quad \theta' = 0, \quad v'' = 0, \quad u'' = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Под действием центробежных сил растяжения точки сечений испытывают поступательные смещения, которым соответствуют удлинения центральных элементов стержня  $\varepsilon_z^i$  в слое  $i$  [8].

Для общности также предположим, что сечения испытывают повороты вокруг главных его осей  $x$  и  $y$ , т.е. стержень изгибается. В этом случае продольные деформации в армированном многослойном стержне определяются выражением

$$\varepsilon_z^i = \varepsilon - \xi\chi_2 + \eta\chi_1 + \tau_0\tau r^2.$$

Здесь  $\chi_y, \chi_x$  — составляющие кривизны,  $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ .

В связи с этим кинематические соотношения (1) учитывают различия осевых удлинений и изменений кривизн слоя, в то время как для угла раскручивания  $\tau$  такое разделение не производилось.

Если исключить поперечные силы, то нормальные и касательные напряжения слоя  $i$  через перемещения выражаются следующим образом [8]:

$$\begin{aligned} \sigma_{33}^i &= c_1 \dot{\epsilon}_z, \quad \sigma_{23} \stackrel{i}{=} \tau_0 c'_{44} \epsilon_z \sin^i \alpha, \quad \sigma_{13} \stackrel{i}{=} \tau_0 c_1 \epsilon_z, \quad \epsilon_z = w' - \xi u'' + \eta v'' + \tau_0 \theta' r^2, \\ c_1^i &= c'_{33} + c'_{35} \cos \alpha, \quad \alpha = \tau_0 \zeta. \end{aligned} \quad (9)$$

Из соотношений (9) видно, что нормальные напряжения изменяются в сечении по параболическому закону. Для решения задачи используется принцип минимума потенциальной энергии в виде  $\delta\Pi = 0$ , где  $\Pi = W_\ell - L$ . В этой формуле  $W_\ell$  — энергия упругого деформирования,  $L$  — работа внешних сил.

Для определенности рассматриваются сечения лопатки на расстоянии  $r(R_0 \leq r \leq R)$  от оси вращения. По методу сечения действие на тело отсеченной части заменяется поверхностными силами, приложенными к плоскости этого сечения. Поэтому слагаемые в выражении потенциальной энергии вычисляются по следующей формуле:

$$W_{\ell i} = \int_V \sigma_{kj}^i \epsilon_{kj}^i dV.$$

Полагая

$$w_0 = \tilde{w} X_n(z); \quad \tilde{u}_0 = -\tilde{u} X_n(z); \quad \tilde{v}_0 = \tilde{v} X_n(z); \quad \theta_0 = \tilde{\theta} X_n(z), \quad (10)$$

где  $X_n(z)$  — допустимые функции;  $\tilde{w}$ ,  $\tilde{\theta}$ ,  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{v}$  — неопределенные параметры, в качестве допустимых функций можно выбрать функции стержня в виде [9]

$$X_n(\bar{\zeta}) = \frac{1}{\sqrt{\ell}} (A \sin k_n \bar{\zeta} + B \cos k_n \bar{\zeta} + C \operatorname{sh} k_n \bar{\zeta} + D \operatorname{ch} k_n \bar{\zeta}), \quad (11)$$

где  $\bar{\zeta} = \zeta/\ell$ , а постоянные  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  определяются из граничных условий;  $\ell$  — длина стержня.

Граничные условия в этом случае имеют вид [9]

$$\begin{aligned} \bar{\zeta} = 0, \quad X_n(\bar{\zeta}) = 0, \quad X'_n(\bar{\zeta}) = 0, \\ \bar{\zeta} = 1, \quad X'_n(\bar{\zeta}) = 0, \quad X''_n(\bar{\zeta}) = 0, \quad X'''_n(\bar{\zeta}) = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

т.е. на жестко закрепленном конце перемещения и угол поворота сечения равны нулю, на свободном конце равны нулю изгибающий момент, поперечные силы.

Подставляя в выражение (2) значения собственных функций (11), получаем систему алгебраических уравнения относительно постоянных интегрирования

A, B, C, D. Решение этой системы уравнения позволяет определить собственную функцию (12) в виде [9]

$$X_n(\bar{\zeta}) = \frac{1}{\sqrt{\ell}} [shk_n \bar{\zeta} + \sin k_n \bar{\zeta} + \frac{\sin k_n - shk_n}{\cos k_n + chk_n} (chk_n \bar{\zeta} - \cos k_n \bar{\zeta})]. \quad (13)$$

В (13) волновое число  $k_n$  удовлетворяет характеристическому уравнению  $1 + chk_n \cos k_n = 0$  и принимает значения, данные в табл. 1,  $\ell$  — длина стержня. Балочные функции являясь ортонормированными, удовлетворяют равенствам

$$\int_0^{\ell} X_n X_p dz = \begin{cases} 1, & n = p; \\ 0, & n \neq p. \end{cases} \quad \int_0^{\ell} X'_n X'_p dz = \begin{cases} \frac{k_n^2}{\ell^2}, & n = p; \\ 0, & n \neq p. \end{cases} \quad \int_0^{\ell} X''_n X''_p dz = \begin{cases} \frac{k_n^4}{\ell^4}, & n = p; \\ 0, & n \neq p, \end{cases}$$

что удовлетворяет условиям (12). Из (7) получим

$$\begin{pmatrix} k_{11} k_{12} k_{13} k_{14} \\ k_{12} k_{22} k_{23} k_{24} \\ k_{13} k_{23} k_{33} k_{34} \\ k_{14} k_{24} k_{34} k_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{w} \\ \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho \tilde{w} \omega^2 F \\ \rho F \omega^2 (\tilde{u} + \tilde{\theta} x_s) \\ \rho F \omega^2 (\tilde{v} - \tilde{\theta} y_s) \\ \rho \omega^2 \tilde{\theta} I_p + \rho \omega^2 F (\tilde{u} x_s + \tilde{v} x_s) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Если сократить правую часть первых трех уравнений (16) на  $\rho F$  и последнее уравнение на  $\rho I_p$ , то получим

$$\begin{pmatrix} (k'_{11} - \omega^2) & k'_{12} & k'_{13} & k'_{14} \\ k'_{12} & (k'_{22} - \omega^2) & k'_{23} & (k'_{24} - x_s) \\ k'_{31} & k'_{32} & (k'_{33} - \omega^2) & (k'_{34} + y_s) \\ k'_{41} & k'_{42} & k'_{43} & (k'_{44} - \omega^2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{w} \\ \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Если центр локальной системы координат расположен в центре тяжести  $(x_s, y_s)$  ( $x_s = 0, y_s = 0$ ) сечения, то

$$\begin{pmatrix} (k'_{11} - \omega^2) & k'_{12} & k'_{13} & k'_{14} \\ k'_{12} & (k'_{22} - \omega^2) & k'_{23} & k'_{24} \\ k'_{31} & k'_{32} & (k'_{33} - \omega^2) & k'_{34} \\ k'_{41} & k'_{42} & k'_{43} & (k'_{44} - \omega^2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{w} \\ \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

$$k'_{11} = \frac{k_n^2}{F \ell^2} \frac{k_{11}}{\rho}, \quad k'_{12} = \frac{k_n^4}{F \ell^4} \frac{k_{12}}{\rho}, \quad k'_{13} = \frac{k_n^4}{F \ell^4} \frac{k_{13}}{\rho}, \quad k'_{14} = \frac{k_n^2}{F \ell^2} \frac{k_{14}}{\rho},$$

$$\begin{aligned}
 k'_{21} &= \frac{k_n^2}{F\ell^2} \frac{k_{12}}{\rho}, & k'_{22} &= \frac{k_n^4}{F\ell^4} \frac{k_{22}}{\rho}, & k'_{23} &= \frac{k_n^4}{F\ell^4} \frac{k_{23}}{F}, & k'_{24} &= \frac{k_n^2}{F\ell^2} \frac{k_{24}}{\rho}, \\
 k'_{31} &= \frac{k_n^2}{F\ell^2} \frac{k_{13}}{\rho}, & k'_{32} &= \frac{k_n^4}{F\ell^4} \frac{k_{23}}{\rho}, & k'_{33} &= \frac{k_n^4}{F\ell^4} \frac{k_{33}}{\rho}, & k'_{34} &= \frac{k_n^2}{F\ell^2} \frac{k_{34}}{\rho}, \\
 k'_{41} &= \frac{k_n^2}{I_p\ell^2} \frac{k_{14}}{\rho}, & k'_{42} &= \frac{k_n^4}{I_p\ell^4} \frac{k_{24}}{\rho}, & k'_{43} &= \frac{k_n^4}{I_p\ell^4} \frac{k_{34}}{\rho}, & k'_{44} &= \frac{k_n^2}{I_p\ell^2} \frac{k_{44}}{\rho}.
 \end{aligned} \tag{16}$$

где  $k_n$  принимает значения, данные в табл. 1.

Таблица 1

**Значение волновых чисел [The value of the wave numbers]**

№	1	2	3	4	5	6	7	$n \rightarrow \infty$
$k_n$	1,875	4,694	7,854	10,996	14,137	17,279	20,42	$\frac{2n-1}{2}\pi$

Система уравнений (7) позволяет определить свободное колебание многослойных закрученных стержней и лопаток.

**Влияние вращения на колебания закрученного анизотропного стержня**

Уравнения равновесия (3) после подстановки в нее нагрузки от центробежных сил [3]

$$\begin{aligned}
 q_x^\Omega &= 0, & q_y^\Omega &= -\rho\Omega^2 vF, & q_z^\Omega &= \rho\Omega^2 wF, & m_x^\Omega &= -v'\Omega^2 \int_z^\ell \rho(R+z)Fdz, \\
 m_y^\Omega &= -\rho\Omega^2 u' \int_z^\ell (R+z)Fdz, & m_z^\Omega &= \rho\Omega^2 \theta(I_y - I_x) + \theta''P_0, & P_0 &= \Omega^2 \int_z^\ell \rho(R+z)I_p dz
 \end{aligned} \tag{17}$$

имеет вид

$$\begin{aligned}
 \left\| \begin{matrix} k_{11}k_{12}k_{13}k_{14} \\ k_{12}k_{22}k_{23}k_{24} \\ k_{13}k_{23}k_{33}k_{34} \\ k_{14}k_{24}k_{34}k_{44} \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} w' \\ -u'' \\ v'' \\ \theta' \end{matrix} \right\| &= \left\| \begin{matrix} -\rho F\ddot{w} - \rho\Omega^2 wF \\ -\rho F(\ddot{u} - \ddot{\theta}y_s) \\ -\rho F(\ddot{v} + \ddot{\theta}x_s) + \rho\Omega^2 Fv - P_z v' \\ -\rho\ddot{\theta}I_p - \rho F(\ddot{v}x_s - \ddot{u}x_s) - \rho\Omega^2 \theta(I_y - I_x) - \theta' P_0 \end{matrix} \right\|,
 \end{aligned} \tag{18}$$

где  $P_z = \Omega^2 \int_z^\ell \rho(R+z)Fdz$  — центробежная растягивающая сила в сечении  $z$ ;  $\Omega$  — угловая

скорость вращения,  $P_0 = \Omega^2 \int_z^\ell \rho(R+z)(I_y + I_x)dz$ .

Из (18) с учетом (5)—(8) получим систему уравнений

$$\begin{pmatrix} (k'_{11} - \omega^2) & k'_{12} & k'_{13} & k'_{14} \\ k'_{21} & (k'_{22} - \omega^2) & k'_{23} & k'_{24} \\ k'_{31} & k'_{32} & (k'_{33} - \omega^2) & k'_{34} \\ k'_{41} & k'_{42} & k'_{43} & (k'_{44} - \omega^2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{w} \\ \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Выбором начала координат в центре тяжести сечения и главных направлений осей координат  $\xi\eta$  система уравнений (19) приводится к виду

$$\begin{pmatrix} (k'_{11} - \omega^2) & 0 & 0 & k'_{14} \\ 0 & (k'_{22} - \omega^2) & 0 & k'_{24} \\ 0 & 0 & (k'_{33} - \omega^2) & k'_{34} \\ k'_{41} & k'_{42} & k'_{43} & (k'_{44} - \omega^2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{w} \\ \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

$$k'_{11} = \frac{m^2 k_{11} + \mu F}{\rho F}, \quad k'_{12} = \frac{m^4 k_{12}}{\rho F}, \quad k'_{13} = \frac{m^4 k_{13}}{\rho F}, \quad k'_{14} = \frac{m^2 k_{14}}{\rho F},$$

$$k'_{21} = \frac{m^2 k_{12}}{\rho F}, \quad k'_{22} = \frac{m^4 k_{22} - m^2 P_z}{\rho F}, \quad k'_{23} = \frac{m^4 k_{23}}{\rho F}, \quad k'_{24} = \frac{m^2 k_{24}}{\rho F},$$

$$k'_{31} = \frac{m^2 k_{13}}{\rho F}, \quad k'_{32} = \frac{m^4 k_{23}}{\rho F}, \quad k'_{33} = \frac{m^4 k_{33} - \mu F + m^2 P_z}{\rho F}, \quad k'_{34} = \frac{m^2 k_{34}}{\rho F},$$

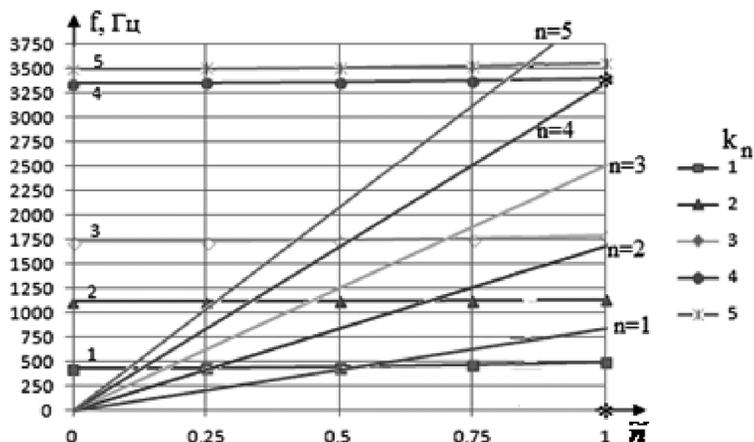
$$k'_{41} = \frac{m^2 k_{14}}{\rho I_p}, \quad k'_{42} = \frac{m^4 k_{24}}{\rho I_p}, \quad k'_{43} = \frac{m^4 k_{34}}{\rho I_p}, \quad k'_{44} = \frac{m^2 k_{44} + \mu(I_y - I_x) + m^2 P_0}{\rho I_p},$$

где  $\mu = \rho\Omega^2$ ;  $m = k_n/l$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ,  $\omega$  — собственные круговые частоты колебаний.

После определения из системы (20) собственных чисел несимметричной вещественной матрицы находят продольные, крутильные и изгибные собственные частоты слоистого стержня. После вычисления собственных векторов, соответствующих отдельному собственному числу матрицы (20), определяют формы колебания слоистого стержня по формуле (10).

Расчетные соотношения (21) устанавливают непосредственную зависимость собственных частот от упругих и динамических параметров отдельных компонентов композиции и позволяют путем их выбора управлять вибрационными характеристиками тела.

В качестве примера приводятся резонансные диаграммы для компрессорной лопатки из боралюминия. На рисунке 2 изображена резонансная диаграмма для первых пяти гармоник возбуждения на рабочем режиме  $\tilde{n} = 1$ .



**Рис. 2.** Резонансная диаграмма компрессорной лопатки из боралюминия для отстройки от первых пяти гармоник (1—5) возбуждения на рабочем режиме  $\tilde{n} = 1$   
 \* возможный режим возникновения автоколебания  
 [Resonance diagram of the compressor blades of boraluminum for the detuning of the first five harmonics (1—5) excitation operating mode  $\tilde{n} = 1$   
 \* the possible occurrence of self-oscillation mode]

Для данной компрессорной лопатки из боралюминия, как видно из рис. 2, отстройки потребуется от четвертой гармоники возбуждения на рабочем режиме  $\tilde{n} = 1$ .

В таблице 2 приведены первые пять гармоник неподвижной и вращающийся компрессорной лопатки равномерно по длине закрученные на угол  $\tau_0 = 0,006$  рад/мм из боралюминия длины 140 мм и получены пять собственных частот колебания (изгибные в плоскости меньшей жесткости  $f_v^{(i)}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), крутильная  $f_\theta$ , изгибная в плоскости большой жесткости  $f_u$ ).

Таблица 2

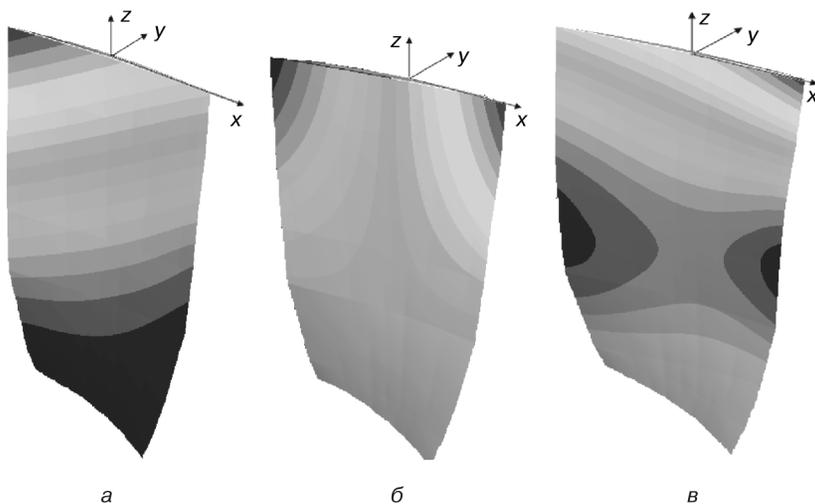
**Собственные частоты [The natural frequencies]**

	$\tilde{n}$	0	0,25	0,5	0,75	1
$k_n$						
1	$f_v^{(1)}$	426,07	430,38	443,03	463,42	490,33
2	$f_\theta$	1119,6	1120,9	1124,7	1131	1139,7
3	$f_v^{(2)}$	1733,2	1736,9	1748,1	1766,6	1791,9
4	$f_v^{(3)}$	3356,7	3359,8	3368,9	3384	3404,9
5	$f_v^{(4)}$	3504,2	3507,4	3517,2	3533,5	3556,1

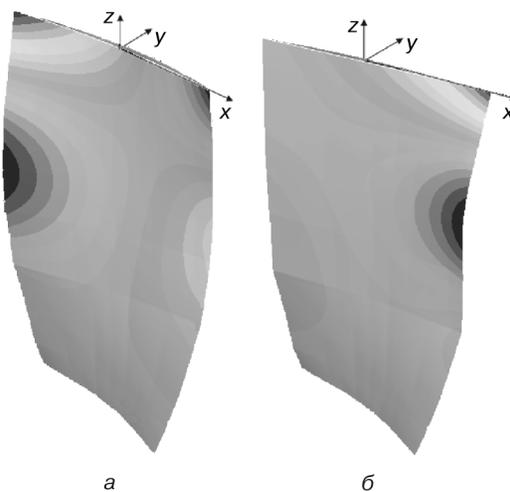
На рисунке 3 представлены узловые линии первой изгибной (а), второй (б — первой крутильной) и третьей (в — второй изгибной) формы собственных частот колебаний при  $\tilde{n} = 1$  на поверхности компрессорной лопатки со стороны корытца. На рисунке 4 представлены узловые линии четвертой (а) и пятой (б) формы собственных частот колебаний при  $\tilde{n} = 1$  на поверхности компрессорной лопатки со стороны корытца.

Применение стержневой теории к сложной модели, каковой является компрессорная лопатка, показывает, что формы колебаний будут смешанными и

имеют изгибные, крутильные, продольные перемещения одновременно. Поэтому особый интерес представляет поведение второй изгибной и первой крутильной форм из-за возможности возникновения на определенных рабочих режимах изгибно-крутильного флаттера. Отметим, что вопросы прогнозирования возможности возникновения флаттера выходят за рамки данной работы. Однако имеется определенный эффект, возникновения которого необходимо избегать на этапе эскизного проектирования лопатки из композиционных материалов.



**Рис. 3.** Узловые линии на поверхности корытца:  
*a* — первая изгибная; *б* — первая крутильная; *в* — вторая изгибная  
 [The nodal lines on the surface of the trough:  
*a* — bending first; *б* — the first torsional; *в* — the second bending]



**Рис. 4.** Узловые линии на поверхности корытца:  
*a* — изгибная в плоскости большой жесткости; *б* — изгибно-крутильная  
 [The nodal lines on the surface of the trough:  
*a* — bending stiffness in the plane of the big; *б* — flexural-torsional]

## Выводы

Показано, что путем выбора материала с учетом армирования отдельных слоев можно в широких пределах управлять уровнями напряжений и деформаций и собственными частотами колебаний при одних и тех же физических оборотах ротора. Сравнение значений частот первых трех форм колебаний, полученных в [9], показало удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными. Разработан алгоритм и пакет программ для определения НДС в композиционных анизотропных стержнях и лопатках с учетом слоистости материала. Расчет лопаток и стержней по этой методике позволяет учесть влияние на НДС каждого ортотропного слоя со своими свойствами формы и его геометрического расположения в теле лопатки. Составленная программа расчета на ЭВМ осуществляет выбор оптимальной структуры армирования конкретного многослойного стержня из ранее выбранного класса КМ [8]. Эффективность и достоверность разработанной программы подтверждена сравнением расчетных величин с результатами расчета по программе ANSYS.

© Нуриббетов А.У., Дудченко А.А., 2017

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] *Биценко К.Б., Граммель Р.* Техническая динамика. ГТТЛ. 1952. Т. 2. 220 с.
- [2] *Хронин Д.В.* Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1970.
- [3] *Воробьев Ю.С., Шорр Б.Ф.* Теория закрученных стержней. Киев: Наукова Думка, 1983. 188 с.
- [4] *Биргер И.А.* и др. Расчет на прочность деталей машин: справочник. М.: Машиностроение, 1993. 640 с.
- [5] *Sun S.T., Achenbach J.D.* Tim-harmonic trasverse and longitudinal motions of a laminated plate. Northwestern Univ.Struct. Mech Lab. T.R. № 63-1. Evenston. Illinois. 1969.
- [6] *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд. АН СССР, 1957. 520 с.
- [7] *Ахенбах Дж.Д.* Колебания и волны направленно-армированных композитах // Композиционные материалы. Т. 2. Механика композиционных материалов. М.: Мир, 1978.
- [8] *Дудченко А.А., Нуриббетов А.У.* Деформация естественно-закрученных многослойных анизотропных лопаток авиационных двигателей // Оборонный комплекс научно-техническому прогрессу России. 2015. № 2. С. 46—54.
- [9] *Каримбаев Т.Д., Нуриббетов А.У.* Собственные частоты колебаний слоистого композиционного стержня // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 5. С. 57—64.
- [10] *Меерович И.И.* Колебания прямоугольной плоской пластины. Динамика авиационных двигателей. М.: Оборонгиз, 1952. Вып. 8. С. 149—208.

### История статьи:

Дата поступления в редакцию: 11 декабря 2016

Дата принятия к печати: 22 января 2017

### Для цитирования:

**Нуриббетов А.У., Дудченко А.А.** Колебание многослойного естественно-закрученного стержня из анизотропных материалов в поле центробежных сил // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования.* 2017. Т. 18. № 1. С. 79—90.

**Сведения об авторах:**

*Нуримбетов Алибек Усипбаевич*, кандидат физ.-мат. наук, докторант кафедры прочности авиационных и ракетно-космических конструкций, Московский авиационный институт (МАИ). *Сфера научных интересов*: конструкции из композиционных материалов, многослойная композиционная лопатка, прочность и проектирование, статика, колебания. *Контактная информация*: e-mail: alibek\_55@mail.ru.

*Дудченко Александр Александрович*, доктор технических наук, профессор кафедры прочности авиационных и ракетно-космических конструкций, Московский авиационный институт (МАИ). *Сфера научных интересов*: авиационные конструкции, конструкции из композиционных материалов, механика разрушения, прочность и проектирование, статика, колебания. *Контактная информация*: e-mail: a\_dudchenko@mail.ru.

## **OSCILLATIONS MULTILAYERED COMPOSITE RODS FROM MATERIALS IN THE FIELD OF CENTRIFUGAL FORCES**

**A.U. Nurimbetov, A.A. Dudchenko**

Moscow Aviation Institute (National Research University)  
*Volokolamskoe shosse, 4, Moscow, Russia, 125993*

We study the vibrations of multilayer composite rod. In order to influence the definition-tion features multilayered rods, clarify the roles and forms orthotropy-layers fluctuations regarded rod of arbitrary cross section and a compressor blade Nye. The numerical results obtained for ratios compared with the results calculated by ANSYS program.

**Key words:** multi-layer, composite core, compressor blades, vibrations

### **REFERENCES**

- [1] Bisenko K.B., Grammel R. *Tehcnisheskay dinamika [Technical dynamics]*. GTTL, 1952. Vol. 2. 220 p.
- [2] Hronin D.V. *Teoriya i raschet kolebanij v dvigatel'nyh letatel'nyh apparatov*. M.: Mashinostroenie, 1970.
- [3] Vorobyov Yu.S., Shorr B.F. *Teoriya zakruchennykh sterzhnej [The theory of twisted bars]*. Kiev: Nauk; Dumka [Kiev sciences Dumka], 1983. 188 p.
- [4] Birger I.A. i dr. *Raschet na prochnost' detalej mashin: spravochnik [The calculation of the strength of machine parts. Directory]*. M.: Mashinostroenie [Engineering], 1993. 640 p.
- [5] Sun S.T., Achenbach J.D. *Tim-harmonic trasverse and longitudinal motions of a laminated plate*. Northwestern Univ. Struct. Mech. Lab. T.R. № 63-1. Evenston. Illinois. 1969. P. 546—559.
- [6] Brehovskik L.M. *Volny v sloistyy sredah [Waves in layered media]*. M.: Izd. AN SSSR [Publishing USSR academy of sciences], 1957. 520 p.
- [7] Achenbach J.D. *Kolebaniy i volny napravlenno-armirovannuh kompozitah. Kompozisinnue materialu [Oscillations and waves directionally reinforced composites. The book composites]*. M.: Mir, 1978. Pp. 354—400. (Mehanika kompozisinnuyh materialov: vol. 2) [Mechanics of Composite Materials: Volume 2].
- [8] Dudshenko A.A., Nurimbetov A.U. *Defomasiy estestvenno-zakrushennykh mnogoslainykh anizotropnykh lopatok aviasinykh dvigatelei [Deformation natural twisted anisotropic laminated blades of aircraft engines]*. Oboronnu kompleks — naushno-tehnisheskomu progressu Rossii.

М.: VIMI [Defensetion complex scientific and technical progress of russia. Federal state unitary enterprise VIMI], 2015. № 2. P. 46—54.

- [9] *Karimbayev T.D., Nurimbetov A.U.* The natural frequency of the composite laminated rod. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2015. № 5. P. 57—64.
- [10] *Meerovich I.I.* Kolebaniya pryamougol'noj ploskoj plastiny. *Dinamika aviacionnyx dvigatelej*. М.: Oborongiz, 1952. Вып.8. С. 149—208.

**Article history:**

Received: 11 December 2016

Accepted: 22 January 2017

**For citation:**

**Nurimbetov A.U., Dudchenko A.A. (2017) Oscillations multilayered composite rods from materials in the field of centrifugal forces. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 79—90.**

**Bio Note:**

*Alibek U. Nurimbetov*, Candidate of Phys-math. Sciences, doctoral candidate of the chair “Strength of aviation and rocket-and-space structures”, Moscow Aviation Institute (National Research University), “MAI”. *Research Interests*: structures of composite materials, laminated composite blade, durability and design, statics, vibrations. *Contact information*: e-mail: alibek\_55@mail.ru.

*Alexander A. Dudchenko*, Doctor of technical Sciences, Professor of “Strength of aviation and rocket-and-space structures”, Moscow Aviation Institute (National Research University), “MAI”. *Research Interests*: Aircraft structures, composite materials, fracture mechanics, strength and design, statics, vibrations. *Contact information*: e-mail: a\_dudchenko@mail.ru.



УДК 67.05

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-91-96

## АНАЛИЗ УСЛОВИЙ НАДЕЖНОГО ЗАКРЕПЛЕНИЯ ЗАГОТОВОК ПРИ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКЕ НА СТАНКАХ С ЧПУ

Ю.В. Белоусов

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана  
2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, Москва, Россия, 105005

В статье обоснованы условия надежного закрепления заготовок при токарной обработке на станках с ЧПУ. Получены математические выражения, выполнение которых гарантирует отсутствие повреждений при закреплении в патроне заготовок из пластичных и хрупких материалов. Приведены выражения, позволяющие определить минимальную длину закрепления заготовок в патроне для указанных материалов, а также для вычисления допускаемой силы резания. Показано, что за счет корректировки режимов обработки возможно избежать повреждения поверхностей заготовок при невозможности изменения длины их закрепления в патроне.

**Ключевые слова:** закрепление, заготовка упругие деформации, сила резания

Современные станки с ЧПУ отличаются высокой жесткостью, мощностью и производительностью за счет широкого диапазона частот вращения шпинделя и подач. На токарных станках заготовка устанавливается в патроне или цанге. При использовании современных режущих инструментов станки с ЧПУ обеспечивают обработку заготовок при повышенных режимах со значительными силами резания, что требует увеличения сил их закрепления. При этом возможно появление в местах взаимодействия кулачков патрона с заготовкой недопустимых пластических деформаций. Поэтому при расчетах условий надежного закрепления заготовок необходимо обеспечить отсутствие повреждения их поверхностей.

Под действием сил и моментов резания заготовка не должна проворачиваться в патроне и смещаться в осевом направлении. Кроме того, на поверхности заготовки недопустимо появление пластических деформаций от кулачков патрона.

Невыполнение условий надежного закрепления заготовок может привести к браку на производстве, поломке режущего инструмента.

Условие надежного закрепления заготовки в трехкулачковом патроне, исключющее ее поворот вокруг оси, обеспечивается, когда момент трения заготовки под действием сил нормального давления кулачков патрона будет больше момента резания:

$$M_{\text{тр}} > M_{\text{р}}, \quad (1)$$

где  $M_{\text{тр}}$  — момент трения заготовки о кулачки;  $M_{\text{р}}$  — момент резания при обработке заготовки.

Поскольку движение заготовки относительно кулачков патрона исключается, момент трения запишем в следующем виде:

$$M_{\text{тр}} = 3Nf_0R_1, \quad (2)$$

где  $N$  — сила нормального давления кулачков патрона на поверхность заготовки;  $f_0$  — коэффициент трения покоя;  $R_1$  — радиус поверхности заготовки.

Силу резания  $F_p$  находят расчетным путем по формулам теории резания в зависимости от режимов обработки заготовки, ее материала и материала рабочей части режущего инструмента. Момент резания:

$$M_p = F_pR_1. \quad (3)$$

Тогда с учетом (2) и (3) выражение (1) примет вид

$$3Nf_0R_1 = kF_pR_1, \quad (4)$$

где  $k$  — коэффициент запаса по несдвигаемости.

Отсюда сила нормального давления при надежном закреплении заготовки в трехкулачковом патроне

$$N = \frac{kF_p}{3f_0}. \quad (5)$$

Условие надежного закрепления заготовки при возникновении на ее поверхности только упругих деформаций обеспечивается, когда сила нормального давления кулачков будет меньше допустимой силы смятия поверхности заготовки  $F_{\text{см}}$ :

$$N < F_{\text{см}}. \quad (6)$$

Контакт заготовки с кулачком патрона можно представить как контакт цилиндра (заготовка) и детали с цилиндрической канавкой радиуса  $R_2$  (кулачок), причем радиус  $R_2$  несколько больше радиуса заготовки  $R_1$ .

Согласно [1] максимальное давление (напряжение) в зоне контакта в этом случае

$$q_{\text{max}} = 0,798 \sqrt{\frac{p \frac{R_2 - R_1}{2R_1R_2}}{\theta_1 + \theta_2}}, \quad (7)$$

где  $p = F_{\text{см}}/l$  — нагрузка на единицу длины контакта;  $l$  — длина закрепления заготовки в кулачках патрона;  $\theta_i = (1 - \mu_i^2)/E_i$  — упругие постоянные контактирующих тел;  $E_i$  — модуль продольной упругости;  $\mu_i$  — коэффициент Пуассона.

Допускаемое максимальное контактное давление на площадке соприкосновения кулачков с заготовкой при начальном контакте по линии для стальных

заготовок определим как для зубчатых колес с однородной структурой при их расчете на прочность при действии пиковой (статической) нагрузки [1]:

$$[q_{\max}] = 2,8\sigma_T, \quad (8)$$

где  $\sigma_T$  — предел текучести материала заготовки.

Для хрупких материалов, в частности для чугуна, допускаемое максимальное контактное давление найдем, используя формулу [1; 3]

$$[q_{\max}] = \frac{\sigma_{\text{в.сж}}}{0,56\sqrt[3]{m}}, \quad (9)$$

где  $m = \sigma_{\text{в.р}}/\sigma_{\text{в.сж}}$  — коэффициент хрупкости;  $\sigma_{\text{в.р}}$  — предел прочности на растяжение;  $\sigma_{\text{в.сж}}$  — предел прочности на сжатие.

Для чугуна, у которого  $\sigma_{\text{в.р}}/\sigma_{\text{в.сж}} = 1/3 \dots 1/5$ ,

$$[q_{\max}] = (2,58 \dots 2,83)\sigma_{\text{в.сж}}. \quad (10)$$

Тогда допускаемая сила смятия для стальных заготовок

$$[F_{\text{см}}] = 24,62\sigma_T^2 l(\theta_1 + \theta_2) \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (11)$$

С учетом того, что  $E_1 = E_2 = E$ , а  $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$ , допускаемая сила смятия стальных заготовок

$$[F_{\text{см}}] = 44,81\sigma_T^2 \frac{lR_1 R_2}{E(R_2 - R_1)}. \quad (12)$$

Допускаемая сила смятия, приводящая к повреждению поверхности чугунных заготовок:

$$[F_{\text{см}}] \approx 22,9\sigma_{\text{в.сж}}^2 l(\theta_1 + \theta_2) \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (13)$$

Поскольку  $E_1 \approx 0,67E$ , а  $\mu_1 = 0,25$  ( $E_1$  и  $\mu_1$  — упругие постоянные чугуна), допускаемая сила смятия для чугунных заготовок

$$[F_{\text{см}}] = 52,99\sigma_{\text{в.сж}}^2 \frac{lR_1 R_2}{E(R_2 - R_1)}. \quad (14)$$

Подставив в формулу (6) выражение (5) с учетом (11), получим условие отсутствия повреждения опорных поверхностей стальных заготовок в следующем виде:

$$\frac{kF_p}{3f_0} < 44,81\sigma_T^2 \frac{lR_1 R_2}{E(R_2 - R_1)}. \quad (15)$$

Аналогично для чугунов:

$$\frac{kF_p}{3f_0} < 52,99\sigma_{\text{в.сж}}^2 \frac{lR_1R_2}{E(R_2 - R_1)}. \quad (16)$$

Полученные выражения позволяют определить минимальную длину закрепления заготовки в кулачках, а также допустимую силу резания в случае, если длину закрепления заготовки ввиду ее конструкции изменить невозможно.

Минимальная длина закрепления в кулачках стальных заготовок

$$l_{\text{min}} = \frac{kF_p E(R_2 - R_1)}{134,43 f_0 \sigma_{\text{т}}^2 R_1 R_2}, \quad (17)$$

минимальная длина закрепления в кулачках чугунных заготовок

$$l_{\text{min}} = \frac{kF_p E(R_2 - R_1)}{158,97 \sigma_{\text{в.сж}}^2 R_1 R_2}. \quad (18)$$

Допустимая сила резания при обработке стальных заготовок

$$[F_p] = 134,43 f_0 \sigma_{\text{т}}^2 \frac{lR_1R_2}{kE(R_2 - R_1)}, \quad (19)$$

допустимая сила резания при обработке чугунных заготовок

$$[F_p] = 158,97 f_0 \sigma_{\text{в.сж}}^2 \frac{lR_1R_2}{kE(R_2 - R_1)}. \quad (20)$$

При выполнении условий (17)—(20) на поверхности заготовки возникают только упругие деформации. При невыполнении данных условий необходимо увеличить длину закрепления заготовки в патроне или уменьшить силу резания при ее обработке.

Под силой резания обычно понимается ее главная составляющая (вертикальная при токарной обработке). Она определяется по формуле теории резания, в которую входят режимы обработки. Упрощенное уравнение силы резания имеет вид [2]

$$F_p = K_p \sigma_{\text{в}} f_{\text{н}}, \quad (21)$$

где  $K_p$  — коэффициент резания (для большинства конструкционных сталей  $K_p = 2,3...2,8$ );  $\sigma_{\text{в}}$  — предел прочности материала заготовки;  $f_{\text{н}} = ab$  — площадь поперечного сечения срезаемого слоя.

Таким образом, корректируя режимы резания, в частности изменяя площадь поперечного сечения срезаемого слоя, можно добиться выполнения условий (19) и (20).

© Белоусов Ю.В., 2017

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] *Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б.* Расчет на прочность деталей машин: справочник. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1993. 640 с.
- [2] *Грановский Г.И., Грановский В.Г.* Резание металлов: учебник для машиностр. и приборостр. спец. вузов. М.: Высш. шк., 1985. 304 с.
- [3] *Deithard T.* Einteilige wealzfräezer vertreiben kosten aus der Scrienfertigung // *WB Werkstatt und Betried*. 2015. № 3. P. 30–32.

### История статьи:

Дата поступления в редакцию: 5 декабря 2016

Дата принятия к печати: 22 января 2017

### Для цитирования:

**Белоусов Ю.В.** Анализ условий надежного закрепления заготовок при токарной обработке на станках с ЧПУ // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2017. Т. 18. № 1. С. 91–96.

### Сведения об авторе:

*Белоусов Юрий Вениаминович*, кандидат технических наук, доцент кафедры основ конструирования машин, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана. *Сфера научных интересов*: детали машин, контактные задачи в машиностроении, упруго-контактные технологические системы. *Контактная информация*: e-mail: belou.80@mail.ru.

## ANALYSIS CONDITIONS FOR RELIABLE ATTACH OF WORKPIECES DURING LATHE MACHINING ON THE MASHINES WITH NUMERICAL SOFT-WARE CONTROL

Yu.V. Belousov

Bauman Moscow State Technical University  
*Baumanskaya 2-ya str., 5, Moscow, Russia, 105005*

In the article the conditions are properly secured work pieces when turning on CNC machines. The mathematical expressions that guarantee no damage while fixing in the chuck work pieces of ductile and brittle materials. Expressions allow determining the minimum length of the fastening pieces in the cartridge for these materials, as well as for the calculation of permissible cutting forces. It is shown that by adjusting the processing conditions may prevent damage to the work piece surfaces at the impossibility of changing their length in the fixing chuck.

**Key words:** binding, elastic deformations of the work piece, the cutting force

## REFERENCES

- [1] *Birger I.A., Shorr B.F., Iosilevich G.B.* (1993). Raschet na prochnost detalej mashin:spravochnik. 4-e izd., pererab. i dop. M.: Mashinostroenie, 640 s.

- [2] *Granovskij G.I., Granovskij V.G.* (1985). *Rezanie metallov: uchebnik dlya mashinostr. i priborostr. spets. vuzov.* М.: Vyssh. shk., 1985. 304 s.
- [3] *Deithard T.* Einteilige wealzfraezer vertreiben kosten aus der Scrienfertigung. *WB Werkstatt und Betried.* 2015. № 3. P. 30—32.

**Article history:**

Received: 5 December 2016

Accepted: 22 January 2017

**For citation:**

**Belousov Yu.V. (2017) Analysis conditions for reliable attach of workpieces during lathe machining on the mashines with numerical soft-ware control. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 91—96.**

**Bio Note:**

*Yury V. Belousov*, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Basics of Machinery Design, Bauman Moscow State Technical University. *Research Interests:* machine parts, contact issues in mechanical engineering, elastic contact technological systems. *Contact information:* e-mail: belou.80@mail.ru.



УДК 62-50, 519-714

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-97-106

## НЕЙРОСЕТЕВЫЕ ПОДХОДЫ К УПРАВЛЕНИЮ ПОТОКАМИ ТРАНСПОРТА \*

Д.Э. Казарян, В.А. Михалев, Е.А. Софронова

Инженерная академия  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

В работе рассматривается задача оптимального управления транспортными потоками. Представлена математическая модель для управления сигналами светофоров на основе теории управляемых сетей в виде системы нелинейных конечномерно-дифференцируемых уравнений. Для представления сети дорог большого размера в модели используются матрицы связей, которые описывают связи между входными и выходными участками подсетей. Управление транспортным потоком достигается за счет изменения активных фаз светофоров. Задачей управления является минимизация разницы между суммарным входным и выходным потоками всех подсетей. В статье представлен нейросетевой подход для корректировки параметров сети дорог.

**Ключевые слова:** управление транспортными потоками; искусственные нейронные сети

### Введение

Несмотря на многочисленные попытки, до сих пор не удалось получить качественную математическую модель управления городским движением. Такая модель должна определять функциональную зависимость параметров транспортных потоков от параметров управления. В наши дни транспортные потоки повсеместно регулируются посредством светофоров. Если удастся получить достаточно точную математическую модель потоков транспорта, мы сможем определять оптимальную длительность фаз сигналов светофоров для достижения максимальной пропускной способности узла дорожной сети.

Достаточно точная математическая модель управления дорожным движением, работающая в режиме предсказания, будет отображать оценку оптимальных параметров управления, а также принимать корректные решения в экстренных ситуациях.

Известные математические модели дорожного движения [1–7; 12] учитывают только средние значения потоков, а не точное количество машин на каждом участке дорог в конкретный момент.

---

\* Работа выполнена по гранту РФФИ №16-08-00639-а «Исследование и разработка методов синтеза идентификационного управления транспортными потоками в сетях городских дорог».

В работе мы пытаемся получить точное количество машин в каждый момент на каждом участке всей сети дорог. Рассматриваем применение искусственной нейронной сети для определения и уточнения параметров перекрестков. Данная модель значительно отличается от наших предыдущих разработок.

Математическая модель дорожного движения строится на основе теории управляемых сетей [8—11]. Такая модель учитывает сеть и структуру дорог, ее изменение соответственно сигналам светофоров и позволяет рассчитывать состояние потоков в каждый момент времени. В работах [10; 11] мы дополнили модель введением подсетей, из которых собирается полная сеть. Главной сложностью стало определение точных значений пропускных способностей маневров и количественных параметров распределения потоков. В работе [7-8] для определения этих параметров используем искусственную нейронную сеть с учителем (ИНС).

### **Обзор применения нейросетей для управления транспортными потоками**

Искусственные нейросети широко используются в управлении транспортными потоками в дорожной сети. Рассмотрим некоторые из последних работ в этой области.

Клеточные нейронные сети для задачи управления светофорами на отдельных перекрестках, т.е. без учета взаимовлияния режимов работы светофоров на соседних участках сети рассмотрены в [14]. В этой работе минимизируется суммарная задержка автомобилей на перекрестке. Для целей моделирования задержка потока, определяемая фазой работы светофоров, рассматривается как квадратичная функция от длительности зеленого света в этой фазе. На длительность зеленого света накладываются как линейные, так и нелинейные ограничения типа равенств.

В статье [15] приводится сравнение классических ИНС и нечетких контроллеров в качестве систем управления светофорами. Авторы предлагают использовать нейронную сеть с одним скрытым слоем, на вход которой подается вектор с количеством простаивающих перед каждым светофором машин, а на выходе получают длительность каждой фазы. ИНС обучается методом генетического алгоритма.

В работе [16] рассматриваются «вдохновленные биологией» нейронные сети (BiNN) для управления перекрестком. В таких методах делается упор на исследование динамики в отличие от классических ИНС, в которых в основном рассматриваются процедуры обучения. BiNN исследуется на модели сложного перекрестка. Структура BiNN следующая: входные нейроны описывают очередь транспортных средств на каждой полосе. Выходные нейроны соответствуют фазам на полосах. Все выходные нейроны связаны с ингибиторными нейронами, подавляющими активность прочих выходных нейронов. Длительность фаз ограничивается уравнением, описывающим концепцию «имманентной пластичности» нейрона.

В статье [17] рассматривается глубокая сверточная искусственная нейросеть для адаптивного управления трафиком. Для обучения ИНС используется обучение с подкреплением. В терминологии парадигмы обучения с подкреплением ИНС называется агентом. Входной сигнал в ИНС формируется из предложенного авторами пространства состояний — дискретного кодирования состояния трафика (DTSE). В DTSE каждая полоса длиной  $l$  разбивается на «ячейки»

длинной  $c$ . Авторы отмечают, что выбор  $c$  важен для динамики системы управления. Предлагается следующая нейросетевая архитектура. Используются две нейросети с идентичной структурой, но различным набором входных сигналов. В первую на вход подается бинарный вектор описывающий наличие/отсутствие автомобиля на участке дороги, во вторую вектор действительных чисел, описывающий скорости автомобилей на участках дорог. Развернутые в вектор выходы нейросетей склеиваются друг с другом и с текущим состоянием фаз и подаются на вход полносвязной ИНС. Выходом из ИНС является индикаторный вектор, показывающий действие, которое агент должен совершить, а именно содержит номер фазы которую следует включить.

В работах [14–16] на выходах нейросетей получают длины фаз, а в работе [17] выходом является решение, какую из фаз переключить. В нашем подходе выходом является предсказанный нейросетью транспортный поток в следующий момент времени. Чем точнее прогноз, тем ближе к реальности параметры ИНС описывают параметры сети дорог. Чем точнее определены параметры сети дорог, тем ближе к истине оптимальное решение, найденное с помощью модели.

### Математические модели транспортных потоков на основе теории управляемых сетей

**Модель одной сети.** Математическая модель транспортных потоков на основе управляемых сетей [8–11] имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) = & \mathbf{x}(k-1) - ((\mathbf{x}(k-1)\mathbf{1}_L^T) \odot \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{D} - \\ & - ((\mathbf{x}(k-1)\mathbf{1}_L^T) \odot \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{D} \div \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{B}))\mathbf{1}_L + \\ & + ((\mathbf{x}(k-1)\mathbf{1}_L^T) \odot \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{D} - ((\mathbf{x}(k-1)\mathbf{1}_L^T) \odot \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{D} \div \\ & \div \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{B}))^T\mathbf{1}_L + \boldsymbol{\delta}(k), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $L$  — количество участков дорог;  $\odot$  — Адамарово произведение матриц,  $\boldsymbol{\delta}(k) = [\delta_1(k) \dots \delta_L(k)]^T$ ;  $\delta_i(k)$  значение приходящего потока на участок  $i$ ,  $i = 1, \dots, L$ , задается случайно;

— матрица смежности графа основной сети

$$\mathbf{A} = [a_{ij}], a_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = 1, \dots, L; \quad (2)$$

— матрица пропускных способностей

$$\mathbf{B} = [b_{ij}], b_{ij} \in \mathbf{R}_+^1 \cup \{0\}, \quad (3)$$

где  $b_{ij}$  описывает поток с участка дороги  $i$  на дорогу  $j$  в какой-то временной промежуток;

— матрица распределения

$$\mathbf{D} = [d_{ij}], d_{ij} \in [0; 1], \quad (4)$$

где  $d_{ij}$  показывает какая часть потока на участке  $i$  совершает маневр на участок  $j$ .

Все участки дорог должны удовлетворять (5)

$$\sum_{j=1}^L d_{i,j} = 1, i = 1, \dots, L; \quad (5)$$

— управляющий вектор

$$\mathbf{u} = [u_1 \dots u_M]^T, u_i \in \{0, \dots, u_i^+\}, \quad (6)$$

где  $u_i$  номер фазы светофора на перекрестке  $i$ ;  $u_i^+$  — максимальное количество активных фаз на светофоре  $i$ ,  $i = 1, \dots, M$ ;  $M$  — количество перекрестков в сети;

— матрица конфигураций, которая также является матрицей смежности неполного графа

$$\mathbf{A}(\mathbf{u}) = [a_{i,j}(\mathbf{u})],$$

$$a_{i,j}(\mathbf{u}) = \begin{cases} 1, & \text{если } a_{i,j} = 1, u_{c_{i,j}} \in \{F_{i,j}\}; \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}; \quad (7)$$

— матрица управления

$$\mathbf{C} = [c_{i,j}], c_{i,j} \in \{1, \dots, M\}, \quad (8)$$

где  $c_{i,j}$  — номер перекрестка на котором находится маневр с участка  $i$  на участок  $j$ ;

— матрица фаз светофоров

$$\mathbf{F} = [F_{i,j}], i, j = 1, \dots, L, \quad (9)$$

где  $F_{i,j} = \{f_{i,j,1}, \dots, f_{i,j,k(c_{i,j})}\}; f_{i,j,r} \in \{0, u_{c_{i,j}}^+\}; 1 \leq r \leq k(c_{i,j}); u_{c_{i,j}}^+$  — максимальное количество активных фаз на перекрестке  $c_{i,j}$ ;  $k(c_{i,j})$  — максимальная длина фазы светофора, которая разрешает маневр с участка  $i$  на участок  $j$  на перекрестке  $c_{i,j}$ ;  $F_{i,j}$  — набор индексов фаз, которые разрешают маневр с участка  $i$  на участок  $j$ .

Все матрицы одинаковы по своей структуре:  $b_{i,j} > 0$ ;  $c_{i,j} > 0$ ;  $d_{i,j} > 0$ ;  $F_{i,j} \neq \emptyset$ , если  $a_{i,j} = 1$ , иначе  $b_{i,j} = 0$ ,  $c_{i,j} = 0$ ,  $d_{i,j} = 0$ ,  $F_{i,j} = \emptyset$ ;

Для описания параметров дорожного потока вводим временные интервалы,  $\Delta t$ . Считаем, что длины всех фаз являются целыми числами,  $\Delta t$ . Так же считаем, что светофоры синхронизированы, так что отсчет целых временных интервалов на всех светофорах сети происходит одновременно. Для описания количественных характеристик потока для каждого участка дорог используем вектор состояния потока

$$\mathbf{x}(t_k) = [x_1(t_k) \dots x_L(t_k)]^T, \quad (10)$$

где  $x_j(t_k)$  — количество машин на участке  $j$  в момент  $t_k$ ,  $x_j(t_k) \in \mathbf{R}^1, j = 1, \dots, L, k = 0, \dots, N, N$  — количество интервалов управления.

**Модель с подсетями.** При расширении модели (1) за счет добавления перекрестков необходимо формировать новые матрицы. С целью исключения этой процедуры была разработана модель транспортных потоков с подсетями [10; 11].

Рассмотрим обширную сеть дорог из  $K$  подсетей. Модели подсетей представляем в виде набора матриц отдельных моделей:  $(A^l(\mathbf{u}k)), \mathbf{B}^l, \mathbf{C}^l, \mathbf{D}^l, \mathbf{F}^l; l = 1, \dots, K$ .

Для соединения моделей всех подсетей в одну сеть введем матрицы соединений для каждой подсети

$$\mathbf{R}^l = [r_{l,i,j}], i = 1, \dots, n_{l,1}, j, l = 1, K, \quad (11)$$

где  $r_{l,i,j}$  — номер элемента в векторе входных участков для участка  $j$ ;  $n_{l,1}$  — количество выходных дорог в подсети  $l$ .

Для каждого участка дорог модель должна иметь векторы входных и выходных дорог

$$\mathbf{v}^l = [v_{l,1} \dots v_{l,n_{l,0}}]^T, \quad (12)$$

$$\mathbf{w}^l = [w_{l,1} \dots w_{l,n_{l,1}}]^T, \quad (13)$$

где  $v_{l,i}$  — индекс входной дороги в подсеть  $l, i = 1, \dots, n_{l,0}$ ;  $n_{l,0}$  — количество входных дорог в подсеть,  $w_{l,j}$  — индекс выходной дороги из подсети  $l, j = 1, \dots, n_{l,1}$ .

Использование соединительных матриц позволяет моделировать динамику потоков на всех подсетях одновременно. На каждом интервале  $\Delta t$  пересчитываем вектор потока в соответствии с соединительными матрицами

$$\forall r_{l,i,j} = \gamma \neq 0, x_{j,\alpha}(t_k) = x_{i,\beta}(t_k), \quad (14)$$

где  $i = 1, \dots, n_{l,1}; j, l = 1, \dots, K; \alpha = v_{j,\gamma}; \beta = w_{l,i}$ .

### Искусственная нейронная сеть для определения параметров модели

Математическая модель системы управления транспортными потоками (1) содержит в себе параметры, которые необходимо получить экспериментально для каждого перекрестка. Среди этих параметров элементы матрицы пропускных способностей  $\mathbf{B}$  и матрицы распределений  $\mathbf{D}$ . Пропускная способность маневра  $b_{i,j}$  с участка дороги  $i$  на участок  $j$  определяет количество автомобилей, способных совершить этот маневр за один интервал времени. Пропускная способность маневра  $b_{i,j}$  зависит от пространственных характеристик перекрестка, скорости автомобиля и количества автомобилей на участках  $i$  и  $j$ .

Элементы  $d_{i,j}$  матрицы распределений  $\mathbf{D}$  определяют доли потока автомобилей, которые совершают маневр с участка дороги  $i$  на участок  $j$ . Сумма этих долей равна потоку на участке  $i$ . Значения параметров  $d_{i,j}$  зависят от маршрутов всех автомобилей и могут изменяться в зависимости от времени суток, дня недели и сезона.

Для определения параметров пропускных способностей  $\mathbf{B}$  и распределений  $\mathbf{D}$  модели (1) мы используем двухслойную неполносвязную ИНС.

Архитектура ИНС выбирается соответственно взаимосвязям дорог на перекрестках, значения весов ИНС совпадают с параметрами пропускных способностей и распределений потоков. На вход подаются значения потоков на участках дорог в некоторый момент времени, а на выход — потоки на участках дорог в следующий момент времени.

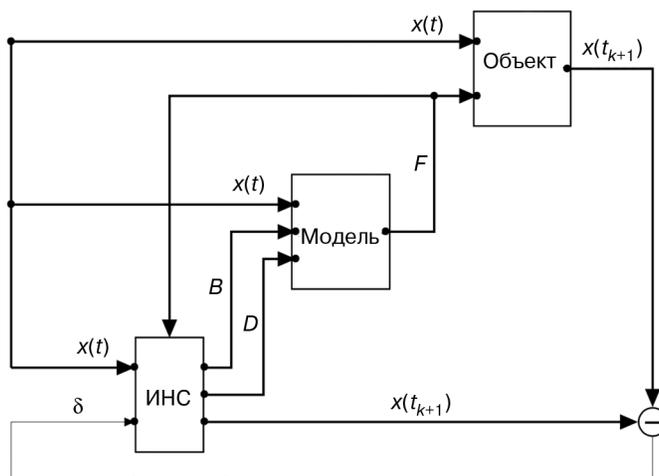
Структура ИНС определяется структурой перекрестка: входной слой состоит из  $N_0$  входов, где  $N_0 = n$ ,  $n$  — количество входных участков дорог на перекрестке. Каждый вход связан с  $m_i$  нейронов скрытого слоя, где  $m_i$  — количество маневров, которые возможно совершить с участка  $i$ . Количество нейронов скрытого слоя задается равным сумме количества маневров, возможных со всех входных участ-

ков дорог перекрестка,  $N_1 = \sum_{i=0}^{N_0-1} \sum_{j=0}^{m_i-1} j$ . Значения весов для скрытого слоя,  $\mu_{ij}$  опре-

деляет параметры матриц пропускных способностей  $\mathbf{B}$  и распределений  $\mathbf{D}$ , как  $\mu_{ij} = d_{ij}/b_{ij}$ . Функцией активации нейронов скрытого слоя выбрана кусочно-линейная функция.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases} \quad (15)$$

Каждый нейрон скрытого слоя связан только с одним элементом выходного слоя, при этом  $N_2 \leq N_1$ , и каждый нейрон выходного слоя определяет выходной участок дороги, отходящей от перекрестка. Несколько нейронов скрытого слоя могут иметь связи с одним нейроном выходного слоя. Так как выходной слой определяет выходные участки дорог, связь со скрытым слоем определяет маневр с участка дороги  $i$  на выходной участок дороги  $j$ . Значения весов для выходного слоя определяют параметры матрицы пропускных способностей  $\mathbf{B}$  как  $v_{ij} = b_{ij}$ .



**Рис. 1.** Структура управления транспортными потоками с ИНС  
[Structure of ANN application]

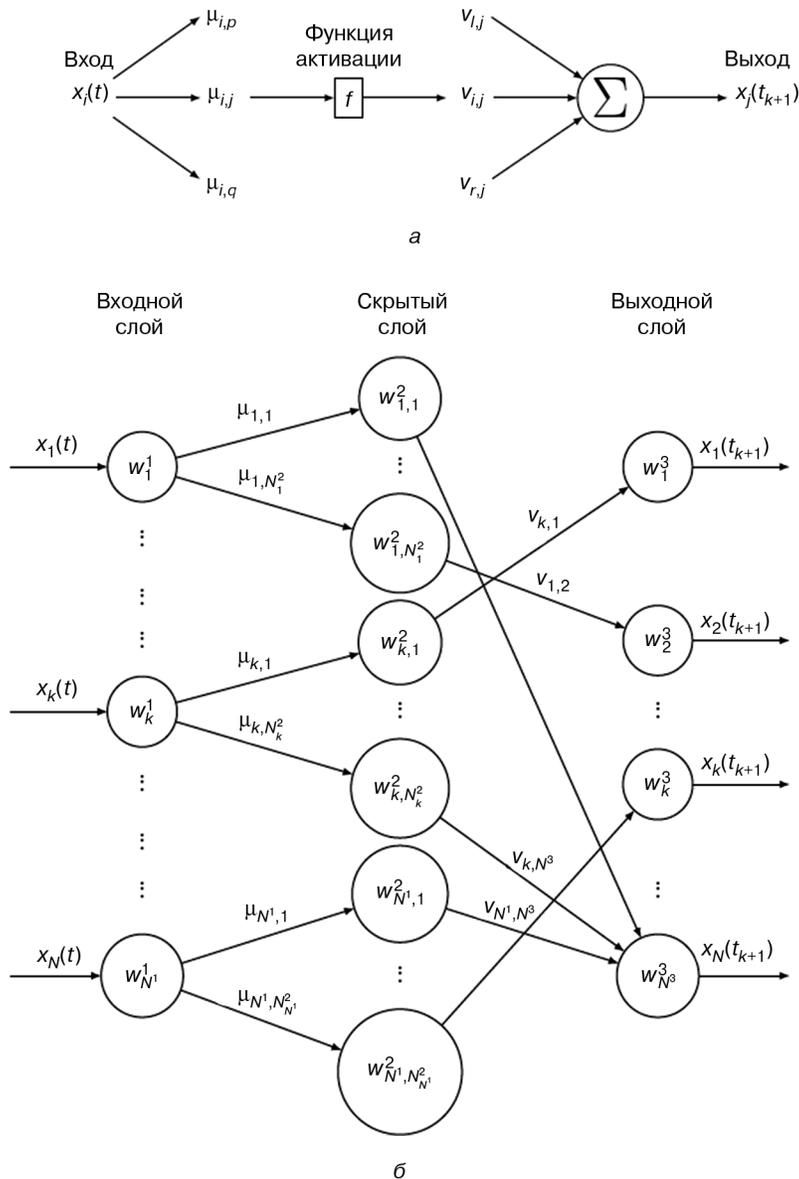


Рис. 2. Структурная схема ИНС

Для обучения ИНС используется алгоритм обратного распространения ошибки методом стохастического градиентного спуска. В качестве обучающих пар на вход подается вектор потоков  $x_{i,j}$  на входных участках дорог на перекрестке в момент времени  $t_k$ , а на выход соответствующий вектор потоков на выходных участках дорог  $x_{i,j}$  в момент времени  $t_{k+1}$ .

Таким образом, веса  $\mu$  и  $\nu$  обученной ИНС однозначно описывают параметры пропускных способностей  $\mathbf{B}$  и распределений потоков  $\mathbf{D}$  перекрестка, для любых  $i$  и  $j$ :

$$b_{i,j} = \nu_{i,j}, \quad d_{i,j} = \mu_{i,j} \cdot \nu_{i,j}.$$

Представленная ИНС может использоваться как для уточнения параметров модели, изменяющихся во времени, так и для полной идентификации параметров пропускных способностей **B** и распределений потоков **D**. Структурная схема управления транспортными потоками с использованием ИНС представлена на рис. 1. В контуре управления применяем двухслойную нейронную сеть, схематичное представление которой приведено на рис. 2.

### Выводы

В статье представлено описание нейросетевого подхода для решения задачи управления транспортными потоками в сети городских дорог. Управление транспортными потоками осуществляется в следствии решения задачи оптимального управления на математической модели, построенной на основе теории управляемых сетей. ИНС обеспечивает настройку параметров модели при возникновении расхождения между выходными данными, полученными на модели, и выходными данными на реальном объекте, участке сети дорог.

© Казарян Д.Э., Михалев В.А., Софронова Е.А., 2017

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК/REFERENCES

- [1] M.J. Lighthill and F.R.S. Whitham. “On kinetic waves II. A theory of traffic flow on crowded roads”, Proc. of the Royal Society Ser. A., vol. 229, № 1178, pp. 317—345, 1995.
- [2] V. Mauro. “Road Network Control”. In M. Papageorgious, editor, Concise Encyclopedia of Traffic and transportation Systems. Advanced in Systems, Control in Information Engineering, pp. 361—366. Pergamon Press, 1991.
- [3] S.A. Ardekani and R. Herman. “Urban Network-Wide Variables and Their Relations”, Transportation Science, vol. 21, № 1, 1987.
- [4] A.A. Assad. “Multicommodity network flows — a survey”, Networks, vol. 8, № 1, pp. 37—91, 1978.
- [5] T. Peter. “Modeling nonlinear road traffic networks for junction control”, Int. J. of Applied Mathematics and Computer Sciences, 2012, vol. 22, No. 3, pp. 723—732.
- [6] K.-H. Chao, R.-H. Lee, M.-H. Wang “An Intelligent Traffic Light Control Based on Extension Neural Network” Proceedings 12th International Conference, KES 2008, Zagreb, Croatia, September 3-5, 2008, Part I. pp. 17—24.
- [7] J. Hu, D. Zhao, F. Zhu “Neural network based online traffic signal controller design with reinforcement training” Proc. 14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). 5-7 Oct. 2011. Pp. 1045—1060/
- [8] A.I. Diveev. “Controlled networks and their applications”, Computational Mathematics and Mathematical Physics, vol. 48, № 8, pp. 1428—1442, 2008.
- [9] G.H.A. Alnovani, A.I. Diveev, K.A Pupkov and E.A. Sofronova. “Control Synthesis for Traffic Simulation in the Urban Road Network”. Proc. of the 18th IFAC World Congress, Milano, Italy August 28 — September 2, 2011, pp. 2196—2201.
- [10] A.I. Diveev and E.A. Sofronova. “Synthesis of Intelligent Control of Traffic Flows in Urban Roads Based on the Logical Network Operator Method”, Proceedings of European Control Conference (ECC-2013) July 17-19, 2013, Zürich, Switzerland, pp. 3512—3517.
- [11] A. Diveev, E. Sofronova, V. Mikhalev 2016 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, SMC 2016 - Conference Proceedings 7844705, pp. 3051—3056.
- [12] Tu, Y.L., W.J. Zhang, X.Liu., W. Li, C-L. Chai, Ralph Deters et al., 2008. A disaster response management system based on control systems technology, Int. J. of Critical Infrastructures, 4(3), pp. 274—285

- [13] J.W. Wang, W.H. Ip, W.J. Zhang. An integrated road construction and resource planning approach to the evacuation of victims from single source to multiple destinations. *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on* 11 (2), 277–289.
- [14] J.C. Chedjou, K. Kyamakya. Cellular neural networks based local traffic signals control at a junction/intersection. *Proceedings of the 1st IFAC Conference on Embedded Systems 2012 (CESCIT-2012) 3-5 April, 2012, Wurzburg, Germany*, pp. 81–85.
- [15] S. Araghi, A. Khosravi, D. Creighton. Optimal design of traffic signal controller, using neural networks and fuzzy logic systems. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks 2014 (IJCNN) 6-11 July, 2014, Beijing, China*, pp. 42–47.
- [16] G.B. Castro, J.C. Martini, A. Hirakawa. Biologically-inspired neural network for traffic signal control. *Proc. of 17th International Conference on Intelligent Transportation Systems 2014 (ITSC) 8-11 October, 2014, Qingdao, China*, pp. 2144–2149.
- [17] W. Genders, S. Razavi. Using a deep reinforcement learning agent for traffic signal control. Submitted to IEEE for publication on 3 November 2016.

**История статьи:**

Дата поступления в редакцию: 5 октября 2016

Дата принятия к печати: 22 ноября 2016

**Для цитирования:**

**Казарян Д.Э., Михалев В.А., Софронова Е.А. Нейросетевые подходы к управлению потоками транспорта // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2017. Т. 18 № 1. С. 97–106.**

**Сведения об авторах:**

*Казарян Давид Эдуардович*, старший преподаватель департамента механики и мехатроники, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: машинное обучение, искусственный интеллект, искусственные нейронные сети, вычислительные методы для решения задач управления. *Контактная информация*: kazaryan.david@gmail.com.

*Михалев Василий Андреевич*, аспирант департамента механики и мехатроники, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: искусственный интеллект, искусственные нейронные сети, программирование. *Контактная информация*: vasilij.mihalev@yandex.ru.

*Софронова Елена Анатольевна*, кандидат технических наук, заместитель директора по научной работе, доцент департамента механики и мехатроники, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: вычислительные методы для решения задач управления, синтез и идентификация систем управления. *Контактная информация*: sofronova\_ea@mail.ru.

## ARTIFICIAL NEURAL NETWORK APPROACH TO TRAFFIC FLOW CONTROL

D.E. Kazaryan, V.A. Mihalyev, E.A. Sofronova

Academy of Engineering  
Peoples' Friendship University of Russia  
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198

A problem of optimal urban traffic flows control is considered. A mathematical model of control by the traffic lights at intersections using the controlled networks theory is given. It is a system of nonlinear finite-differential equations. To present a large scale road networks the model contains the connection matrices that describe interactions between input and output roads in subnetworks. The traffic flow control is performed by the coordination of active phases of traffic lights. A control goal is to minimize the difference between the total input flow and total output flow for all subnetworks. In this paper, a neural network approach for urban traffic road network parameters adjustment is presented. A simulation is conducted under a microscopic traffic simulation software CTraf. Results demonstrate that neural network reinforcement training obtain good parameters of the network model.

**Key words:** traffic flow control, artificial neural networks

### Article history:

Received: October 5, 2016

Accepted: November 22, 2016

### For citation:

**Kazaryan, D.E., Mikhalev, V.A., Sofronova E.A. (2017) Artificial neural network approach to traffic flow control. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 97–106.**

### Bio Note:

*David E. Kazaryan*, senior lecturer of department Mechanics and mechatronics, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia. *Research Interests:* machine learning, artificial intelligence, artificial neural networks, computational methods for control problems. *Contact information:* kazaryan.david@gmail.com.

*Vasily A. Mikhalev*, PhD student, department Mechanics and mechatronics, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia. *Research Interests:* artificial intelligence, artificial neural networks, programming. Computational methods for problems of control. *Contact information:* vasily.mihalev@yandex.ru.

*Elena A. Sofronova*, candidate of technical sciences, deputy director for research, associate professor Mechanics and Mechatronics department, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia. *Research Interests:* computational methods for control problems, synthesis and identification of control systems. *Contact information:* sofronova\_ea@mail.ru.



УДК 681.326.32

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-107-114

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМНОЙ ДИФфуЗИИ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СРЕДЫ

А.В. Назаров

Московский авиационный институт  
ул. Новая Басманная, д. 16-а, Москва, Россия, 107078

Представлены результаты компьютерного моделирования процесса взаимной диффузии двухкомпонентной среды. Разработан и апробирован алгоритм моделирования диффузии в двухкомпонентной равнообъемной среде методом клеточного автомата, а также алгоритм моделирования диффузии в неравнообъемной среде методом прямого моделирования Монте-Карло. В результате моделирования определена зависимость длительности процесса диффузии от числа частиц, принимающих участие в процессе, и построен график влияния соотношения компонентов среды на длительность диффузионного процесса, которые могут быть использованы для практической оценки параметров реального диффузионного процесса.

**Ключевые слова:** диффузия, клеточный автомат, метод Монте-Карло, клеточный автомат, длительность диффузионного процесса, дискретное рабочее поле

### Введение

Решение задач, связанных с процессами переноса, является в настоящее время весьма актуальным направлением научных исследований в области твердотельной электроники [1]. К числу таких задач относится, в частности, диффузия примесей, являющаяся основой ряда технологических операций и играющая важную роль в деградации электрофизических свойств элементов твердотельной электроники [2].

Важным при исследовании процессов диффузии является создание компьютерных моделей, которые адекватно описывают результаты, получаемые экспериментально и позволяющие прогнозировать электрофизические свойства формируемых элементов твердотельной электроники. Вследствие уменьшения размеров элементов все большее значение приобретает именно двумерное математическое моделирование технологических процессов [3].

Известные двумерные математические модели процессов диффузии, предложенные Фишером, Уипплом, Судзукой, Смолуховским, строятся на основе законов Фика. Для аналитического решения систем диффузионных уравнений авторы используют приближенные методы, такие как синус-преобразования и косинус-преобразования Фурье, преобразования Лапласа и др. Учет действия внешних электрических полей и упругих напряжений в этих работах не учитывается, что приводит к ограниченной возможности их применения в ряде практически важных задач.

Численные методы свободны от некоторых упрощений, используемых при аналитических решениях диффузионных задач, и позволяют снизить трудоемкость расчетов. В настоящее время наиболее распространенным методом численного решения диффузионных уравнений является классический метод конечных разностей [4].

Как видим, до настоящего времени не разработано достаточно полной общей теории, позволяющей сделать точный расчет характеристик диффузионного процесса, а существующие теории описывают реальные процессы либо для частных случаев и определенных условий проведения процесса, либо для создания диффузионных слоев при относительно низких концентрациях и достаточно больших глубинах введения примеси. Причиной этого является многообразие процессов, протекающих в твердом теле при диффузии, таких как взаимодействие атомов различных примесей друг с другом и с атомами полупроводника, механические напряжения и деформации в решетке кристалла, влияние окружающей среды и других условий проведения процесса. В связи с этим актуальным вопросом является разработка алгоритмов прогнозирования временных характеристик диффузионного процесса, а также зависимости указанных характеристик от объемного состава участвующих в диффузионном процессе материалов. Исследованию данного вопроса посвящен материал данной статьи, причем для компьютерного моделирования выбран метод клеточных автоматов [5].

### **Предлагаемый метод**

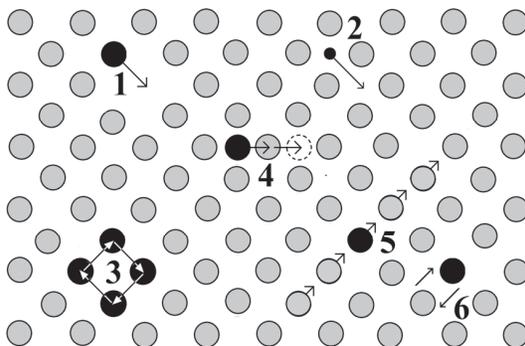
Для построения компьютерной модели диффузионного процесса необходимо рассмотреть основные ее механизмы. Диффузия — неравновесный процесс, вызываемый молекулярным тепловым движением и приводящий к установлению равновесного распределения концентраций внутри фаз. Диффузия обусловлена хаотическим тепловым движением атомов, сопровождаемым их переносом, причем последний может стать направленным под действием градиента концентрации или температуры. Диффундировать могут как собственные атомы решетки (самодиффузия или гомодиффузия), так и атомы других химических элементов, растворенных в полупроводнике (примесная или гетеродиффузия), а также точечные дефекты структуры кристалла — междоузельные атомы и вакансии.

Для более конкретного изложения материала выберем для моделирования механизм диффузии примесей в полупроводнике с различным типом проводимости. В настоящее время используются три метода введения примеси: термическая диффузия, нейтронно-трансмутационное легирование и ионная имплантация (ионное легирование). С уменьшением размеров элементов интегральных микросхем и толщин легируемых слоев преимущественно используется метод нейтронно-трансмутационного легирования. Однако и диффузионный процесс не теряет своего значения, тем более что при отжиге полупроводника после ионного легирования распределение примеси подчиняется общим законам диффузии.

В качестве механизмов, инициирующих перемещение атомов по кристаллу, можно отметить следующие: прямой и кольцевой обмен атомов местами, перемещение атомов по междоузлиям, так называемая эстафетная диффузия; пере-

мещение атомов по вакансиям; диссоциативное перемещение и миграция по протяженным дефектам.

Схема возможных механизмов диффузии атомов в кристаллах показана на рис. 1 [5]. Для компьютерного моделирования формализуем следующие основные механизмы диффузии: вакансионный, межузельный, а также прямой и кольцевой обмен атомов местами, причем моделирование процесса включения каждого из перечисленных механизмов в модель дискретного рабочего поля диффузии будем производить вероятностным методом.



**Рис. 1.** Вакансионный (1), межузельный (2), кольцевой (3), диссоциативный (4), эстафетный (5) и обменный (6) механизмы диффузии в кристаллах  
[The vacancy (1), interstitial (2), the ring (3), dissociative (4), the relay (5) and the exchange (6) diffusion mechanisms crystals]

Механизм перемещения по вакансиям заключается в миграции атомов по кристаллической решетке при помощи вакансий, которые существуют в любом кристалле — это места в решетке без атомов. Атомы вокруг вакансии колеблются и, получив определенную энергию, один из этих атомов может перескочить на место вакансии и занять ее место в решетке, в свою очередь, оставив за собой вакансию.

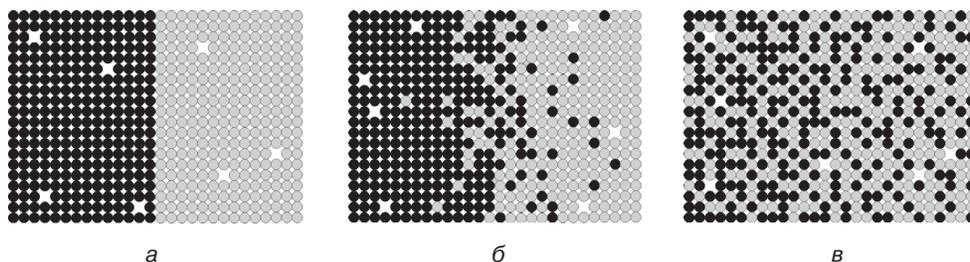
Механизм перемещения по междоузлиям заключается в переносе вещества межузельными атомами. Диффузия по такому механизму происходит интенсивно, если в кристалле по каким-то причинам присутствует большое количество межузельных атомов и они легко перемещаются по решетке. Такой механизм диффузии предполагается, например, для азота в алмазе.

Прямой обмен атомов местами заключается в том, что два соседних атома одним «прыжком» обмениваются местами в решетке кристалла. Кольцевой обмен атомов местами является общим случаем их прямого обмена.

В любом процессе диффузии, как правило, имеют место все перечисленные механизмы движения атомов. При гетеродиффузии по крайней мере один из атомов является примесным. Однако вероятность протекания этих процессов в кристалле различна.

Целью данной работы является моделирование диффузионного процесса в равнообъемной среде с использованием модели клеточного автомата [4]. Моделирование в клеточном автомате элементарной операции общего диффузионного процесса — перемещения частицы из одного положения в другое — подразуме-

вает пошаговое копирование ее в «новом» месте дискретного рабочего поля с одновременным удалением его со «старого» места. Клеточный автомат двухкомпонентной среды визуально представляет собой набор кругов двух цветов (рис. 2, а).



**Рис. 2.** Модель двухкомпонентной среды: а) исходная; б) в начальной; в) в завершающей стадии диффузионного процесса

[Model binary medium: a) Initial; b) primary; c) in the final stage of the diffusion process]

Принцип действия клеточного автомата вытекает из практического наблюдения за физикой процесса диффузии: в природе при встрече двух молекул они просто обмениваются местами. Реализовать такой механизм с помощью клеточного автомата можно, если разбить все множество его клеток на четные и нечетные пары (блоки). Далее можно запустить клеточный автомат, определив для него следующее правило: на нечетном шаге производить обмен содержимого клеток внутри его нечетных блоков, а на четном — содержимого четных блоков. При этом на каждом шаге необходимо генерировать новую случайную последовательность нулей и единиц, определяющую правила для блоков: 0 — не выполнять обмен и 1 — выполнять обмен. В данной работе в качестве критерия обмена использовался массив чисел, который заполнялся по следующему правилу: генерируется число в диапазоне от 0 до 100, если число больше 50, в ячейку массива записывается 1, в других случаях в ячейку записывается 0. Генератор случайных чисел реализован таким образом, что вероятность его работы описывается нормальным распределением, что приближает работу клеточного автомата к реальным условиям. На рисунке 2, а представлено исходное состояние диффузионного процесса, а на рис. 2, б и 2, в — в его начальной и завершающей стадии соответственно.

Для анализа среды была введена величина, определяющая процентное содержание частиц компонентов в определенной области среды, которая может выступить критерием окончания диффузионного процесса: как только эта величина становится равной 50, процесс останавливается. Используя этот критерий, можно оценить длительность диффузионного процесса в зависимости от количества частиц компонентов ( $N$ ). С учетом случайного характера диффузионного процесса полученная оценка, естественно, будет более объективной при ее усреднении по не менее 10 вычислительным экспериментам, каждый из которых должен быть реализован при одинаковом количестве частиц компонентов ( $N$ ).

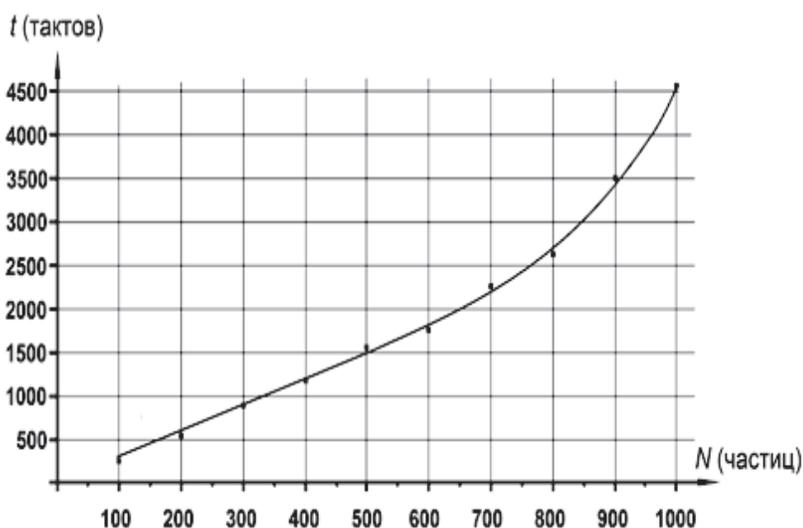
В таблице 1, содержащей результаты моделирования, на пересечении  $i$ -той строки и  $j$ -той графы указана длительность ( $t_{ij}$ ) диффузионного процесса двухкомпонентной среды, состоящей из  $N_j$  числа частиц, выраженная числом тактов перемещения частиц в  $j$ -том из десяти вычислительном эксперименте.

Таблица 1

**Длительность диффузионного процесса ( $t_i$ , тактов) на  $i$ -м шаге**  
**[The duration of the diffusion process ( $t_i$ , measures) on the  $i$ -th step]**

$N$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$	$t_9$	$t_{10}$	$t_{CP}$
100	178	284	215	210	255	261	239	302	197	359	250
200	444	355	386	537	684	495	638	428	370	553	489
300	1 157	761	834	694	937	1 262	972	912	935	930	939
400	912	1 387	1 285	1 289	1 007	1 149	1 405	1 343	1 176	1 728	1 268
500	1 113	1 540	1 875	2 091	1 085	2 222	1 430	1 496	1 812	1 657	1 632
600	2 023	2 557	2 599	1 807	1 762	1 680	2 040	1 916	2 118	2 154	2 066
700	1 976	1 954	2 659	2 241	2 109	2 336	1 965	2 283	2 672	1 965	2 216
800	2 488	2 301	3 138	3 049	3 505	3 947	2 557	3 333	2 274	2 145	2 874
900	3 198	2 942	3 213	3 135	3 151	3 482	2 374	3 051	4 132	2 601	3 128
1000	3 758	3 026	4 208	6 142	4 366	3 874	6 253	3 885	3 489	3 069	4 207

В последней графе табл. 1 приведены искомые результаты усреднения. График, построенный по результатам усреднения, представлен на рис. 3.



**Рис. 3.** График зависимости длительности процесса от числа частиц  
 [Graph of the processing of the number of particles]

Из графика видно, что увеличение длительности процесса диффузии при количестве частиц  $M < 500$  прямо пропорционально числу  $N$  частиц, участвующих в эксперименте. Однако при  $M > 500$  угол наклона линии увеличивается, т.е. зависимость приобретает нелинейный (полиномиальный) характер, что необходимо учитывать при моделировании среды с большим количеством частиц.

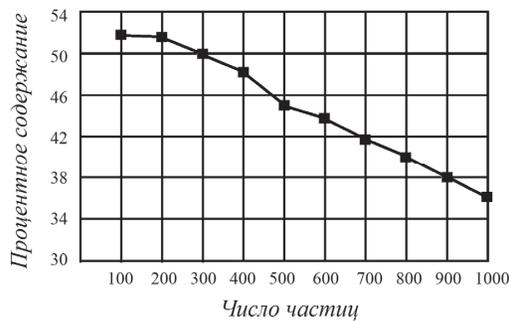
Кроме того, задавая длительность диффузионного процесса, можно оценить однородность структуры, не дожидаясь его окончания. В качестве показателя однородности среды можно принять выраженную в процентах величину  $P$  — отношения числа частиц первой компоненты к числу частиц второй компоненты

диффузионного процесса в единице объема. Данные по компьютерному моделированию величины  $P_i$  через 1000 тактов от начала диффузионного процесса приведены в табл. 2. Каждая графа этой таблицы за исключением последней содержит результаты одного из 10 ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ) вычислительных экспериментов. По данным последней графы, содержащей усредненные (по горизонтали) данные, построен график зависимости однородности структуры от количества частиц через 1000 тактов от начала диффузионного процесса, который приведен на рис. 4.

Таблица 2

**Процентное ( $P_i$ ) содержание частиц в единице объема через 1000 тактов от начала диффузионного процесса**  
**[Percentages ( $P_i$ ) content of particles per unit volume after 1000 cycles from the beginning of the diffusion process]**

Число частиц	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$	$P_9$	$P_{10}$	$P_{CP}$
100	52,0	50,0	55,0	51,0	53,0	52,0	49,0	54,0	49,0	52,0	51,7
200	53,6	54,6	52,0	52,0	50,5	54,08	49,0	49,0	50,0	50,5	51,5
300	47,1	54,0	46,4	49,5	50,2	48,4	50,2	49,1	51,9	51,9	49,9
400	48,5	48,0	48,8	48,8	46,0	46,8	46,0	51,8	50,3	47,8	48,3
500	44,6	47,3	48,6	47,5	46,5	44,0	44,6	44,2	42,1	45,0	45,5
600	42,1	43,8	42,4	43,0	45,1	44,0	44,5	46,2	41,9	45,0	43,8
700	42,0	41,6	42,9	41,0	39,2	41,8	42,8	41,8	42,4	42,1	41,8
800	39,4	40,2	39,8	39,8	40,7	38,5	40,9	40,5	39,7	36,9	39,6
900	38,9	39,1	37,6	36,1	40,3	37,3	37,0	38,9	36,7	37,9	38,0
1000	36,5	37,0	35,8	36,0	36,0	37,9	36,5	35,9	35,3	37,4	36,4



**Рис. 4.** Соотношение компонентов среды после 1000 тактов диффузионного процесса  
 [The ratio of components of the environment after 1000 cycles diffusion process]

Из данного графика видно, что удовлетворительную однородность среды (> 45%) можно получить за время, гораздо меньшее длительности диффузионного процесса.

Последнее обстоятельство позволяет существенно сократить сроки проведения эксперимента в тех случаях, когда исследователю достаточно получить лишь приблизительную оценку параметров диффузионного процесса.

© Назаров А.В., 2017

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] *Захаров А.Г., Какурин Ю.Б., Филипенко Н.А.* Моделирование процессов массопереноса в неоднородных твердых телах с учетом электродиффузии // *Известия вузов. Северо-Кавказский регион*. 2009. № 2. С. 35—37.
- [2] *Рыгалин Б.Н.* Управление свойствами полупроводникового кремния на основе взаимодействия легирующих примесей в процессах выращивания и обработки кремния: автореф. дисс. ... докт. экон. наук. М.: МИЭТ, 2004. 210 с.
- [3] *Тоффоли Т., Марголус Н.* Машины клеточных автоматов. М.: Мир, 1991.
- [4] *Белащенко Д.К.* Механизмы диффузии в неупорядоченных системах (компьютерное моделирование) // *Успехи физических наук*. Т. 169. № 4. 1999. С. 361—382.
- [5] *Бокштейн Б.С.* Диффузия в металлах. М.: Металлургия. 1978. 248 с.

### История статьи:

Дата поступления в редакцию: 19 декабря 2016

Дата принятия к печати: 20 января 2017

### Для цитирования:

**Назаров А.В.** Компьютерное моделирование взаимной диффузии двухкомпонентной среды // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2017. Т. 18. № 1. С. 107—114.

### Сведения об авторе:

*Назаров Александр Викторович*, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных технологий конструирования радиоэлектронных устройств, Московский авиационный институт (МАИ). *Сфера научных интересов*: автоматизация конструирования и системы автоматизации проектирования радиоэлектронных средств. *Контактная информация*: e-mail: a-v-naza@outlook.com.

## COMPUTER MODELING OF MUTUAL DIFFUSION OF TWO-COMPONENT MEDIUM

A.V. Nazarov

Moscow Aviation Institute  
Novaya Basmannaya str., 16-a, Moscow, Russia, 107078

The article presents the results of computer simulation of the process of mutual diffusion of two-component medium. We developed and tested an algorithm simulation of diffusion in a two coextensive medium by cellular automaton and algorithm modeling diffusion neravnoobemnoy environment by direct Monte Carlo simulation. The simulation determined the dependence of the diffusion length of the number of particles participating in the process, and plotted the ratio of components of the medium influence the length of the diffusion process, which may be used to estimate the parameters of the real practical diffusion process.

**Key words:** diffusion, cellular automata, Monte Carlo, cellular automata, the duration of the diffusion process, discrete operating field

## REFERENCES

- [1] Zakharov A.G., Kakurin Y.B., Filipenko N.A. Simulation of mass transfer processes in heterogeneous environment considering electrodiffusion. Proceedings of the universities. North Caucasus region. 2009. № 2. Pp. 35—37.
- [2] Rygalin B.N. Management by properties of semiconductor silicon, based on the interaction of dopants in the process cultivation and processing of silicon: Abstract of Doctor. dissertation. M.: MIET, 2004. 210 p.
- [3] Toffoli T., Margolus N. Machines cellular automata. M.: Mir, 1991.
- [4] Belaschenko D.K. Mechanisms of diffusion in disordered systems (computer simulation). Advances of Physical Sciences. T. 169. № 4. 1999. 361—382 p.
- [5] Bokstein B.S. Diffusion in metals. M.: Metallurgy, 1978. 248 p.

### Article history:

Received: 19 December 2016

Accepted: 20 January 2017

### For citation:

Nazarov A.V. (2017) Computer modeling of mutual diffusion of two-component medium. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 107—114.

### Bio Note:

*Aleksandr V. Nazarov*, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Information Technology of Radio Electronic Device Design, Moscow Aviation Institute (MAI). *Research Interests*: design automation and automation control systems for design of radio electronic devices. *Contact information*: e-mail: a-v-naza@outlook.com



УДК 62-50, 519-714

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-115-124

## СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ АВТОНОМНОЙ ГРУППЫ РОБОТОВ С ФАЗОВЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ МЕТОДОМ МНОГОСЛОЙНОГО СЕТЕВОГО ОПЕРАТОРА С РАССТАНОВКОЙ ПРИОРИТЕТОВ\*

А.И. Дивеев<sup>1,2</sup>, Е.Ю. Шмалько<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН  
*ул. Вавилова, 44, Москва, Россия, 119333*

<sup>2</sup>Инженерная академия  
Российский университет дружбы народов  
*ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198*

Рассмотрена задача синтеза системы управления для малых групп автономных роботов с фазовыми ограничениями и несколькими возможными начальными условиями. Основная задача управления для группы роботов состоит в перемещении роботов из некоторых текущих позиций в заданные терминальные положения без столкновений между собой. Обычно синтез управления группой роботов состоит из двух этапов: стабилизация роботов относительно некоторой точки пространства состояний; построение оптимальных траекторий. Траектории должны обеспечить движение роботов из начальных состояний в определенные состояния из терминального множества без столкновений. Во избежание столкновений система управления использует приоритеты роботов, основанные, например, на расстоянии между роботом и его конечным положением. Ввиду наличия фазовых ограничений обычная стабилизация роботов не может обеспечить безопасного движения роботов из различных начальных условий в терминальное положение. В работе представлен новый подход авторов к решению задачи стабилизации с фазовыми ограничениями методом многослойного сетевого оператора. В статью приводится пример синтеза управления для четырех роботов.

**Ключевые слова:** синтез управления, система стабилизации, символьная регрессия, эволюционные вычисления, группы роботов, фазовые ограничения

Управление автономными системами с многими роботами должно осуществляться на основании данных, полученных от датчиков о текущем состоянии роботов. При этом вырабатываемое управление должно быть оптимальным для любого состояния объекта, а не только для одного предварительно рассчитанного. Таким образом, решение традиционной задачи оптимального управления для объекта в каком-нибудь известном начальном состоянии и получение оптимальной программы управления в зависимости от времени не может отвечать требованиям автономных систем. Модуль управления должен вырабатывать оптимальное управление для различных возможных начальных состояний объекта, а также для любых возможных состояний, в которых объект может оказаться в

---

\* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-29-04224-офи\_м.

процессе управления, даже если они не принадлежат полученной оптимальной траектории.

В связи с этим мы рассматриваем задачу синтеза управления. Она заключается в разработке такого модуля управления, который на основании полученных данных о состоянии объекта вырабатывает управление, обеспечивающее достижение цели с оптимальными значениями некоторых заданных функционалов.

Задача управления группой роботов обладает дополнительной сложностью из-за необходимости обеспечения координации между роботами. В сложных робототехнических системах каждый робот должен удовлетворять своим кинематическим уравнениям, а также существующим фазовым ограничениям [1], включая динамические ограничения [2], обеспечивающие отсутствие столкновений между роботами.

Решение задачи синтеза управления представляет собой математическое выражение, описывающее модуль управления. Сегодня задача синтеза управления, или нахождение математического выражения функции управления, может быть решена численно с помощью методов символической регрессии. Все методы символической регрессии позволяют находить оптимальное решение на множестве кодов математических выражений с помощью некоторого эволюционного алгоритма. Методы символической регрессии различаются между собой по форме кодирования возможных решений. Форма кода влияет на реализацию эволюционного алгоритма поиска, в частности на выполнение операции кроссовера. В настоящее время существует несколько методов символической регрессии: грамматическая эволюция [3], аналитическое программирование [4], метод сетевого оператора [5–7] и т.д. Генетическое программирование использовали для решения задачи синтеза [8–11]. В отличие от генетического программирования и других известных методов символической регрессии метод сетевого оператора был специально разработан для решения задачи синтеза управления. Он использует принцип малых вариаций базисного решения [12]. Этот принцип позволяет уменьшить пространство поиска и время расчета за счет выбора хорошего базисного решения.

Метод сетевого оператора кодирует математическое выражение в виде ориентированного графа. Для моделей объектов управления большой размерности метод многослойного сетевого оператора является более удобным в использовании. Многослойный сетевой оператор представляет собой несколько связанных сетевых операторов меньшего размера. В работе [13] мы использовали метод многослойного сетевого оператора для синтеза управления группой роботов. Мы рассматривали группу роботов как один объект управления. Необходимо было найти функцию управления для обеспечения движения роботов из различных начальных состояний в терминальное состояние без столкновений. При синтезе мы учитывали столкновения роботов с помощью функции штрафа. Такой подход, основанный на рассмотрении группы роботов как одного единого объекта, трудно применить к большой группе роботов. В работе [14] нами решалась аналогичная задача управления для перемещения группы из различных начальных состояний во множество терминальных состояний. В этой работе мы сначала синтезировали одну систему управления для стабилизации робота относительно

некоторой точки пространства состояний с фазовыми ограничениями. Установили полученную систему управления для всех роботов. И далее мы искали оптимальные траектории движения роботов в виде точек пространства состояний для движения роботов из разных начальных условий в заданные конечные положения. Основная сложность заключалась в обеспечении отсутствия столкновений между роботами.

В настоящей работе мы устанавливаем приоритеты для роботов для исключения столкновений между ними. Для решения задачи стабилизации мы используем метод многослойного сетевого оператора. В качестве примера мы рассмотрим задачу с четырьмя роботами и двумя фазовыми ограничениями в виде прямоугольных областей.

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений, описывающих группу роботов одного типа:

$$\dot{x}_{1,i} = u_{1,i} \cos(x_{3,i}), \quad (1)$$

$$\dot{x}_{2,i} = u_{1,i} \sin(x_{3,i}), \quad (2)$$

$$\dot{x}_{3,i} = \frac{u_{1,i}}{L} \operatorname{tg}(u_{2,i}), \quad (3)$$

где  $(\dot{x}_{1,i}, \dot{x}_{2,i})$  — координаты геометрического центра робота  $i$ ;  $x_{3,i}$  — угол между продольной осью робота  $i$  и осью  $OX$  неподвижной системы координат;  $L$  — общий габаритный параметр робота;  $u_{1,i}, u_{2,i}$  — компоненты вектора управления робота  $i$ ;  $i = 1, \dots, N$ ,  $N$  — количество роботов в группе.

Для системы (1)–(3) заданы ограничения на управление

$$u_1^- \leq u_{1,i} \leq u_1^+, u_2^- \leq u_{2,i} \leq u_2^+, \quad (4)$$

задано множество начальных значений

$$X_0 = \left\{ \left( (x_{1,1}^{0,1}, x_{2,1}^{0,1}, x_{3,1}^{0,1}), \dots, (x_{1,N}^{0,1}, x_{2,N}^{0,1}, x_{3,N}^{0,1}) \right), \dots, \left( (x_{1,1}^{0,M}, x_{2,1}^{0,M}, x_{3,1}^{0,M}), \dots, (x_{1,N}^{0,M}, x_{2,N}^{0,M}, x_{3,N}^{0,M}) \right) \right\}, \quad (5)$$

заданы терминальные условия

$$\begin{aligned} |x_{1,k}(t_f) - x_{1,k}^f| &\leq \varepsilon, \\ |x_{2,k}(t_f) - x_{2,k}^f| &\leq \varepsilon, \\ |x_{3,k}(t_f) - x_{3,k}^f| &\leq \varepsilon, \quad k = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $t_f$  — не заданное, ограниченное сверху время выполнения терминальных условий,  $t_f \leq t^+$ ;  $\varepsilon$  — заданная малая положительная величина;  $t^+$  — заданная верхняя временная граница выполнения терминальных условий.

Заданы фазовые ограничения в виде прямоугольных областей (рис. 1).

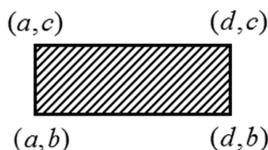


Рис. 1. Фазовое ограничение [Phase constraints]

На рисунке 1  $(\alpha, \beta)$  — координаты углов прямоугольной области ограничения,  $\alpha \in \{a, d\}, \beta \in \{b, c\}, a < d, b < c$ .

Мы рассматриваем роботов прямоугольной формы. Углы любого робота не должны находиться внутри общей площади фазовых ограничений, т.е. должно выполняться условие

$$(\tilde{x}_{1,j,i} < a_k) \vee (\tilde{x}_{1,j,i} > d_k) \vee (\tilde{x}_{2,j,i} < b_k) \vee (\tilde{x}_{2,j,i} > c_k), \quad (7)$$

где  $(\tilde{x}_{1,j,i}, \tilde{x}_{2,j,i})$  — координаты угла  $j$  робота  $i, j = 1, 2, 3, 4, i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K; K$  — количество фазовых ограничений.

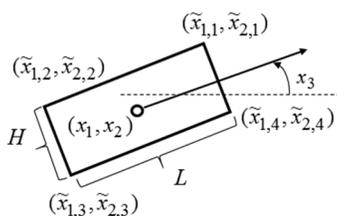


Рис. 2. Углы габаритной площади робота [Corners of the robots area]

Координаты положения углов каждого робота (рис. 2) определяем по следующим формулам:

$$\tilde{x}_{1,1} = x_{l,f} \cos(x_3) - y_{l,f} \sin(x_3), \tilde{x}_{2,1} = x_{l,f} \sin(x_3) + y_{l,f} \cos(x_3),$$

$$\tilde{x}_{1,2} = x_{l,b} \cos(x_3) - y_{l,b} \sin(x_3), \tilde{x}_{2,2} = x_{l,b} \sin(x_3) + y_{l,b} \cos(x_3),$$

$$\tilde{x}_{1,3} = x_{r,b} \cos(x_3) - y_{r,b} \sin(x_3), \tilde{x}_{2,3} = x_{r,b} \sin(x_3) + y_{r,b} \cos(x_3),$$

$$\tilde{x}_{1,4} = x_{r,f} \cos(x_3) - y_{r,f} \sin(x_3), \tilde{x}_{2,4} = x_{r,f} \sin(x_3) + y_{r,f} \cos(x_3),$$

где  $x_{l,f} = x_1 \cos(x_3) + x_2 \sin(x_3) + L/2, y_{l,f} = -x_1 \sin(x_3) + x_2 \cos(x_3) + H/2; x_{l,b} = x_1 \cos(x_3) + x_2 \sin(x_3) - L/2, y_{l,b} = y_{l,f}; x_{r,f} = x_{l,f}; y_{r,f} = -x_1 \sin(x_3) + x_2 \cos(x_3) - H/2, x_{r,b} = x_{l,b}, y_{r,b} = y_{r,f}$

Задан критерий качества управления

$$J = \sum_{i=1}^M \left( \sum_{k=1}^N \int_0^{t_f} f_0(x_{1,k}, x_{2,k}, x_{3,k}, u_{1,k}, u_{2,k}) dt \right)_i, \quad (8)$$

где нижний индекс  $i$  у скобок (...) <sub>$i$</sub>  означает, что выражение в скобках вычисляется для начальных значений  $((x_{1,1}^{0,i}, x_{2,1}^{0,i}, x_{3,1}^{0,i}), \dots, (x_{1,N}^{0,i}, x_{2,N}^{0,i}, x_{3,N}^{0,i}))$ ,  $1 \leq i \leq M$ .

Необходимо найти управление, которое для любых начальных условий (5) обеспечивает достижение цели управления (6) без нарушения фазовых ограничений (7) с оптимальным значением критерия качества (8).

Для решения поставленной задачи синтеза системы управления на первом этапе мы решаем задачу синтеза системы стабилизации для одного робота, но с фазовыми ограничениями, а затем мы тиражируем эту систему стабилизации для всех роботов.

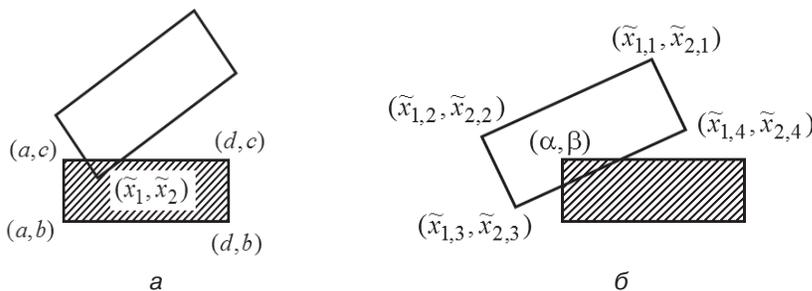
Для решения задачи стабилизации мы используем функционал

$$J = \sum_{i=1}^M \left( t_1 + \int_0^{t_1} p dt \right)_i \rightarrow \min, \tag{9}$$

где  $M$  — количество начальных условий,

$$t_1 = \begin{cases} t, & \text{if } \sqrt{\sum_{j=1}^3 (x_j^f - x_j(t))^2} < \varepsilon, \\ t^+ & \text{— иначе} \end{cases}, \tag{10}$$

$\varepsilon$  и  $t^+$  — заданные положительные величины;  $p(t)$  — штраф за нарушение фазовых ограничений.



**Рис. 3.** Нарушение фазовых ограничений [Violation of phase constraints]

Нарушение прямоугольных фазовых ограничений возникает при условии попадания угла робота внутрь общей площади фазовых ограничений или если угол фазовых ограничений попадает внутрь площади робота (рис. 3 а, б).

$$p = \begin{cases} r^+, & \text{if } (\delta_1 \delta_2 > 0) \wedge (\delta_2 \delta_3 > 0) \wedge (\delta_3 \delta_4 > 0) \\ s^+, & \text{if } (\gamma_1 \gamma_2 > 0) \wedge (\gamma_2 \gamma_3 > 0) \wedge (\gamma_3 \gamma_4 > 0), \\ 0 & \text{— иначе} \end{cases}, \tag{11}$$

где  $\delta_1 = (\tilde{x}_{1,1} - \alpha)(\tilde{x}_{1,2} - \tilde{x}_{1,1}) + (\tilde{x}_{2,1} - \beta)(\tilde{x}_{2,2} - \tilde{x}_{2,1})$ ,

$$\begin{aligned} \delta_2 &= (\tilde{x}_{1,2} - \alpha)(\tilde{x}_{1,3} - \tilde{x}_{1,2}) + (\tilde{x}_{2,2} - \beta)(\tilde{x}_{2,3} - \tilde{x}_{2,2}), \\ \delta_3 &= (\tilde{x}_{1,3} - \alpha)(\tilde{x}_{1,4} - \tilde{x}_{1,3}) + (\tilde{x}_{2,3} - \beta)(\tilde{x}_{2,4} - \tilde{x}_{2,3}), \\ \delta_4 &= (\tilde{x}_{1,4} - \alpha)(\tilde{x}_{1,1} - \tilde{x}_{1,4}) + (\tilde{x}_{2,4} - \beta)(\tilde{x}_{2,1} - \tilde{x}_{2,4}), \\ r^+ &= \max\{r_1, r_2, r_3, r_4\}, r_i = \sqrt{(\tilde{x}_{1,i} - \alpha)^2 + (\tilde{x}_{2,i} - \beta)^2}, i = 1, 2, 3, 4, \\ \gamma_1 &= (d - \tilde{x}_1)(a - d), \gamma_2 = (c - \tilde{x}_2)(b - c), \gamma_3 = (a - \tilde{x}_1)(d - a), \gamma_4 = (b - \tilde{x}_2)(c - b), \\ s^+ &= \max\{s_1, s_2, s_3, s_4\}, s_1 = \sqrt{(d - \tilde{x}_1)^2 + (c - \tilde{x}_2)^2}, s_2 = \sqrt{(a - \tilde{x}_1)^2 + (c - \tilde{x}_2)^2}, \\ s_3 &= \sqrt{(a - \tilde{x}_1)^2 + (b - \tilde{x}_2)^2}, s_4 = \sqrt{(d - \tilde{x}_1)^2 + (b - \tilde{x}_2)^2}. \end{aligned}$$

Для решения задачи стабилизации с фазовыми ограничениями мы используем метод многослойного сетевого оператора. Описание метода представлено в работе [15].

В качестве примера используем предложенный метод для решения задачи синтеза системы управления группой из  $N = 4$  мобильных роботов с  $K = 2$  фазовыми ограничениями и  $M = 2$  начальными состояниями.

Были заданы следующие начальные условия:

$$\begin{aligned} X_0 &= \left\{ \left( x_{1,1}^{0,1} = -12.5, x_{2,1}^{0,1} = 2, x_{3,1}^{0,1} = 0 \right), \left( x_{1,2}^{0,1} = -12.5, x_{2,2}^{0,1} = 4, x_{3,2}^{0,1} = 0 \right), \right. \\ &\left( x_{1,3}^{0,1} = -12.5, x_{2,3}^{0,1} = 6, x_{3,3}^{0,1} = 0 \right), \left( x_{1,4}^{0,1} = -12.5, x_{2,4}^{0,1} = 8, x_{3,4}^{0,1} = 0 \right), \\ &\left( x_{1,2}^{0,2} = 12.5, x_{2,2}^{0,2} = 2, x_{3,2}^{0,2} = 0 \right), \left( x_{1,2}^{0,2} = 12.5, x_{2,2}^{0,2} = 4, x_{3,2}^{0,2} = 0 \right), \\ &\left. \left( x_{1,3}^{0,2} = 12.5, x_{2,3}^{0,2} = 6, x_{3,3}^{0,2} = 0 \right), \left( x_{1,4}^{0,2} = 12.5, x_{2,4}^{0,2} = 8, x_{3,4}^{0,2} = 0 \right) \right\} \end{aligned}$$

и целевое терминальное положение

$$\begin{aligned} x_{1,1}^f &= -7.5, x_{2,1}^f = 0, x_{3,1}^f = 0, x_{1,2}^f = -2.5, x_{2,2}^f = 0, x_{3,2}^f = 0, \\ x_{1,3}^f &= 2.5, x_{2,13}^f = 0, x_{3,3}^f = 0, x_{1,4}^f = 7.5, x_{2,4}^f = 0, x_{3,4}^f = 0. \end{aligned}$$

Были заданы следующие параметры фазовых ограничений:

$$a_1 = -20, b_1 = -1, c_1 = 1, d_1 = -10.5, a_2 = 10.5, b_2 = -1, c_2 = 1, d_2 = 20.$$

Длина и ширина каждого робота заданы соответственно  $L = 4, H = 2$ .

Ограничения на управление были  $u_1^- = -5, u_1^+ = 5, u_2^- = -1, u_2^+ = 1$ .

В результате решения задачи методом многослойного сетевого оператора была получена следующая система стабилизации:

$$u_1 = \begin{cases} u_1^-, & \text{if } \tilde{u}_1 < u_1^- \\ u_1^+, & \text{if } \tilde{u}_1 > u_1^+ \\ \tilde{u}_1 - \text{otherwise} \end{cases}, u_2 = \begin{cases} u_2^-, & \text{if } \tilde{u}_2 < u_2^- \\ u_2^+, & \text{if } \tilde{u}_2 > u_2^+ \\ \tilde{u}_2 - \text{otherwise} \end{cases},$$

где  $\tilde{u}_1 = 3/2A, \tilde{u}_2 = \text{sgn}(3B + \text{sgn}(A)\exp(-|3A|)) \times (\exp|3B + \text{sgn}(A)\exp(-|3A|)| - 1)$ ;

$$A = \frac{Cq_4 + \operatorname{sgn}(\Delta_{1,i}) \exp(-|\Delta_{1,i}|q_1)}{2} + \frac{1 - \exp(-Cq_4)}{1 + \exp(-Cq_4)} + \Delta_{1,i}^3;$$

$$B = D \cos(\Delta_{1,i}) + \operatorname{sgn}(D)(\exp|D| - 1) + G^{-1}; C = q_1 \Delta_{1,i} + q_2 \Delta_{2,i} - q_3 \Delta_{3,i} \Delta_{2,i};$$

$$D = G + \operatorname{sgn}(G) \sqrt{|G|} + \operatorname{sgn}(\operatorname{sgn}(\Delta_{1,i}) q_6 \Delta_{3,i} \sqrt{|q_7 \Delta_{1,i}|}) \times (\exp|\operatorname{sgn}(\Delta_{1,i}) q_6 \Delta_{3,i} \sqrt{|q_7 \Delta_{1,i}|} - 1);$$

$$G = q_5 \Delta_{2,i} + \operatorname{sgn}(\Delta_{2,i}) + \frac{q_6^2 \Delta_{3,i}^2 |q_7 \Delta_{1,i}| + 1}{\operatorname{sgn}(\Delta_{1,i}) q_6 \Delta_{3,i} \sqrt{|q_7 \Delta_{1,i}|}};$$

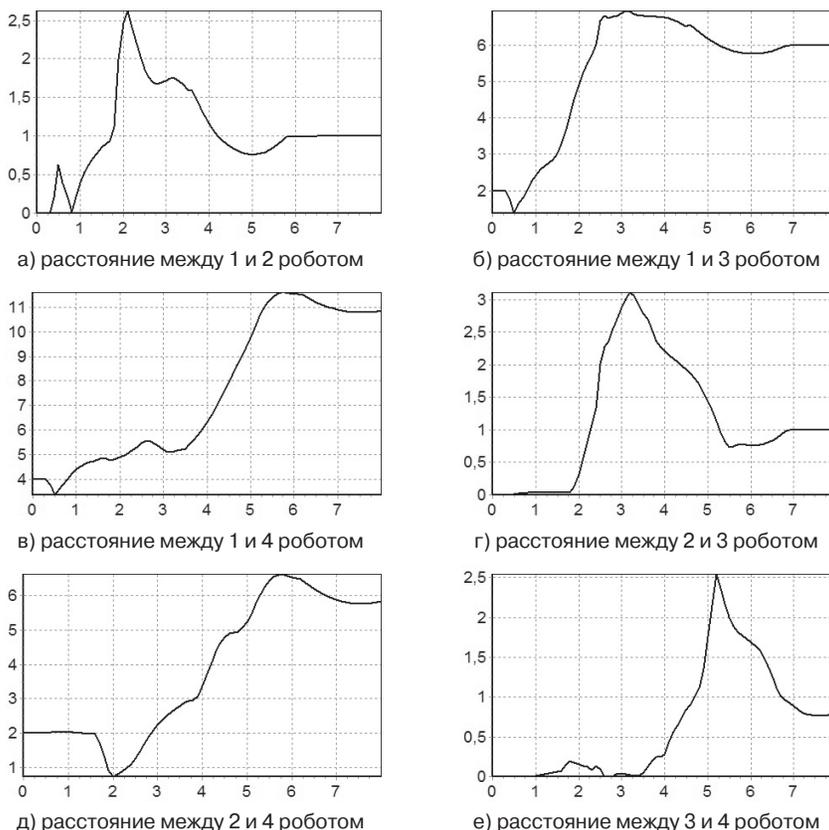
$$q_1 = 10.218; q_2 = 0.447754; q_3 = 1.4932; q_4 = 0.42098; q_5 = 14.377441; q_6 = 8.47973632; q_7 = 0.28297; \Delta_{1,i} = x_{1,i}^f - x_{1,i}; \Delta_{2,i} = x_{2,i}^f - x_{2,i}; \Delta_{3,i} = x_{3,i}^f - x_{3,i}.$$

Полученная система стабилизации позволяет роботам успешно достичь терминальных положений из разных начальных условий.

Во время движения роботы имели следующие приоритеты:

$$d_i = N - i, i = 1, \dots, N. \tag{12}$$

Согласно заданным приоритетам если в процессе моделирования возникает вероятность столкновения роботов, то робот с меньшим приоритетом должен остановиться.



**Рис. 4.** Расстояния между роботами в процессе движения [Distance between robots]

На рисунке 4 приведены результаты моделирования полученной системы управления. На рисунке 4,  $a—e$  представлены наименьшие расстояния между роботами, когда они перемещаются из первого начального состояния до конечного состояния.

Из результатов моделирования видно, что полученная система управления позволила роботам переместиться из начальных условий до конечного состояния без столкновений.

В заключение отметим, что в настоящей работе проблема синтеза управления для группы роботов была решена методом многослойного оператора сети. Полученное управление является сложной функцией от координат пространства состояний. Метод нашел не только параметры, но и структуру этой функции управления. В отличие от традиционных методов синтеза управления, метод, который мы показали, позволяет решить задачу синтеза автоматически, а не просто оптимизирует некоторую заданную структуру.

© Дивеев А.И., Шмалько Е.Ю., 2017

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК/REFERENCES

- [1] *Arutyunov, A.V., Karamzin, D.Yu. and Pereira, F.L.* Maximum Principle in Problems with Mixed Constraints under Weak Assumptions of Regularity, *J. of Optimization*. Vol. 59. Issue 7. 2010. Pp. 1067—1083.
- [2] *Kaviczky T., Borelli F., Fregene K., Godbole D. and Balas G.J.* Decentralized Receding Horizon Control and Coordination of Autonomous Vehicle Formations, *IEEE Trans. on Cont. Syst. Tech.*, 2008. V. 16, 1. Pp. 19—33.
- [3] *O'Neill, M. and Ryan, C.* Grammatical Evolution. *IEEE Trans. Evol. Comput.* 5, 2001. Pp. 349—358.
- [4] *Zelinka, I.* Analytic programming by means of new evolutionary algorithms. In: *Proceedings of 1st International Conference on New Trends in Physics'01, Brno, Czech Republic, 2001*. Pp. 210—214.
- [5] *Diveev, A.I. and Sofronova, E.A.* Application of network operator method for synthesis of optimal structure and parameters of automatic control system. In: *Proceedings of 17-th IFAC World Congress, Seoul, 2008, 05.07.2008 — 12.07.2008*. Pp. 6106—6113.
- [6] *Diveev, A.I. and Sofronova, E.A.* Numerical method of network operator for multi-objective synthesis of optimal control system. In: *Proceedings of Seventh International Conference on Control and Automation (ICCA'09) Christchurch, New Zealand, December 9-11, 2009*. Pp. 701—708.
- [7] *Diveev, A.I.* A Numerical Method for Network Operator for Synthesis of a Control System with Uncertain Initial Values. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2012. Vol. 51. No. 2. Pp. 228—243.
- [8] *Koza, J.R., Keane, M.A., Yu, J., Bennett, F.H., Mydlowec, W., and Stiffelman, O.* Automatic Synthesis of both the Topology and Parameters for a Robust Controller for a Non-Minimal Phase Plant and a Three-Lag Plant by Means of Genetic Programming In *Proceedings of the 38 Conference on Decision & Control Phoenix, Arizona USA — December 1999*. Pp. 5292—5300.
- [9] *Koza, J.R., Keane, M.A., Yu, J., Mydlowec, W., and Bennett, F.H.* Automatic Synthesis of Both the Control Law and Parameters for a Controller for a Three-Lag Plant with Five-Second Delay using Genetic Programming and Simulation Techniques. In *Proceedings of the American Control Conference Chicago, Illinois June 2000*. Pp. 453—458.
- [10] *Yu, J., Keane, M.A., and Koza, J.R.* Automatic Design of Both Topology and Tuning of a Common Parameterized Controller for Two Families of Plants using Genetic Programming. In *Proceedings*

- of the 2000 IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design Anchorage, Alaska, USA September 25-27, 2000. Pp. 234–242.
- [11] *Spalka, K., Lapa, K, and Przybył, A.* A New Approach to Design of Control Systems Using Genetic Programming. *Information technology and control*. 2015. V. 44. No. 4. Pp. 433–442.
- [12] *Diveev A.I.* Small Variations of Basic Solution Method for Non-numerical Optimization. In *Proceedings of 16th IFAC Workshop on Control Applications of Optimization*, October 6<sup>th</sup>–9<sup>th</sup>, 2015. Garmisch-Partenkirchen. Pp. 28–33.
- [13] *Diveev, A.I. and Shmalko, E.Yu.* Optimal Control Synthesis for Group of Robots by Multilayer Network Operator. In *Proceedings of 3rd International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT'16)*. St. Paul's Bay — Malta on April 6-8, 2016. Pp. 077–082.
- [14] *Diveev, A.I. and Shmalko, E.Yu.* Optimal Motion Control for Multi-Robot System by Multilayer Network Operator. In *Proceedings of the 11th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA 2016)*, 5–7 June 2016, Hefei, China. Pp. 2164 – 2169.
- [15] *Дивеев А.И., Софронова Е.А., Шмалько Е.Ю.* Эволюционные численные методы решения задачи синтеза системы управления группой роботов // *Информационные и математические технологии в науке и управлении*. Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2016. № 3. С. 11–24. [Evolutsyonnye chislennyye metody reshenia zadachi sinteza sistemy upravleniya gruppoy robotov = Evolutionary computational methods to solve problems of control system synthesis for groups of robots // *Informacionnyye i matematicheskiye tehnologii v nauke i upravlenii* = Information and mathematical technologies in science and management. Publ. Irkutsk: Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, 2016. № 3. S. 11–24].

#### **История статьи:**

Дата поступления в редакцию: 5 декабря 2016

Дата принятия к печати: 22 января 2017

#### **Для цитирования:**

**Дивеев А.И., Шмалько Е.Ю.** Синтез управления для автономной группы роботов с фазовыми ограничениями методом многослойного сетевого оператора с расстановкой приоритетов // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2017. Т. 18. № 1. С. 115–124.

#### **Сведения об авторах:**

*Дивеев Асхат Ибрагимович*, доктор технических наук, профессор, заведующий сектором проблем кибернетики, Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление», Российская академия наук, профессор департамента механики и мехатроники, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: вычислительные методы для решения задач управления. *Контактная информация*: e-mail: aidiveev@mail.ru.

*Шмалько Елизавета Юрьевна*, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление», Российская академия наук. *Сфера научных интересов*: вычислительные методы для решения задач управления. *Контактная информация*: e-mail: e.shmalko@gmail.com.

## **SYNTHESIS OF CONTROL FOR GROUP OF AUTONOMOUS ROBOTS WITH PHASE CONSTRAINTS BY MULTI-LAYER NETWORK OPERATOR WITH PRIORITIES**

**A.I. Diveev<sup>1,2</sup>, E.Yu. Shmalko<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Federal Research Center “Computer Science and Control” of RAS  
*Vavilov str., 44, Moscow, Russia, 119333*

<sup>2</sup>RUDN University, Engineering Academy  
*Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198*

We consider a control system synthesis problem for the small group of autonomous robots with state constraints and several possible initial conditions. The main control task for team of robots is to move the robots out of some current position to the specified terminal position without colliding with each other. Typically, the control synthesis for the group of robots consists of two phases: stabilization of the robot with respect to some point of the state space and the design of optimal trajectories. The trajectories must ensure that the robots move from the initial states to certain states of the terminal set without collisions. To avoid collision, the control system uses priorities based, for example, on a distance between the robot and its end position. Since there are phase constraints, ordinary stabilization of robots cannot ensure the safe movement of robots from different initial conditions to the terminal positions. The paper presents our new approach to solving the stabilization problem with phase constraints by multi-layer network operator. We show an example of synthesis of control for the group of four robots.

**Key words:** synthesis of control, stabilization system, symbolic regression, evolutionary computation, groups of robots, phase constraints

### **Article history:**

Received: 5 December 2016

Accepted: 22 January 2017

### **For citation:**

**Diveev A.I., Shmalko E.Yu. (2017) Synthesis of control for group of autonomous robots with phase constraints by multi-layer network operator with priorities. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 115–124.**

### **Bio Note:**

*Askhat I. Diveev*, Doctor of technical sciences, professor, chief of sector of Cybernetic problems, Federal Research Centre “Computer Science and Control” of Russia Academy of Sciences, professor of department Mechanics and mechatronics, Engineering Academy, Peoples’ Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests:* Computational methods for problems of control. *Contact information:* e-mail: aidiveev@mail.ru.

*Elizaveta Yu. Shmalko*, candidate of technical sciences, senior researcher, Federal Research Centre “Computer Science and Control” of Russia Academy of Sciences. *Research Interests:* Computational methods for problems of control. *Contact information:* e-mail: e.shmalko@gmail.com.



DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-125-134

## МЕТОД БИНАРНОГО ГЕНЕТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ ПОИСКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ

А. И. Дивеев<sup>1,2</sup>, Е. М. Ломакова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН

*ул. Вавилова, 44, Москва, Россия, 119333*

<sup>2</sup> Инженерная академия

Российский университет дружбы народов

*ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198*

В известных методах символьной регрессии, которые производят поиск решения с помощью генетического алгоритма, существует проблема выполнения операции скрещивания. Все методы либо выполняют скрещивание в определенных точках, как метод генетического программирования, либо корректируют после скрещивания, либо используют избыточные элементы кода. В данной работе представлен новый метод символьной регрессии, основанный на бинарном дереве вычислений. Метод не имеет проблем с операцией скрещивания, включает небольшое количество избыточных элементов кода, но позволяет осуществлять поиск математических выражений, состоящих из функций только с одним или двумя аргументами.

**Ключевые слова:** символьная регрессия, генетическое программирование, генетический алгоритм

### Введение

Методы символьной регрессии могут осуществлять поиск структуры математического выражения. Многие важные задачи требуют нахождения оптимального математического выражения, в том числе задачи обработки экспериментальных данных для прогнозирования и поиска общих факторов, идентификации математической модели и синтеза управления.

Все методы символьной регрессии кодируют математические выражения и осуществляют поиск на пространстве кодов с помощью эволюционного алгоритма. Наиболее подходящим для поиска решения в методах символьной регрессии является генетический алгоритм. Он не использует арифметические операции для модификации возможных решений. Основными операциями генетического алгоритма являются операции скрещивания и мутация. Операция скрещивания генетического алгоритма зависит от вида кода. Генетическое программирование [1] делает операцию скрещивания в определенных точках корректных кодов для того, чтобы новый код после скрещивания был правильным и соответствовал некоторому возможному решению. Методы грамматической эволюции [2] и аналитического программирования [3] осуществляют скрещивание в любых точках, как генетический алгоритм для численных задач. После применения операции

скрещивания в данных методах иногда получается неправильный код. Исправление кода требует дополнительных затрат времени. Методы сетевого оператора [4], декартово генетического программирования [5] и метод матриц синтаксического разбора [6] всегда применяют корректную операцию скрещивания, но эти методы символьной регрессии используют избыточные элементы в коде.

В работе представлен новый метод символьной регрессии, метод бинарного аналитического программирования. Метод кодирует математические выражения только в виде суперпозиции функций с одним или двумя аргументами. Для корректного выполнения операции скрещивания метод также включает в себя избыточные элементы кода, тождественную функцию с одним аргументом и единичными элементами для функций с двумя аргументами. Эти элементы, как и нули в позиционной записи чисел, также позволяют построить правильный код математического выражения, в котором чередуются коды функций с различным числом аргументов.

### Бинарное аналитическое программирование

Для того, чтобы составить код бинарного аналитического программирования, мы используем следующие базовые наборы:

- множество аргументов математического выражения

$$F_0 = (q_1, \dots, q_P, x_1, \dots, x_N); \quad (1)$$

- множество функций с одним аргументом

$$F_1 = (f_{1,1}(z) = z, f_{1,2}(z), \dots, f_{1,R}(z)); \quad (2)$$

- множество функций с двумя аргументами

$$F_2 = (f_{2,1}(z_1, z_2), \dots, f_{2,S}(z_1, z_2)); \quad (3)$$

- множество единичных элементов для функций с двумя аргументами

$$E_2 = (e_1, \dots, e_M). \quad (4)$$

Набор функций с одним аргументом должен включать в себя тождественные функции.

$$f_{1,1}(z) = z. \quad (5)$$

Каждая функция с двумя аргументами множества (3),  $\forall f_{2,i}(z_1, z_2) \in F_2$ , имеет единичный элемент из множества (4),  $\exists e_j \in E_2$ ,

$$f_{2,i}(e_j, z_2) = z_2, f_{2,i}(z_1, e_j) = z_1, i \in \{1, \dots, S\}, j \in \{1, \dots, M\}. \quad (6)$$

Чтобы сгенерировать код бинарного аналитического программирования, мы объединяем в одно упорядоченное множество аргументов математического выражения (1), множество единичных элементов (4) и множество функций с двумя аргументами (3)

$$\begin{aligned}
 F &= (f_1 = q_1, \dots, f_p = q_p, f_{p+1} = x_1, \dots, f_{p+N} = x_N, \\
 &f_{p+N+1} = e_1, \dots, f_{p+N+M} = e_M, \\
 &f_{p+N+M+1} = f_{2,1}(z_1, z_2), \dots, f_{p+N+M+S} = f_{2,S}(z_1, z_2)).
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Запишем математическое выражение в виде суперпозиции вложенных функций и аргументов математического выражения

$$y = f_{\alpha_1}(f_{\alpha_2}(\dots f_{\alpha_K} \dots)) = f_{\alpha_1} \circ f_{\alpha_2} \circ \dots \circ f_{\alpha_K}, \tag{8}$$

где  $f_{\alpha_i} \in F_0 \cup F_1 \cup F_2, i = 1, \dots, K$ .

Для получения кода бинарного генетического программирования суперпозиция функций (8) должна удовлетворять следующим условиям:

- а) аргументами функций с двумя аргументами являются только функции с одним аргументом;
- б) аргументами функций с одним аргументом являются аргументы математических выражений или функции с двумя аргументами или их единичные аргументы;
- с) первой функцией является функция с двумя аргументами.

Если суперпозиция не удовлетворяет условиям кодирования, мы исправляем это, добавив тождественную функцию и / или функцию с двумя параметрами, с единицей в качестве одного из аргументов.

Пусть условие а) не выполнено. Аргументом функции с двумя аргументами является тоже функция с двумя аргументами. Добавим функцию тождества (5) в математическое выражение

$$f_{2,k}(f_{2,l}(z_1, z_2), z_3) = f_{2,k}(f_{1,1}(f_{2,l}(z_1, z_2)), z_3). \tag{9}$$

Аргументом функции с двумя аргументами является аргумент математического выражения. Мы снова добавим функцию тождества в математическое выражение.

$$f_{2,k}(z_1, z_2) = f_{2,k}(f_{1,1}(z_1), z_2), \tag{10}$$

где  $z_1 \in F_0$ .

Пусть условие б) не выполнено. Аргументом функции с одним аргументом является тоже функция с одним аргументом. Добавим функцию с двумя аргументами и с единицей в качестве одного из аргументов в математическом выражении.

$$f_{1,k}(f_{1,l}(z) = f_{1,k}(f_{2,m}(f_{1,l}(z), f_{1,1}(e_r))), \tag{11}$$

где  $e_r \in E_2, f_{2,m}(z, e_r) = z$ .

Пусть условие с) не выполнено. Функцией суперпозиции (8) является функция с одним аргументом. Добавим функцию с двумя параметрами, взяв в качестве одного из аргументов единичный элемент, в начало математического выражения

$$f_{1,k}(z) = f_{2,m}(f_{1,k}(z), f_{1,1}(e_r)). \tag{12}$$

После коррекции суперпозиции (8) мы получаем суперпозицию с нечетным количеством элементов и чередующихся элементов из множеств (7) и (2)

$$y = f_{a_1} \circ f_{a_2} \circ \dots \circ f_{a_L}, \quad (13)$$

где  $f_{a_{2i+1}} \in F, f_{a_{2i}} \in F_1, i = 0, \dots, (L-1)/2$ .

Для получения кода математического выражения мы заменим элементы суперпозиции (13) на их серийные номера в соответствующих наборах  $F$  и  $F_1$

$$A = (a_1, \dots, a_L), \quad (14)$$

где  $a_{2i+1} = v$ , если  $f_{a_{2i+1}} = f_v \in F, i = 0, \dots, (L-1)/2$ , (15)

$$a_{2i} = m, \text{ если } f_{a_{2i}} = f_{1,m} \in F_1, i = 0, \dots, (L-1)/2. \quad (16)$$

Бинарное дерево графа имеет количество листьев на единицу больше числа узлов. Узлы и листья бинарного дерева графа математического выражения (14) соответствуют элементам множества (7). Если серийный номер элемента является не более чем объединенным числом параметров, переменных и единичных элементов в  $F, a_{2i+1} \leq P + N + M, i \in \{0, \dots, (L-1)/2\}$ , то элемент множества находится на листе бинарного дерева графа. В противном случае  $a_{2i+1} > P + N + M, i \in \{0, \dots, (L-1)/2\}$ , а элемент расположен в листе двоичного дерева графа.

Пусть количество узлов  $\sigma_n$  и листьев  $\sigma_l$  в коде (14) математического выражения рассчитываются по формулам

$$\sigma_n = \sum_{i=0}^{(L-1)/2} n_i, \quad (17)$$

$$\sigma_l = \sum_{i=0}^{(L-1)/2} l_i, \quad (18)$$

где

$$n_i = \begin{cases} 1, & \text{если } a_{2i+1} > P + N + M \\ 0 & \text{— иначе} \end{cases}, \quad (19)$$

$$l_i = \begin{cases} 1, & \text{если } a_{2i+1} \leq P + N + M \\ 0 & \text{— иначе} \end{cases}. \quad (20)$$

Для корректного кода математического выражения справедливо уравнение

$$\sigma_l - \sigma_n = 1. \quad (21)$$

Рассмотрим операцию скрещивания для кодов бинарного аналитического программирования. Для того чтобы реализовать функцию операции скрещивания,

мы совершаем обмен подмножеств кодов. Каждое подмножество соответствует коду математического выражения. Точки для операция скрещивания определяются в нечетных позициях кодов.

Определение подмножеств кодов для операция скрещивания является важной задачей.

Подмножество кода (14) математического выражения всегда начинается с нечетного порядкового элемента  $r$  и имеет нечетное число элементов  $k$

$$A(r, k) = (a_r, a_{r+1}, \dots, a_{r+k}), \quad (22)$$

где  $r + k \leq L$ .

Количество узлов и листьев в подмножестве кода математического выражения рассчитывается по формулам

$$\sigma_n(r, k) = \sum_{i=(r-1)/2}^{(k-1)/2} n_i, \quad (23)$$

$$\sigma_l(r, k) = \sum_{i=(r-1)/2}^{(k-1)/2} l_i, \quad (24)$$

где  $n_i$  и  $l_i$  определяются выражениями (19), (20).

Подмножество  $A(r, k)$  кода соответствует математическому выражению, когда условие (21) справедливо для минимального количества элементов в нем

$$\min_k \{\sigma_l(r, k) - \sigma_n(r, k) = 1\}. \quad (25)$$

Для операции скрещивания мы выбираем два кода для математических выражений

$$A_\alpha = (a_{\alpha,1}, \dots, a_{\alpha,L_\alpha}), \quad (26)$$

$$A_\beta = (a_{\beta,1}, \dots, a_{\beta,L_\beta}). \quad (27)$$

Нечетные позиции для точек операции скрещивания определяются случайным образом  $r_\alpha \in \{1, \dots, L_\alpha\}$ ,  $r_\beta \in \{1, \dots, L_\beta\}$ .

Определим подмножества кодов для математических выражений с помощью уравнения (25)

$$A_\alpha(r_\alpha, k_\alpha) = (a_{\alpha,r_\alpha}, \dots, a_{\alpha,r_\alpha+k_\alpha}), \quad (28)$$

$$A_\beta(r_\beta, k_\beta) = (a_{\beta,r_\beta}, \dots, a_{\beta,r_\beta+k_\beta}), \quad (29)$$

где переменные  $k_\alpha$  и  $k_\beta$  удовлетворяют следующие выражения

$$\min_{k_\alpha} \{\sigma_{\alpha,l}(r_\alpha, k_\alpha) - \sigma_n(r_\alpha, k_\alpha) = 1\}, \quad (30)$$

$$\min_{k_\beta} \{ \sigma_{\beta,l}(r_\beta, k_\beta) - \sigma_n(r_\beta, k_\beta) = 1 \}. \quad (31)$$

Поменяем подмножества кодов математических выражений и получим коды для новых математических выражений

$$\tilde{A}_\alpha = (a_{\alpha,1}, \dots, a_{\alpha,r_\alpha-1}, a_{\beta,r_\beta}, \dots, a_{\beta,r_\beta+k_\beta}, a_{\alpha,r_\alpha+k_\alpha+1}, \dots, a_{\alpha,r_\alpha+L_\alpha}), \quad (32)$$

$$\tilde{A}_\beta = (a_{\beta,1}, \dots, a_{\beta,r_\beta-1}, a_{\alpha,r_\alpha}, \dots, a_{\alpha,r_\alpha+k_\alpha}, a_{\beta,r_\beta+k_\beta+1}, \dots, a_{\beta,r_\beta+L_\beta}). \quad (33)$$

Рассмотрим пример. Пусть это множество двух математических выражений

$$y_1 = \sin(q_1 x_1) + \begin{cases} \cos(q_2 x_2 + q_3), & \text{если } q_1 x_1 \leq q_2 x_2 \\ \exp(-q_2 x_2) & \text{— иначе} \end{cases},$$

$$y_2 = \begin{cases} \exp(-q_2 x_2), & \text{если } \cos(q_2 x_2 + q_3) \leq \sin(q_1 x_1 + q_3) \\ \exp(-q_1 x_1) & \text{— иначе} \end{cases}.$$

Составим коды бинарного генетического программирования для математических выражений  $y_1$  и  $y_2$ .

Будем использовать следующие базовые множества

$$F_0 = (x_1, x_2, q_1, q_2, q_3),$$

$$F_1 = (f_{1,1}(z) = z, f_{1,2}(z) = \sin(z), f_{1,3}(z) = \cos(z), f_{1,4}(z) = \exp(z),$$

$$f_{1,5}(z) = -z, f_{1,6}(z) = \vartheta(z), f_{1,7}(z) = 1 - \vartheta(z)),$$

$$F_2 = (f_{2,1}(z_1, z_2) = z_1 + z_2, f_{2,2}(z_1, z_2) = z_1 z_2),$$

$$E_2 = (0, 1),$$

где

$$\vartheta(z) = \begin{cases} 1, & \text{если } z > 0 \\ 0 & \text{— иначе} \end{cases}.$$

Объединим множества  $F_0$ ,  $E_2$  и  $F_2$

$$F = (f_1 = x_1, f_2 = x_2, f_3 = q_1, f_4 = q_2, f_5 = q_3, f_6 = 0, f_7 = 1, f_8 = z_1 + z_2, f_9 = z_1 z_2).$$

Наши математические выражения  $y_1$ ,  $y_2$  включают в себя функцию с тремя аргументами

$$f_{3,1}(z_1, z_2, z_3) = \begin{cases} z_2, & \text{если } z_1 \leq 0 \\ z_3 & \text{— иначе} \end{cases}.$$

Мы можем представить эти функции с помощью некоторых функций с одним и двумя аргументами

$$\begin{aligned} f_{3,1}(z_1, z_2, z_3) &= (1 - \vartheta(z_1))z_2 + \vartheta(z_1)z_3 = \\ &= f_{2,2}(1 - \vartheta(z_1), z_2) + f_{2,2}(\vartheta(z_1), z_3) = f_{2,2}(f_{1,7}(z_1), z_2) + f_{2,2}(f_{1,6}(z_1), z_3) = \\ &= f_{2,1}(f_{2,2}(f_{1,7}(z_1), z_2), f_{2,2}(f_{1,6}(z_1), z_3)). \end{aligned}$$

Представим математические выражения  $y_1, y_2$  элементами множеств  $F_0, F_1, F_2$

$$\begin{aligned} y_1 &= f_{2,1}(f_{1,2}(f_{2,2}(q_1, x_1)), f_{2,1}(f_{2,2}(f_{1,7}(f_{2,1}(f_{2,2}(q_1, x_1), \\ & f_{1,5}(f_{2,2}(q_2, x_2))))), f_{1,3}(f_{2,1}(f_{2,2}(q_2, x_2), q_3))), \\ & f_{2,2}(f_{1,6}(f_{2,1}(f_{2,2}(q_1, x_1), f_{1,5}(f_{2,2}(q_2, x_2))))), \\ & f_{1,4}(f_{1,5}(f_{2,2}(q_2, x_2))))). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= f_{2,1}(f_{2,2}(f_{1,7}(f_{2,1}(f_{1,3}(f_{2,1}(f_{2,2}(q_2, x_2)), q_3)), f_{1,5}(f_{1,2}(f_{2,1}(f_{2,2}(q_1, x_1), \\ & f_{1,4}(f_{1,5}(f_{2,2}(q_2, x_2))))), f_{2,2}(f_{1,6}(f_{2,1}(f_{1,3}(f_{2,1}(f_{2,2}(q_2, x_2)), q_3))), \\ & f_{1,5}(f_{1,2}(f_{2,1}(f_{2,2}(q_1, x_1), q_3))))), f_{1,4}(f_{1,5}(f_{2,2}(q_1, x_1))))). \end{aligned}$$

Полученные записи математических выражений не удовлетворяют свойствам  $a, b, c$ . Исправим оба выражения в соответствии с формулами (9)—(12)

$$\begin{aligned} y_1 &= f_{2,1} \circ f_{1,2} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_1 \circ f_{1,1} \circ x_1 \circ f_{1,1} \circ f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ f_{2,2} \circ f_{1,7} \circ \\ & f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_1 \circ f_{1,1} \circ x_1 \circ f_{1,5} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_2 \circ f_{1,1} \circ \\ & x_2 \circ f_{1,3} \circ f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_2 \circ f_{1,1} \circ x_2 \circ f_{1,1} \circ q_3 \circ f_{1,1} \circ f_{2,2} \circ \\ & f_{1,6} \circ f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_1 \circ f_{1,1} \circ x_1 \circ f_{1,5} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_2 \circ \\ & f_{1,1} \circ x_2 \circ f_{1,4} \circ f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ 0 \circ f_{1,5} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_2 \circ f_{1,1} \circ x_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ f_{2,2} \circ f_{1,7} \circ f_{2,1} \circ f_{1,3} \circ f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_2 \circ f_{1,1} \circ \\ & x_2 \circ f_{1,1} \circ q_3 \circ f_{1,5} \circ f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ 0 \circ f_{1,2} \circ f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_1 \circ \\ & f_{1,1} \circ x_1 \circ f_{1,4} \circ f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ 0 \circ f_{1,5} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_2 \circ f_{1,1} \circ x_2 \circ f_{1,1} \circ \\ & f_{2,2} \circ f_{1,6} \circ f_{2,1} \circ f_{1,3} \circ f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_2 \circ f_{1,1} \circ x_2 \circ f_{1,1} \circ q_3 \circ \\ & f_{1,5} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ 0 \circ f_{1,2} \circ f_{2,1} \circ f_{1,1} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_1 \circ f_{1,1} \circ x_1 \circ f_{1,1} \circ \\ & q_3 \circ f_{1,4} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ 0 \circ f_{1,5} \circ f_{2,2} \circ f_{1,1} \circ q_1 \circ f_{1,1} \circ x_1. \end{aligned}$$

Заменим элементы упорядоченных множеств  $F_0, F_1, F_2$  на номера этих элементов в множествах  $F_1$  и  $F$

$$\begin{aligned} A_1 &= (8, 2, 9, 1, 3, 1, 1, 1, 8, 1, 9, 7, 8, 1, 9, 1, 3, 1, 1, 5, 9, 1, 4, 1, 2, 3, 8, 1, 9, 1, 4, \\ & 1, 2, 1, 5, 1, 9, 6, 8, 1, 9, 1, 3, 1, 1, 5, 9, 1, 4, 1, 2, 4, 8, 1, 6, 5, 9, 1, 4, 1, 2), \end{aligned}$$

$$A_2 = (8, 1, 9, 7, 8, 3, 8, 1, 9, 1, 4, 1, 2, 1, 5, 5, 8, 1, 6, 2, 8, 1, 9, 1, 3, 1, 1, 4, 8, 1, 6, 5, 9, 1, 4, 1, 2, 1, 9, 6, 8, 3, 8, 1, 9, 1, 4, 1, 2, 1, 5, 5, 9, 1, 6, 2, 8, 1, 9, 1, 3, 1, 1, 1, 5, 4, 9, 1, 6, 5, 9, 1, 3, 1, 1).$$

Мы получили коды бинарного аналитического программирования для математических выражений.

Рассмотрим пример операции скрещивания кодов  $A_1, A_2$ .

Определим случайным образом нечетные точки для скрещивания. Пусть  $r_1 = 15, r_2 = 21$ .

Определим подмножества математической формы формулами (28)—(31),  $k_1 = 4, k_2 = 16$ ,

$$\sigma_{1,l}(15,4) = 0 + 1 + 1 = 2,$$

$$\sigma_{1,n}(15,4) = 1 + 0 + 0 = 1,$$

$$\sigma_{1,l}(15,4) - \sigma_{1,n}(15,4) = 2 - 1 = 1,$$

$$\sigma_{2,l}(21,16) = 0 + 0 + 1 + 1 + 0 + 1 + 0 + 1 + 1 = 5,$$

$$\sigma_{2,n}(21,16) = 1 + 1 + 0 + 0 + 1 + 0 + 1 + 0 + 0 = 4,$$

$$\sigma_{2,l}(21,16) - \sigma_{2,n}(21,16) = 5 - 4 = 1.$$

Мы получили следующие подмножества кодов

$$A_1 = (8, 2, 9, 1, 3, 1, 1, 1, 8, 1, 9, 7, 8, 1, 9, 1, 3, 1, 1, 5, 9, 1, 4, 1, 2, 3, 8, 1, 9, 1, 4, 1, 2, 1, 5, 1, \underbrace{9, 6, 8, 1, 9, 1, 3, 1, 1, 5, 9, 1, 4, 1, 2, 4, 8, 1, 6, 5, 9, 1, 4, 1, 2}_{A_1(15,4)}),$$

$$A_2 = (8, 1, 9, 7, 8, 3, 8, 1, 9, 1, 4, 1, 2, 1, 5, 5, 8, 1, 6, 2, 8, 1, 9, 1, 3, 1, 1, 4, 8, 1, 6, 5, 9, 1, 4, 1, 2, 1, 9, \underbrace{6, 8, 3, 8, 1, 9, 1, 4, 1, 2, 1, 5, 5, 9, 1, 6, 2, 8, 1, 9, 1, 3, 1, 1, 1, 5, 4, 9, 1, 6, 5, 9, 1, 3, 1, 1}_{A_2(21,16)}).$$

Новые коды соответствуют новым математическим выражениям

$$\begin{aligned} \tilde{y}_1 &= \sin(q_1 x_1) + (1 - \vartheta(q_1 x_1 + \exp(-q_2 x_2) - q_2 x_2)) \cdot \\ &\quad \cdot \cos(q_2 x_2 + q_3) + \vartheta(q_1 x_1 - q_2 x_2) \exp(-q_2 x_2), \\ \tilde{y}_2 &= (1 - \vartheta(\cos(q_2 x_2 + q_3) - \sin(q_1 x_1))) \cdot \\ &\quad \cdot \vartheta(\cos(q_2 x_2 + q_3) - \sin(q_1 x_1 + q_3)) \exp(-q_1 x_1). \end{aligned}$$

### Выводы

Представлен новый метод символьный регрессии, бинарного генетического программирования. Новый метод использует бинарное вычислительное дерево. Метод увеличивает число возможных точек скрещивания и не требует коррекции кода после скрещивания.

© Дивеев А.И., Ломакова Е.М., 2017

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК/REFERENCES

- [1] Koza, J.R. Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection. Cambridge, Massachusetts, London, MA: MIT Press, 1992. 819 p.
- [2] O'Neill, M., Ryan, C. Grammatical Evolution. *IEEE Trans. Evol. Comput.* 2001, 5. Pp. 349–358.
- [3] Zelinka, I. Analytic programming by Means of SOMA Algorithm. In Proceedings of 8th International Conference on Soft Computing Mendel 02, 2002, Brno, Czech Republic. Pp. 93–101.
- [4] Diveev, A., Sofronova, E. Application of Network Operator Method for Synthesis of Optimal Structure and Parameters of Automatic Control System. Proc. of 17-th IFAC World Congress, Seoul, 05.07.2008 – 12.07.2008. Pp. 6106–6113.
- [5] Miller, J., Thomson, P. Cartesian Genetic Programming. Proc. EuroGP'2000R 3rd European Conf. Genetic Programming, R. Poli, W. Banzhaf, W.B. Langdon, J.F. Miller, P. Nordin, and Fogarty, T.C. Eds., Edinburgh, Scotland, 2000, vol. 1802. Berlin: Springer-Verlag. Pp. 121–132.
- [6] Luo, C., Zhang, S.-L. Engineering Applications of Artificial Intelligence. 2012, 25. Pp. 1182–1193.

### История статьи:

Дата поступления в редакцию: 5 декабря 2016

Дата принятия к печати: 22 января 2017

### Для цитирования:

Дивеев А.И., Ломакова Е.М. Метод бинарного генетического программирования для поиска математического выражения // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования.* 2017. Т. 18. № 1. С. 125–134.

### Сведения об авторах:

*Дивеев Асхат Ибрагимович*, доктор технических наук, профессор, заведующий сектором проблем кибернетики, Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление», Российская академия наук, профессор департамента механики и мехатроники, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: вычислительные методы для решения задач управления. *Контактная информация*: e-mail: aidiveev@mail.ru.

*Ломакова Евгения Михайловна*, аспирант, департамент механики и мехатроники, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: Computational methods for problems of control. *Контактная информация*: e-mail: lomakovajm@gmail.com.

## METHOD OF BINARY ANALYTIC PROGRAMMING TO LOOK FOR OPTIMAL MATHEMATICAL EXPRESSION

A.I. Diveev<sup>1</sup>, E.M. Lomakova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Federal Research Center “Computer Science and Control” of RAS

*Vavilov str., 44, Moscow, Russia, 119333*

<sup>2</sup> Engineering Academy

Peoples' Friendship University of Russia

*Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198*

In the known methods of symbolical regression by search of the solution with the help of a genetic algorithm, there is a problem of crossover. Genetic programming performs a crossover only in certain

points. Grammatical evolution often corrects a code after a crossover. Other methods of symbolical regression use excess elements in a code for elimination of this shortcoming. The work presents a new method of symbolic regression on base of binary computing trees. The method has no problems with a crossover. Method use a coding in the form of a set of integer numbers like analytic programming. The work describes the new method and some examples of coding for mathematical expressions.

**Key words:** symbolic regression, genetic programming, genetic algorithm

**Article history:**

Received: 5 December 2016

Accepted: 22 January 2017

**For citation:**

**Diveev A.I., Lomakova E.M. (2017) Synthesis of control for group of autonomous robots with phase constraints by multi-layer network operator with priorities. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 125—134.**

**Bio Note:**

*Askhat I. Diveev*, Doctor of technical sciences, professor, chief of sector of Cybernetic problems, Federal Research Centre “Computer Science and Control” of Russia Academy of Sciences, professor of department Mechanics and mechatronics, Engineering Academy, Peoples’ Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests:* Computational methods for problems of control. *Contact information:* e-mail: aidiveev@mail.ru.

*Evgenia M. Lomakova*, graduate student, department Mechanics and mechatronics, Engineering Academy, Peoples’ Friendship University of Russia (RUDN University). *Research Interests:* Computational methods for problems of control. *Contact information:* e-mail: lomakovajm@gmail.com.



УДК 553.611.6

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-135-143

## БЕНТОНИТОВЫЕ ГЛИНЫ МЕСТОРОЖДЕНИЯ 10-Й ХУТОР (РЕСПУБЛИКА ХАКАСИЯ): ОСОБЕННОСТИ ГЕНЕЗИСА, СОСТАВА И АДсорбЦИОННЫХ СВОЙСТВ\*

П. Е. Белоусов<sup>1</sup>, В.В. Крупская<sup>1,2</sup>, С.В. Закусин<sup>1,2</sup>, В.В. Жигарев<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Институт геологии рудных месторождений, петрографии, минералогии и геохимии РАН  
*Старомонетный пер., 35, Москва, Россия, 119017*

<sup>2</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
*Ленинские горы, д. 1, Москва, Россия, 119991*

<sup>3</sup> Сибирский федеральный университет  
*Свободный пр., 79, Красноярск, Россия, 660041*

Данная статья посвящена изучению особенностей минерального состава и генезиса бентонитовых глин месторождения Десятый Хутор (10-й Хутор) расположенного в Республике Хакасия. Комплексом методов охарактеризованы состав, строение и свойства бентонитовых глин месторождения. На основании геологического строения, данных по тектоническому и минерагеническому районированию месторождение отнесено к особому формационно-генетическому типу месторождений, залегающих среди угленосных пород. В пределах данной бентонитоносной провинции выделены перспективные участки на поиски бентонитов.

**Ключевые слова:** бентонитовые глины, минеральный состав, монтмориллонит

### Введение

Месторождение 10-й Хутор находится на юге Красноярского края в 8 км юго-западнее города Черногорска Усть-Абаканского района Республики Хакасия и является основной сырьевой базой бентонитовых глин России.

Благодаря своим качественным характеристикам бентониты данного месторождения широко используются в литейной и металлургической промышленности. Однако в большинстве российских ГОСТов [1] и ТУ используются устаревшие методы определения содержания монтмориллонита, основанные на адсорбции органических красителей. В результате проведенных исследований минерального состава современными методами рентгеновской дифракции удалось определить реальное содержание монтмориллонита в валовой пробе и фракции < 0,5 мкм.

Бентониты данного месторождения имеют вулканогенно-осадочный генезис и связаны с разложением вулканических стекол, главным образом вулканических туфов. В структурном плане район месторождения входит в состав Минусинско-

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (проект №16-17-10270).

го каменноугольного бассейна. Для данного месторождения характерна парагенетическая связь между угленосными толщами, туфогенным материалом и бентонитовыми глинами, на основании чего оно может быть отнесено к особому формационно-генетическому типу месторождений, залегающих среди угленосных пород.

### Материалы и методы

Материалом для исследования послужили образцы бентонитовых глин месторождения Десятый Хутор, предоставленные компанией ООО «Бентонит» ([www.bentonit.ru](http://www.bentonit.ru)). В ходе исследования изучались образцы природных глин, а также их тонкодисперсные фракции ( $< 0,5$  мкм). Фракция  $< 0,5$  мкм получалась из образцов комовых бентонитовых глин путем многократного диспергирования, отстаивания в водном столбе и центрифугирования при 5000 об/мин. в течение 15—45 мин. Содержание монтмориллонита (не менее 92—95%) и кварца в отобранной фракции определялось методом рентгеновской дифракции.

Рентгенодифракционный анализ образцов проводился при помощи рентгеновского дифрактометра ULTIMA-IV компании Rigaku, Япония. Рабочий режим — 40 кВ — 40 мА, медное излучение, никелевый фильтр, диапазон измерений —  $3—65^{\circ}2\theta$ , шаг по углу сканирования  $0,02^{\circ}2\theta$ , полупроводниковый детектор нового поколения — DTex/Ultra, скорость сканирования —  $5^{\circ}2\theta/\text{мин}$ .

Определение концентрации порообразующих элементов в пробах выполнялось методом рентгенофлуоресцентного анализа (XRF) на спектрометре последовательного действия Axios Advanced производства компании PANalytical (Нидерланды). Спектрометр снабжен рентгеновской трубкой мощностью 4 кВт с Rh анодом. Максимальное напряжение на трубке 60 кВ, максимальный анодный ток — 160 мА.

Определение емкости катионного обмена (ЕКО) проводилось методом адсорбции красителя метиленового голубого в соответствии с ГОСТ 21283-93 [1].

Для определения удельной поверхности образцов использовался прибор СОРБИ-М, разработанный институтом катализа им. Г.К. Борескова СО РАН. Прибор СОРБИ-М предназначен для измерения удельной поверхности дисперсных и пористых материалов путем сравнения объемов газа-адсорбата, сорбируемого исследуемым образцом и стандартным образцом материала с известной удельной поверхностью. В качестве газа-носителя использовался газообразный гелий ТУ 0271-001-45905715-02 (марка 6.0, объемная доля не менее 99,9999%).

Интерпретация геологической информации была проведена на основании геологических маршрутов, а также изучения фондовых материалов (геологические карты, карты тектонического и минерагенетического районирования).

### Результаты и их обсуждение

**Геологическое строение.** Площадь района располагается в центральной части Южно-Минусинской впадины и имеет весьма простое тектоническое строение. Месторождение располагается в пределах развития образований сарской свиты, которая входит в состав континентальной туфо-песчано-глинистой угленосной

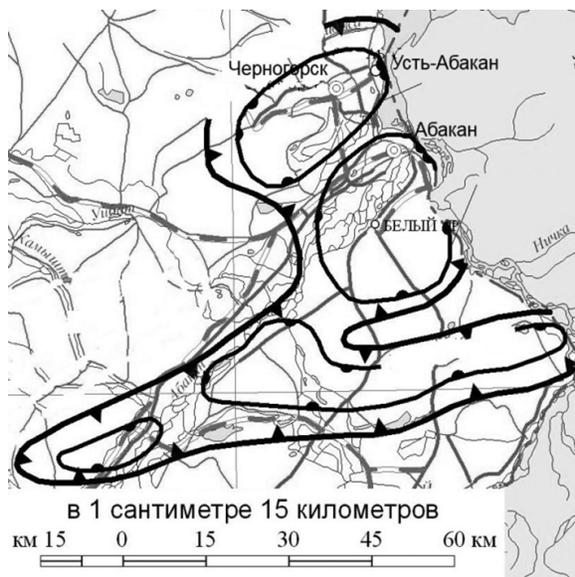


водного преобразования вулканических пеплов и другого пирокластического материала.

В химическом отношении процесс подводного преобразования — гальмиролиза начинается одновременно с накоплением осадка и завершается в основном уже в стадию катагенеза — раннего диагенеза, когда происходит девитрификация стекла пеплов и разрушение последнего путем трансформации и вхождения в его состав большого количества воды.

В щелочных условиях вулканические стекла являются неустойчивыми и в конечном счете превращаются в монтмориллонит. По аналогии с современными гидротермальными системами, которые могут существовать несколько сотен лет, можно предположить, что гидратация стекла и его последующее замещение монтмориллонитом могут происходить в течение 100—300 лет и более. При этом температура варьирует от 50—60 до 100—150 °С.

Для месторождения 10-й Хутор характерна парагенетическая связь между угленосными толщами, бентонитовыми глинами и туфогенным материалом. Связь между бентонитовыми глинами и угленосными отложениями объясняется тем, что одной из отличительных черт ископаемых углей является их фациальное разнообразие, определяющиеся набором генетических типов осадков, включая вулканогенные и вулканогенно-осадочные. Условия осадконакопления ископаемых углей являются благоприятными для образования бентонитов из вулканического пепла: прибрежные мелководные бассейны, заливы, озера или болота со стоячей пресной или опресненной водой. Как правило, месторождения бентонитов, относящиеся к вышеуказанному типу, образуют бентонитовые провинции, что связано с широким распространением угольных бассейнов и способностью к дальнему переносу вулканического пепла.



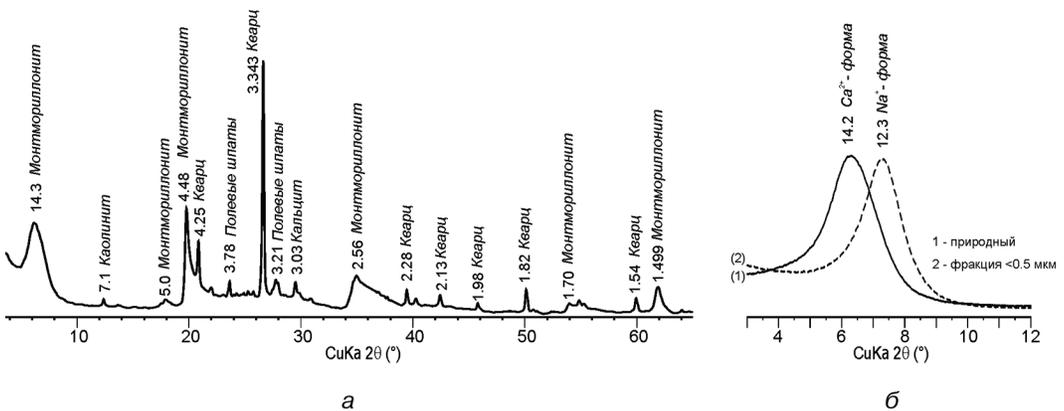
**Рис. 2.** Минусинский каменноугольный бассейн (Струнин, Кавицкая) [3].  
Черным цветом помечены каменноугольные бассейны  
[Minusinskiy coal-bearing basin (Strunin, Kovickaya) [3].  
Coal basins are marked with black color]

Кроме месторождения 10-й Хутор, на данный момент в Республике Хакасия в пределах Черногорского и Изыхского каменноугольных районов Минусинского каменноугольного бассейна известны Каракукское, Изыхское и Подсиненьское месторождения бентонитовых глин, которые также имеют вулканогенно-осадочный генезис и локализованы в пределах развития континентальной туфо-песчано-глинистой угленосной формации каменноугольного возраста (рис. 2). Таким образом, вся угленосная формация, выполняющая мульду, является бентонитоносной.

В результате структурного анализа установлено, что, помимо Черногорского и Изыхского каменноугольных районов, потенциально бентонитоносными можно считать отложения нижнего карбона ( $C_{1so} - C_{2sr}$ ) Бейского и Аскизского каменноугольных районов.

Стоит отметить, что помимо Южно-Минусинской впадины, в России также выделяются и другие бентонитоносные провинции, приуроченные к угольным бассейнам, а именно: бентонитовые провинции, расположенные на о. Сахалин, в Кемеровской и Ростовской областях [3].

**Минеральный состав.** Минеральный состав бентонитов месторождения 10-й Хутор был рассчитан при помощи метода порошковой рентгеновской дифракции, который на настоящий момент признан самым действенным для решения подобных задач. Содержание монтмориллонита в бентонитовой глине, предоставленной для исследования, составляет 77,1%, среди других глинистых минералов идентифицирован только каолинит 0,7%. Наряду с глинистыми минералами, в породе присутствуют кварц, микроклин, альбит, кальцит и обломки угля. В зависимости от пласта в незначительном количестве (менее 1 %) могут присутствовать гипс и пирит. Рентгеновская дифракционная картина неориентированного препарата представлена на рис. 3. Минеральный состав приведен в табл. 1.



**Рис. 3.** Рентгеновские дифракционные картины:  
а) неориентированного препарата образца бентонитовой глины месторождения 10-й Хутор;  
б) фрагменты ориентированных образцов природного образца (1) и фракции < 0,5 мкм (2).

Межплоскостные расстояния даны в ангстремах

[X-ray diffraction pictures: a) unoriented sample of bentonite clay from 10<sup>th</sup> Khutor deposit;  
b) fragment of oriented sample of natural clay (1) and < 0,5 mkm fraction (2).

Interlayer space is written in angstroms]

Таблица 1

**Минеральный состав образцов, % [Mineral composition of the samples, %]**

	Монтмориллонит [montmorillonite]	Каолинит [kaolinite]	Кварц [quartz]	Микроклин [microcline]	Альбит [albite]	Кальцит [calcite]
Валовый образец [Natural sample]	77,1	0,7	13,3	3,3	4,9	0,7
Фракция < 0,5 мкм [< 0,5 mkm fraction]	93,5	0	4,6	0	0	1,8

Монтмориллонит определен по нескольким дифракционным рефлексам, основные из которых — 14,3 и 12,6 Å (001), 4,9 Å (003), 4,49 Å (02; 11), 2,56 Å (20; 13), 1,498 Å (060). Кварц диагностируется по нескольким рефлексам — 3,34 Å, 4,25 Å, 2,46 Å, 2,28 Å, 1,82 Å, 1,54 Å. Полевые шпаты ряда альбит-анортит дают нескольких рефлексов, но из-за низких содержаний на дифрактограмме отмечается только серия в области 3,21-3,19 Å, 4,03 Å, 3,78 Å. Каолинит диагностируется только по одному рефлексу — 7,14 Å (001).

Выделенная фракция < 0,5 мкм в значительной степени обогащена монтмориллонитом, содержание кварца, полевых шпатов, каолинита резко снижено. При этом меняется не только минеральный состав в целом, но и состав монтмориллонита. Изменение межплоскостного расстояния базального рефлекса (001) с 14,2 до 12,4 Å (см. рис. 3) свидетельствует о преобладании катионов Са и Mg в составе поглощенного комплекса монтмориллонита валовой пробы и о преобладании Na-формы монтмориллонита во фракции < 0,5 мкм. На дифракционных картинах неориентированного препарата и ориентированного препарата в воздушно-сухом состоянии отмечается сложная форма рефлекса (001) с отражениями 14,2 и 12,6 Å.

Таким образом, можно утверждать, что в составе природной бентонитовой глины присутствуют монтмориллониты с разным составом поглощенного комплекса, в то время как в составе тонкой фракции значительно преобладает Na-форма монтмориллонита. Na-монтмориллониты отличаются меньшими размерами кристаллитов, поэтому преобладание этой формы в тонкой фракции по сравнению с валовым образцом глины вполне естественно и характерно для многих бентонитовых глин.

Химический состав валового образца и глинистой фракции < 0,5 мкм приведен в табл. 2. Измеренное содержание  $C_{\text{общ}}$  составляет 0,63%,  $C_{\text{орг}}$  — 0,04%.

Таблица 2

**Химический состав природных бентонитовых глин и фракции < 0,5 мкм (%)  
[Chemical composition of natural samples and < 0,5 mkm fraction (%)]**

	ППП*	Na <sub>2</sub> O	MgO	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>	K <sub>2</sub> O	CaO	TiO <sub>2</sub>	MnO	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>
Валовый образец [Natural sample]	7,64	1,04	2,96	18,10	61,71	1,01	2,24	0,74	0,09	4,23	0,14
Фракция < 0,5 мкм [< 0,5 mkm fraction]	7,21	2,04	3,48	21,19	58,87	0,64	1,38	0,77	0,021	4,17	0,08

\* ППП — потери при прокаливании [losses on ignition]

В составе тонкодисперсной глинистой фракции бентонита увеличивается содержание алюминия и магния, которые занимают октаэдрические позиции, а также содержание натрия, располагающегося в межслоевых позициях. В тонкой фракции уменьшается содержание кальция, также занимающего межслоевые позиции, что согласуется с данными рентгенодифракционного анализа. Увеличение в валовой пробе кремния и калия связано с более высоким содержанием кварца, полевых шпатов и иллита.

Величина емкости катионного обмена (ЕКО) природных бентонитовых глин составляет 35—45 мг·экв/100 г и увеличивается до 80—90 мг·экв/100 г в образцах фракции < 0,5 мкм. Значение площади удельной поверхности ( $S_{уд}$ ) природных бентонитовых глин составляет 22 м<sup>2</sup>/г. Такие низкие значения по сравнению с другими бентонитовыми глинами (например, для бентонитовых глин месторождения Таганское ЕКО = 85 мг·экв/100 г,  $S_{уд}$  = 110 м<sup>2</sup>/г) объясняется, вероятно, относительно низким слоевым зарядом и небольшой толщиной двойного электрического слоя, что приводит к сильному взаимодействию частиц между собой с образованием крупных и крепких агрегатов.

### Заключение

В результате проведенных исследований удалось рассчитать корректное содержание монтмориллонита в бентонитовых глинах месторождения Десятый Хутор. Полученные данные свидетельствуют о кальциево-магнезиальном составе поглощенного комплекса валовой пробы, что и является причиной низких показателей ЕКО (35—45 мг·экв/100 г). Однако в составе тонкодисперсной глинистой фракции (< 0,5 мкм) преобладает натровая форма монтмориллонита, за счет чего показатели ЕКО в тонкодисперсной фракции достигают 80—90 мг·экв/100 г. Таким образом, определение содержания монтмориллонита методами адсорбции органических красителей является некорректным и зачастую может ввести в заблуждение. Специфические свойства монтмориллонита данного месторождения, по-видимому, связаны с особенностями его образования. Изученные бентониты относятся к особому формационно-генетическому типу месторождений, приуроченных к угольным бассейнам. На основании геологических карт и структурного районирования была выделена бентонитоносная провинция и даны рекомендации по дальнейшим поискам бентонитовых глин с целью расширения минерально-сырьевой базы Сибирского федерального округа.

© Белоусов П.Е., Крупская В.В., Закусин С.В., Жигарев В.В., 2017

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] ГОСТ 21283-93. Глина бентонитовая для тонкой и строительной керамики. Методы определения показателя адсорбции и емкости катионного обмена.
- [2] *Борисюк Г.А.* Отчет по работам за 2008—2009 гг. по объекту «Поисковые и оценочные работы в пределах участка “Дальняя поляна” (западное крыло Черногорской мульды, Южно-Минусинская впадина) с целью выявления месторождения бентонитовых глин (Республика Хакасия)» с подсчетом запасов по состоянию на 01.01.2010. ООО «Хакастеология». Абакан, 2010.
- [3] *Струнин Б.М., Кавицкая Ю.С.* ГИС-Атлас ВСЕГЕИ. 2009.

- [4] *Сабитов А.А., Руселик Е.С., Трофимова Ф.А., Тетерин А.Н.* Bentonиты России: состояние освоения и перспективы развития сырьевой базы. Минеральные ресурсы России // Экономика и управление. 2010. № 5. С. 8–17.

**История статьи:**

Дата поступления в редакцию: 30 декабря 2016

Дата принятия к печати: 20 января 2017

**Для цитирования:**

**Белоусов П.Е., Крупская В.В., Закусин С.В., Жигарев В.В.** Bentonитовые глины месторождения 10-й Хутор (Республика Хакасия): особенности генезиса, состава и адсорбционных свойств // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2017. Т. 18. № 1. С. 135–143.

**Сведения об авторах:**

*Белоусов Петр Евгеньевич*, кандидат геолого-минералогических наук, младший научный сотрудник, Институт геологии рудных месторождений, петрографии, минералогии и геохимии Российской академии наук. *Сфера научных интересов:* геология, минералогия, неметаллические полезные ископаемые, бентонит. *Контактная информация:* e-mail: pitbl@mail.ru.

*Крупская Виктория Валерьевна*, кандидат геолого-минералогических наук, старший научный сотрудник, Институт геологии рудных месторождений, петрографии, минералогии и геохимии Российской академии наук. Старший научный сотрудник, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова. *Сфера научных интересов:* минералогия, рентгенофазовый анализ, глинистые минералы. *Контактная информация:* e-mail: krupskaya@ruclay.com.

*Закусин Сергей Вячеславович*, младший научный сотрудник, Институт геологии рудных месторождений, петрографии, минералогии и геохимии Российской академии наук. Ведущий инженер, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова. *Сфера научных интересов:* минералогия, рентгенофазовый анализ, глинистые минералы. *Контактная информация:* e-mail: zakusinsergey@gmail.com.

*Жигарев Василий Валерьевич*, аспирант, Сибирский федеральный университет. *Сфера научных интересов:* геология, бентонит. *Контактная информация:* e-mail: ghigarevv@yandex.ru.

## **BENTONITE CLAYS FROM 10<sup>TH</sup> KHUTOR DEPOSIT: FEATURES OF GENESIS, COMPOSITION AND ADSORPTION PROPERTIES**

**P.E. Belousov<sup>1</sup>, V.V. Krupskaya<sup>1,2</sup>, S.V. Zakusin<sup>1,2</sup>, V.V. Zhigarev<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Institute of Ore Geology, Petrography, Mineralogy and Geochemistry, RAS  
*Staromonetnyj per., 35, Moscow, Russia, 119017*

<sup>2</sup> Lomonosov Moscow State University  
*Leninskie gory, 1, Moscow, Russia, 119991*

<sup>3</sup> Siberian Federal University  
*Svobodnyj prospekt, 79, Krasnoyarsk, Russia, 660041*

The article is dedicated to the study of mineral composition and genesis of Desiaty Khutor deposit of bentonite clays located in the Republic of Khakasia. The mineral composition of natural samples and fraction < 0.5 mm was studied in details by X-ray diffraction. On the basis of the geological structure,

tectonic and mineragenous zoning data, the deposit was designated to a particular genetic type of deposits, lying among coal-bearing rocks. Promising areas for bentonite exploration were highlighted within this bentonite-bearing province.

**Key words:** bentonite clay, mineral composition, montomorillonite, 10<sup>th</sup> Khutor deposit, x-ray diffraction, cation exchange capacity, specific surface area

## REFERENCES

- [1] GOST 21283-93. Bentonite clay for fine and building ceramics. Methods of determination of adsorption index and cation exchange capacity.
- [2] Borisyyuk G.A. Otchet po rabotam za 2008—2009 gg. po ob"ektu «Poiskovye i otsnochnye raboty v predelakh uchastka “Dal’nyaya polyana” (zapadnoe krylo Chernogorskoj mul’dy, Yuzhno — Minusinskaya vpadina) s tsel’yu vyyavleniya mestorozhdeniya bentonitovykh glin (Respublika Khakasiya)» s podschetom zapasov po sostoyaniyu na 01.01.2010. OOO «Khakasgeologiya». Abakan, 2010.
- [3] Strunin B.M., Kavitskaya Yu.S. GIS-Atlas A.P. Karpinsky Russian Geological Research Institute. 2009.
- [4] Sabitov A.A., Ruselik E.S., Trofimova F.A., Teterin A.N. Russian Bentonite: The Current State And Prospects For The Development Of The Resource Base. Mineral Resources of Russia. Economics and Management, 2010. Vol. 5. Pp. 8—17.

### Article history:

Received: 30 December 2016

Accepted: 20 January 2017

### For citation:

**Belousov P.E., Krupskaya V.V., Zakusin S.V., Zhigarev V.V. (2017) Bentonite clays from 10<sup>th</sup> Khutor deposit: features of genesis, composition and adsorption properties. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 135—143.**

### Bio Note:

*Belousov Petr Evgenievich*, Institute of Geology of Ore Deposits, Petrography, Mineralogy and Geochemistry RAS (IGEM RAS), Lomonosov Moscow State University. *Research Interests:* geology, mineralogy, nonmetallic minerals, bentonite. *Contact information:* e-mail: pitbl@mail.ru.

*Krupskaya Viktoria Valerievna*, Institute of Geology of Ore Deposits, Petrography, Mineralogy and Geochemistry RAS (IGEM RAS). *Research Interests:* mineralogy, x-ray diffraction, clay minerals. *Contact information:* e-mail: krupskaya@ruclay.com.

*Zakusin Sergey Viacheslavovich*, Institute of Geology of Ore Deposits, Petrography, Mineralogy and Geochemistry RAS (IGEM RAS), Lomonosov Moscow State University. *Field of scientific interests:* mineralogy, x-ray diffraction, clay minerals. *Contact information:* e-mail: zakusinsergey@gmail.com.

*Zhigarev Vasilii Valerievich*, Siberian Federal University, Krasnoyarsk. *Research Interests:* Geology, bentonite. *Contact information:* e-mail: ghigarevv@yandex.ru.



УДК 624.19

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-144-148

## МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПОДЗЕМНОЙ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ В ЗАКРЕПЛЕННОМ ГРУНТОБЕТОННОМ МАССИВЕ

Д.В. Величко<sup>1</sup>, А.Н. Дронов, А.А. Терешин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Российский государственный геологоразведочный университет  
ул. Миклухо-Маклая, д. 23, Москва, Россия, 117485

<sup>2</sup> Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198

В статье рассматриваются вопросы компьютерного моделирования устойчивости подземных выработок в грунтовом массиве, укрепляемом цементными смесями. Обоснован критерий, по которому по результатам компьютерного моделирования определяется оптимальная прочность укрепленного грунтобетонного массива. Показано, что данная технология укрепления может использоваться при проходке подземных горных выработок в ослабленных грунтах.

**Ключевые слова:** строительство, горные выработки, грунты, устойчивость, укрепление, моделирование

### Введение

Использование метода гидроструйной цементации при проходке горных выработок повышает научный интерес к совершенствованию данной технологии. Практическая суть состоит в устройстве конструктивных элементов из укрепленного грунта (грунтобетона), с помощью которых могут решаться все возникающие проблемы, связанные со строительством новых или реконструкцией (усилением) существующих сооружений и с обеспечением безопасности или усилением существующих строений, находящихся на прилегающих территориях. Из обширного списка практических приложений технологии гидроструйной цементации можно привести основные:

- крепление стенок и дна котлованов при строительстве подземных сооружений в обводненных и неустойчивых грунтах;
- устройство грунтобетонных вертикальных армирующих элементов в основании проектируемых фундаментов плитного, ленточного или столбчатого типа (устройство ленточных фундаментов и сплошных фундаментных плит осуществляется взаимно пересекающимися грунтобетонными массивами);
- устройство грунтобетонных конструкций с армированием железобетонным сердечником или стальным каркасом;
- сплошное укрепление массива неустойчивых грунтов путем создания взаимно пересекающихся закрепленных элементов массива дна последующего про-

ведения проходческих работ по устойчивой породе (грунтобетону) с регламентированными физико-механическими свойствами;

— устройство противофильтрационных завес способом «стена в массиве» для защиты водоносных горизонтов и предотвращения фильтрационных деформаций берегов рек, гидротехнических сооружений;

— проведение противооползневых мероприятий путем сооружения подпорных стен для повышения устойчивости склонов и откосов.

Эта технология предусматривает размыв и разрушение грунта под воздействием энергии струи (имеющей давление до 800 МПа) цементной суспензией при одновременном смешении и частичном замещении грунта цементной суспензией [3; 4]. В результате после твердения грунтоцементной массы образуется грунтобетон, в котором роль заполнителя играют частицы и агрегаты размываемого грунта. По своему составу получаемый грунтобетон может быть близок к мелкозернистым бетонам, особенно если разрушаемый грунт представлен песчаными разностями. Однако в отличие от обычных бетонов грунтобетон, получаемый по струйной технологии, характеризуется существенно меньшей однородностью даже в тех случаях, когда для ее повышения используются специальные пластифицирующие добавки. Тем не менее, если учитывать эту неоднородность, получаемый материал можно с успехом использовать для создания тех или иных элементов инженерных конструкций (подземных, подпорных и т.п.).

На сегодняшний день высокая изученность свойств получаемого материала дает возможность прогнозировать прочность закрепляемого массива. После изучения существующей технологической схемы закрепления грунтов методом гидроструйной цементации и последующего анализа практических результатов встает вопрос о необходимости ее оптимизации в целях снижения материальных и физических затрат на строительные работы. Так, при строительстве ряда тоннелей в г. Москве закреплению подвергался весь участок проходки разведочных штолен. Разработка грунта происходила горнопроходческим комбайном с последующей установкой рамного крепления. На следующем этапе армировались и бетонировались стены, лоток и потолочина выработки. Закрепление массива и последующая проходка выработок характеризовались повышенной трудоемкостью в производственном цикле работ.

### **Предлагаемая методика**

Предлагаемая технологическая схема проходки горных выработок в грунтоцементном массиве разрабатывалась с целью оптимизации затрат на горнопроходческие работы. Для численного моделирования и подбора необходимых параметров использовался программный комплекс Phase-2 фирмы Rocscience, основанный на методе конечных элементов.

В качестве прочностного критерия материалов модели используется обобщенный критерий Хука-Брауна [1]. Тип породы в соответствии с этим критерием задается при помощи эмпирических констант  $m_i$ , GSI и D, определяемых в соответствии с особыми экспериментальными натурными и лабораторными методиками, которые призваны связать их со свойствами, структурными особенностями, степенью трещиноватости породного массива [2].

На первом этапе моделирования была выбрана горная выработка круглого сечения диаметром 2 м, проходимая в закрепленном массиве на глубине 50 м. Закрепление носило частичный характер, и грунт в теле выработки не был подвержен закреплению. Данный способ облегчает проходческие работы и исключает необходимость использования комбайна для разрушения грунтобетона.

В грунтовый состав закрепляемого массива входили песок, супесь, суглинок и глина. Прочность на одноосное сжатие грунтобетонного массива принималась равной 6 МПа. В данном случае коэффициент запаса прочности на контуре горной выработки меньше 1, что свидетельствует о неустойчивости и возможности обрушения пород в границах контура.

На втором этапе вокруг горной выработки было смоделировано закрепительное кольцо. Физико-механические свойства закрепленного кольца были приняты выше, чем у основного массива. Прочность на одноосное сжатие закрепительного кольца принималась равной 10 МПа. По геометрическим характеристикам закрепительное кольцо тождественно зоне обрушения пород и составляет 32% от площади выработки. Коэффициент запаса прочности на контуре горной выработки выше или равен 1, что свидетельствует об устойчивости на контуре горной выработки. Для характеристики устойчивости горной выработки также фиксировались вертикальные и горизонтальные смещения. Значения вертикальных и горизонтальных смещений не превышали 2 см. Исходя из этого можно сделать вывод о возможности использования предлагаемой технологии при проходке выработок в условиях плотной городской застройки, где вопрос о повышении деформационной способности грунтов является одним из основных.

### **Выводы**

Результаты численного моделирования говорят о том, что данная технология закрепления дает возможность реализовать проходку горной выработки при частичном закреплении массива.

Последующие стадии моделирования были направлены на изучение изменения коэффициента запаса на контуре горной выработки при локальном закреплении защитного кольца в зоне свода выработки, в зоне основания выработки, в зоне участков концентрации напряжений при дальнейших горнопроходческих работах. Изменяя физико-механические свойства грунтобетона путем добавления пластификаторов или армирующих элементов, можно увеличить прочностные свойства закрепительной области и оптимизировать затраты на дальнейшие строительные-монтажные работы.

Данный анализ на стадии проектирования позволяет совершенствовать технологическую схему горнопроходческих работ, уменьшить материальные затраты и оптимизировать сроки работ.

Использование грунтобетона вместо железобетонов в качестве материала для закрепления грунтового массива позволяет значительно снизить себестоимость проходки выработок в неблагоприятных с инженерной точки зрения условиях.

© Величко Д.В., Дронов А.Н., Терешин А.А., 2017

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] *Croce P., Flora A.* Analysis of single-fluid jet grouting // *Geotechnique*. 2000. Т. 50. № 6. Pp. 739—748.
- [2] *Modoni G., Croce P., Mongioli L.* Theoretical modelling of jet grouting // *Géotechnique*. 2006. Т. 56. № 5. Pp. 335—348.
- [3] *Малинин А.Г., Гладков И.Л., Малинин Д.А.* Экспериментальные исследования параметров струйной технологии в различных грунтовых условиях // *Метро и тоннели*. 2010. № 3. С. 32—33.
- [4] *Тер-Мартirosян З.Г., Струнин П.В.* Усиление слабых грунтов в основании фундаментных плит с использованием технологии струйной цементации грунтов // *Вестник МГСУ*. 2010. № 4-2. С. 310—315.

### История статьи:

Дата поступления в редакцию: 10 декабря 2016

Дата принятия к печати: 20 января 2017

### Для цитирования:

**Величко Д.В., Дронов А.Н., Терешин А.А.** Моделирование устойчивости подземной горной выработки в закрепленном грунтобетонном массиве // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2017. Т. 18. № 1. С. 144—148.

### Сведения об авторах:

*Величко Дмитрий Владимирович*, старший преподаватель кафедры горного дела, Российский государственный геологоразведочный университет. *Сфера научных интересов*: подземное строительство, инженерная геология и гидрогеология, геомеханика. *Контактная информация*: e-mail: dmitrii\_velichko@mail.ru.

*Дронов Андрей Николаевич*, старший преподаватель департамента геологии, горного и нефтегазового дела, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: Дистанционные методы зондирования Земли, геодезия, геофизика, инженерная геология и гидрогеология, геомеханика. *Контактная информация*: e-mail: dronov\_ann@rudn.university.

*Терешин Александр Александрович*, кандидат технических наук, доцент департамента геологии, горного и нефтегазового дела, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов. *Сфера научных интересов*: мониторинг сдвижений и деформаций массива горных пород и земной поверхности при разработке месторождений полезных ископаемых, геодезический мониторинг деформаций при строительстве и эксплуатации зданий и сооружений. *Контактная информация*: e-mail: tereshin\_aa@pfur.ru.

## MODELING OF UNDERGROUND MINE WORKINGS IN CONSOLIDATING THE SOIL-ARRAY

D.V. Velichko<sup>1</sup>, A.N. Dronov, A.A. Tereshin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Russian State Geological Prospecting University  
Miklukho-Maklaya str., 23, Moscow, Russia, 117485

<sup>2</sup> Peoples' Friendship University of Russia  
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198

The article deals with the analysis of computer modeling of stability of underground workings in the ground array strengthen cement mixtures. Based criteria by which the results of the computer simulation, the optimum strength of reinforced soil-array. It is shown that this technology can be used to strengthen in the sinking of underground mine workings in the loose soil.

**Key words:** construction, mining, soil, stability, reinforcement, modeling

## REFERENCES

- [1] Croce P., Flora A. Analysis of single-fluid jet grouting // *Geotechnique*. 2000. Т. 50. № 6. Pp. 739—748.
- [2] Modoni G., Croce P., Mongioli L. Theoretical modelling of jet grouting // *Géotechnique*. 2006. Т. 56. № 5. Pp. 335—348.
- [3] Malinin A.G., Gladkov I.L., Malinin D.A. Eksperimental'nye issledovaniya parametrov strujnoj tekhnologii v razlichnyh gruntovyh usloviyah // *Metro i tonneli*. 2010. № 3. S. 32—33.
- [4] Ter-Martirosyan Z.G., Strunin P.V. Strengthening weak soils in the basis of foundation slabs with use of technology of jet grouting // *Vestnik MGSU*. 2010. № 4-2. P. 310—315.

### Article history:

Received: 10 December 2016

Accepted: 20 January 2017

### For citation:

**Velichko D.V., Dronov A.N., Tereshin A.A. (2017) Modeling of underground mine workings in consolidating the soil-array. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 144—148.**

### Bio Note:

*Dmitry V. Velichko*, Senior Lecturer, Department of Mining, Russian State Geological Prospecting University. *Research interests:* underground construction, engineering geology and hydrogeology, geomechanics. *Contact information:* e-mail: dmitrii\_velichko@mail.ru.

*Andrei N. Dronov*, Senior Lecturer, Department of Geology, Mining and Petroleum Engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia. *Research interests:* Remote sensing techniques, Geodesy, Geophysics, Hydrogeology and Engineering Geology, Geomechanics. *Contact information:* e-mail: dronov\_ann@rudn.university.

*Tereshin Alexander*, Ph.D., Associate Professor of the Department of Geology, Mining and Petroleum Engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia. *Research interests:* Monitoring of displacements and deformations of the rock mass and the earth's surface in the development of mineral deposits, geodetic deformation monitoring during construction and operation of buildings and structures. *Contact information:* e-mail: tereshin\_aa@pfur.ru.



УДК 504.55.054:622(470.6)

DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-149-156

## ДИВЕРСИФИКАЦИЯ ГОРНОДОБЫВАЮЩЕГО ПРОИЗВОДСТВА

**В.Х. Дзапаров**

Северо-Кавказский горнометаллургический институт  
ул. Николаева, 44, г. Владикавказ, Россия, 362021

Актуальность проблемы выживания предприятий горной отрасли объясняется тем, что они в условиях новой экономической политики без государственного участия и инвестиций не могут обеспечить экономическое благополучие, так как добыча и переработка оставшихся запасов полезных ископаемых является нерентабельной.

Проведен критический анализ вклада ученых Осетии в развитие научно-технического прогресса горных технологий. Сформулированы условия восстановления горнодобывающего и горно-перерабатывающего производства в горнодобывающем регионе на примере Республики Северная Осетия — Алания. Для месторождений Садонской рудной провинции и их аналогов рекомендована комбинированная схема разработки, включающая элементы технологий с закладкой пустот твердеющими смесями, подземное и кучное выщелачивание бедных и забалансовых руд и выщелачивание хвостов с активацией в дезинтеграторе.

**Ключевые слова:** добыча, руда, металл, диверсификация, технология, некондиционное сырье, выщелачивание, механохимия, эксперимент

### Введение

В новейшее время вопросы внедрения результатов фундаментальных научных исследований в практику, разработки стратегии эксплуатации становятся актуальнее в связи с глобализацией экономики, климатическими изменениями, последствиями демографических явлений, изменением географии и геополитики стран [1—5].

Наиболее остро стоят вопросы, связанные с особенностями добычи полезных ископаемых в горнодобывающих регионах России, которые в условиях формирующегося рынка имеют статус устойчиво депрессивных.

Трудности развития экономики горнодобывающих регионов могут быть проиллюстрированы практикой Республики Северная Осетия — Алания, обладающей развитой рекреационной зоной и большими запасами минеральных ресурсов — полиметаллических руд, глин, песков, известняков, доломитов, декоративно-облицовочных камней, минеральных вод и нефти.

В 1990-е годы комбинат лишился дотации государства, в результате чего были закрыты большинство рудников и одна обогатительная фабрика, добыча руд снизилась до 30 тыс. т/г.

Неготовое к принципиально новым рыночным отношениям предприятие с подорванной сырьевой базой, морально устаревшими горной техникой и техно-

логиями было обречено. Кризис явился следствием применения несовершенных способов управления геомеханикой массивов, связанных с высокими потерями и разубоживанием, недостаточной полнотой извлечения полезных компонентов как по полноте извлечения, так и по номенклатуре извлекаемых компонентов.

### **Цель работы**

Исследования состояния и перспектив горнодобывающей отрасли имеют целью обоснование возможности диверсификации традиционной технологии разработки с открытым выработанным пространством и повышенным разубоживанием и потерями руд путем вовлечения в производство некондиционного сырья и отходов обогащения с переработкой его нетрадиционными методами выщелачивания и механохимической активации.

### **Методы**

Возможность извлечения металлов из некондиционного сырья с использованием инновационных технологий выщелачивания обосновывается натурными и лабораторными экспериментами, в том числе промышленными.

Исследуются параметры извлечения цинка, свинца и других металлов из шахтных стоков, хвостов обогащения и некондиционных руд месторождений с различающимися свойствами.

### **Результаты**

Горно-металлургическая отрасль для Северной Осетии не имеет альтернативы, поэтому проблема ее восстановления становится приоритетной. Очевидно, что производство металлов не может быть рентабельным при прежней технологии с выборочной выемкой наиболее богатых руд для пиromеталлургической переработки.

С середины прошлого века в мировой практике конкурентоспособность горных предприятий обеспечивается добычей руд с твердеющей закладкой и с выщелачиванием металлов, а пиromеталлургия уступает место гидрометаллургическому пределу [6—9].

В условиях Северной Осетии новая технология может привести к разубоживанию руд, повысить полноту использования запасов и увеличить номенклатуру извлекаемых ценных элементов, что может сделать производство металлов рентабельным.

Изготовление твердеющих смесей для закладки пустот из хвостов обогащения руд после извлечения из них металлов до санитарного уровня позволит реально решить национальную проблему Северной Осетии — ликвидацию опасности хвостохранилищ обогатительных фабрики и завода «Электроцинк».

В настоящее время месторождения Садона представляют собой запасы бедных и забалансовых руд, экономически привлекательных для новых технологий, например, с выщелачиванием металлов реагентами из потерянных в выработанном пространстве руд, оруденелых пород и бедных руд на месте залегания. Металлы могут извлекаться и из растворов природного выщелачивания.

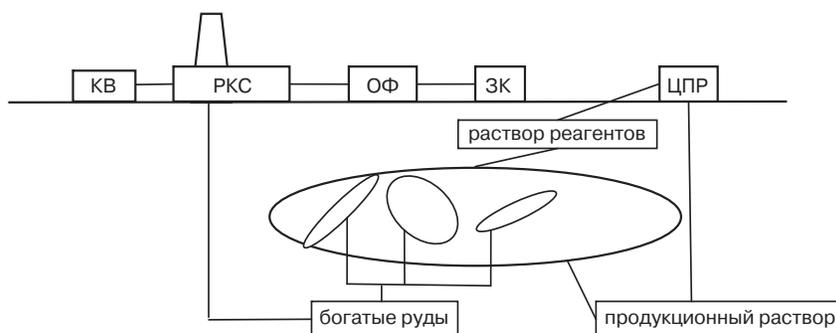
В рудных телах Садонских месторождений количество пригодных для отработки с использованием новых технологий руд достигает 30 млн т, что сопоставимо с уже извлеченными запасами. Еще более 10 млн т хвостов обогащения и металлургии содержится в техногенных месторождениях.

Возможности выщелачивания подтверждены на Фиагдонском месторождении осаджением из рудничных стоков за 48 суток 32 т цинка и на Архонском месторождении — за 51 сутки 40 т цинка, а также опытом выщелачивания урана из руд Быкогорского месторождения (Ставрополье) [10—12].

Очевидно, что традиционные для Республики Северная Осетия — Алания технологии добычи руд и извлечения из них металлов не в состоянии обеспечить экономического благополучия без коренной технологической диверсификации.

Для Садонских предприятий рекомендуется комбинированная схема разработки, включающая компоненты (рис.):

- добыча богатых руд с переработкой на заводе;
- подземное выщелачивание металлов из бедных руд;
- кучное выщелачивание металлов из бедных руд;
- механохимическое выщелачивание металлов из хвостов переработки.



**Рис. Комбинированная схема разработки месторождения:**  
 РКС — рудо-контрольная станция; ОФ — обогатительная фабрика;  
 ЗК — складочный комплекс; ЦПР — цех переработки растворов  
 [Combined scheme of field development:  
 RKS — ore-control station; OF — beneficiation plant;  
 HCC — stowing facility; DMC — processing shop solutions]

Восстановление горнодобывающего и горно-перерабатывающего производства в Северной Осетии возможно при реализации условий [13—15]:

- придание недрам Северной Осетии статуса приоритетного достояния;
- использование минерального потенциала не только в качестве сырья для отраслей промышленности регионов России, а в большей мере для обеспечения собственного наукоемкого производства;
- поддержка горных предприятий Северной Осетии на федеральном уровне, так как затраты на диверсификацию горной отрасли не могут быть изысканы из ее бюджета;
- концентрация усилий ученых и инженеров на проблемах добычи, переработке и использовании минеральных ресурсов с извлечением максимальной прибыли при обеспечении экологически безопасной эксплуатации месторождений;

— имплементация направления технологической диверсификации эксплуатации минеральных ресурсов в традиционные системы природопользования, культурного и природного наследия Северной Осетии.

От успешности конверсии зависят одновременно все основные показатели жизнедеятельности региона — экономические, социальные и экологические. Хотя реализация концепции требует дополнительных затрат, использование ресурсосберегающих технологий даже в условиях дефицита инвестиций может быть экономически оправданным, как показывает опыт технологически развитых стран с ограниченными минеральными ресурсами.

У Северной Осетии есть возможность избежать недостатков выполненной по рекомендации МВФ реструктуризации угольной отрасли России, когда остановка почти половины шахт породила экономические и социальные проблемы угледобывающих регионов. Горная отрасль Северной Осетии может быть реанимирована путем технологической диверсификации на базе некондиционного ныне минерального сырья [16—18].

Новое столетие ознаменовалось резким обострением противоречий в системе «человек — окружающая среда — природные ресурсы». Вопросы защиты окружающей среды от негативного влияния горных технологий стали важнейшей составной частью межгосударственных отношений.

Несмотря на декларируемое сокращение нагрузки на окружающую природную среду в результате снижения объемов промышленного производства в России, экологические показатели не улучшились, а ухудшились в связи с делегированием регионам ряда контрольных функций при ослаблении системы контроля и дезинтеграции государственной системы.

В результате разработки месторождений Северной Осетии образовались ореолы химического загрязнения почв, водотоков и их отложений, где содержание металлов превышает допустимое значение. Ореолы формируются за счет растворения рудных фракций, хвостов обогатительной фабрики, сбрасываемых ранее в р. Ардон и ветрового переноса мелких фракций с пляжей хвостохранилищ.

В процессе добычи и переработки полезных ископаемых сульфиды и карбонаты, находясь в зоне окисления и подвергаясь выщелачиванию и выносу в речные системы, формируют очаги загрязнения цинком, свинцом, кадмием, висмутом, железом и другими элементами экосистем всего Северного Кавказа, от бассейнов Черного и Азовского морей до Каспия. Аэро- и гидродинамические связи хранилищ отходов горного производства с вещественными и энергетическими компонентами экологических систем окружающей среды пагубно влияют на экологию равнинных зон Предкавказья.

В хранении и утилизации отходов добычи и переработки минерального сырья положительных изменений не произошло, так как они оказались в распоряжении прежде дотационных предприятий, лишенных средств на переработку отходов.

К сожалению, проблема развития минерального производства в горных регионах сейчас решается преимущественно в экологическом аспекте. Считается, что неуклонное увеличение производства металлов должно обеспечиваться вовлечением в эксплуатацию новых участков литосферы с богатым содержанием метал-

лов, причем критерием является сохраняющееся столетия соответствие цены металлов ценам Лондонской биржи.

В этих условиях для регионов с депрессивной экономикой типа Северной Осетии может быть выгодной и более затратная добыча металла, компенсируемая прибылью от переработки сырья, с выпуском целого ряда товаров от извлечения ныне теряемых металлов до передачи строительству отвечающего санитарным требованиям вторичного сырья после активации в дезинтеграторах [19—20].

Последними исследованиями доказано, что применение конверсионных технологий позволяет извлечь из хвостов переработки до 70% металлов, практически до норм санитарной безопасности, что может обеспечить рентабельность производства, повысить полноту использования природных ресурсов.

Технологическая диверсификация способствует и развитию рекомендуемого Северной Осетии планами федерального правительства рекреационно-туристического направления экономики региона, поскольку повышает экологическую чистоту рекреационных объектов.

### **Выводы**

Условием восстановления горнодобывающей и горно-перерабатывающей отрасли Республики Северная Осетия — Алания является диверсификация горного производства.

В условиях месторождений Садонской рудной провинции рекомендуется к применению комбинированная схема разработки, включающая элементы технологий с закладкой пустот твердеющими смесями, подземное и кучное выщелачивание бедных и забалансовых руд и выщелачивание хвостов обогащения с активацией в дезинтеграторе.

Конверсия горного и перерабатывающего производств является инструментом реализации экономических и социальных проблем депрессивного горного региона.

© Дзапаров В.Х., 2017

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

- [1] *Трубецкой К.Н., Корнилов С.В., Яковлев В.Л.* О новых подходах к обеспечению устойчивого развития горного производства // Горный журнал. 2012. № 1. С. 15—19.
- [2] *Воробьев А.Е., Голик В.И., Лобанов Д.П.* Приоритетные пути развития горнодобывающего и перерабатывающего комплекса Северо-Кавказского региона. Владикавказ: Рухс, 1998. 360 с.
- [3] *Haifeng Wang, Yaqun He, Chenlong Duan, Yuemin Zhao, Youjun Tao, Cuiling Ye.* Development of Mineral Processing Engineering Education in China University of Mining and Technology // *Advances in Computer Science and Engineering*. AISC 141. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. 2012. Pp. 77—83.
- [4] *Parker H.M.* Reconciliation principles for the mining industry // *Mining Techn.* 2012. Vol. 121(3). Pp. 160—176.
- [5] *Каплунов Д.Р., Рыльникова М.В., Радченко Д.Н.* Расширение сырьевой базы горнорудных предприятий на основе комплексного использования минеральных ресурсов месторождений // Горный журнал. 2013. № 12. С. 29—33.

- [6] *Голик В.И.* Концептуальные подходы к созданию мало- и безотходного горнорудного производства на основе комбинирования физико-технических и физико-химических геотехнологий // Горный журнал. 2013. № 5. С. 54—58.
- [7] *Polukhin O.N., Komashchenko V.I., Golik V.I., Drebenedt C.* Technische University Bergakademie Freiberg, Germany Publisher: Medienzentrum der TU Bergakademie Freiberg Printed in Germany ISSN: 2014, 2190-555X. Pp. 402—413.
- [8] *Голик В.И., Хадонов З.М., Габараев О.З.* Управление технологическими комплексами и экономическая эффективность разработки рудных месторождений. Владикавказ: Терек, 2001. 309 с.
- [9] *Вагин В.С., Голик В.И.* Проблемы использования природных ресурсов южного федерального округа. Владикавказ: Проект-пресс, 2005. 191 с.
- [10] *Golik V., Komashchenko V., Morkun V.* Innovative technologies of metal extraction from the ore processing mill tailings and their integrated use // Metallurgical and Mining Industry. 2015. Т. 7. № 3. Pp. 49—52.
- [11] *Голик В.И., Брюховецкий О.С., Габараев О.З.* Технологии освоения месторождений урановых руд. М.: МГИУ, 2007. 131 с.
- [12] *Голик В.И.* Специальные способы разработки месторождений. М.: Инфра-М, 2014. 129 с.
- [13] *Келин В.Н.* Подземное выщелачивание свинца и цинка из бедных сульфидных полиметаллических руд на месте их залегания (на примере Какадур-Ханикомского месторождения): автореф. дисс. ... канд. техн. наук. М.: МГРИ, 1979. 22 с.
- [14] *Дзасохов А.С., Голик В.И.* Концепция международного сотрудничества в решении проблем горных регионов // Горный журнал. 2003. № 6. С. 12—17.
- [15] *Пагиев К.Х., Голик В.И., Габараев О.З.* Научно-технические технологии добычи и переработки руд. Владикавказ: Терек, 1998. 510 с.
- [16] *Голик В.И., Страданченко С.Г., Масленников С.А.* Экспериментальное обоснование возможности утилизации хвостов обогащения руд цветных металлов // Цветная металлургия. М.: ЦНИИЭИЦМ, 2011. № 3. С. 19—27.
- [17] *Комащенко В.И., Васильев П.В., Масленников С.А.* Технологиям подземной разработки месторождений КМА — надежную сырьевую основу. Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. 2016. № 2. С. 101—114.
- [18] *Golik Vladimir, Komashchenko Vitaly, Morkun Vladimir, Burdzieva Olga.* Metal extraction in the case of non-waste disposal of enrichment tailings // Metallurgical and Mining Industry. 2015. No. 10. Pp. 213—217.
- [19] *Golik V.I., Hasheva Z.M., Galachieva S.V.* Diversification of the economic foundations of depressive mining region // Social Sciences (Pakistan). 2015. Т. 10. № 6. Pp. 746—749.
- [20] *Golik V., Komashchenko V., Morkun V., Khasheva Z.* The effectiveness of combining the stages of ore fields development // Metallurgical and Mining Industry. 2015. Т. 7. № 5. Pp. 401—405.

#### **История статьи:**

Дата поступления в редакцию: 19 декабря 2016

Дата принятия к печати: 20 января 2017

#### **Для цитирования:**

**Дзапаров В.Х.** Диверсификация горнодобывающего производства // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования.* 2017. Т. 18. № 1. С. 149—156.

#### **Сведения об авторе:**

*Дзапаров Вячеслав Хаматканович*, кандидат технических наук, доцент, Северо-Кавказский горно-металлургический институт (Государственный технологический университет). Контактная информация: e-mail: v.i.golik@mail.ru.

## DIVERSIFICATION OF THE MINING PRODUCTION

V.H. Japarov

North-Caucasian state technological University  
*Nikolaeva str., 44, Vladikavkaz, Russia, 362021*

The urgency of the problem of the survival of the mining industry due to the fact that they are in the new economic policy without government involvement and investment can ensure economic prosperity as the mining and processing of the remaining mineral reserves uneconomic.

The purpose of work consists in justification of diversification of the technology field development on the basis of involvement in the production of non-conforming raw materials and processing his unconventional methods of leaching and mechanical activation.

Methods. The possibility of extraction of metals from sub-standard raw material is confirmed by field and laboratory experiments, including industrial.

Results. Made a critical analysis of the contribution of scientists Ossetia to the development of scientific and technical progress of mining technology. The conditions of recovery of the mining and ore — processing production in the mining region on the example of the Republic of North Ossetia-Alania. For the deposits of Sadonsky ore province and their counterparts recommended combined scheme design, including elements of technology with the laying of the cavities hardening mixtures, underground and heap leaching of poor and off-balance ores and the leaching of tailings with activation in a disintegrator.

In conclusion, it is concluded that the conversion of the mining and processing industries is an instrument of economic and social problems of depressed mountain region.

**Key words:** mining, ore, metal, diversification, technology, substandard raw materials, leaching, Mechanochemistry, experiment

### REFERENCES

- [1] Trubetskoy K.N., Kornilkov S.V., Yakovlev V.L. On new view points for ensuring stable development of mining production. *Gornyi Zhurnal (Mining Journal)*. M., 2012. № 1. Pp. 15–19.
- [2] Vorobiev A.E., Golik V.I., Lobanov D.P. Priority ways of development of mining and processing complex in the North Caucasus region. Vladikavkaz: Rukhs, 1998. 360 p.
- [3] Haifeng Wang, Yaqun He, Chenlong Duan, Yuemin Zhao, Youjun Tao, Cuiling Ye. Development of Mineral Processing Engineering Education in China University of Mining and Technology. *Advances in Computer Science and Engineering*. AISC 141. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2012. Pp. 77–83.
- [4] Parker H.M. Reconciliation principles for the mining industry. *Mining Techn.* 2012. Vol. 121(3). Pp. 160–176.
- [5] Kaplunov D.R., Ryl'nikova M.V., Radchenko D.N. Rasshirenie syr'evoy bazy gornorudnyh predpriyatij na osnove kompleksnogo ispol'zovanija mineral'nyh resursov mestorozhdenij. *Gornyj zhurnal*. 2013. № 12. S. 29–33.
- [6] Golik V.I. Konceptual'nye podhody k sozdaniyu malo- i bezothodnogo gornorudnogo proizvodstva na osnove kombinirovaniya fiziko-tehnicheskikh i fiziko-himicheskikh geotekhnologij. *Gornyj zhurnal*. 2013. № 5. S. 54–58.
- [7] Polukhin O.N., Komashchenko V.I., Golik V.I., Drebenstedt C. Technische University Bergakademie Freiberg, Germany Publisher: Medienzentrum der TU Bergakademie Freiberg Printed in Germany ISSN: 2014. 2190-555X. Pp. 402–413.
- [8] Golik V.I., Hadonov Z.M., Gabaraev O.Z. Upravlenie tehnologicheskimi kompleksami i jekonomicheskaja jeffektivnost' razrabotki rudnyh mestorozhdenij. Vladikavkaz: Terek, 2001. 309 s.

- [9] Vagin V.S., Golik V.I. Problemy ispol'zovaniya prirodnyh resursov juzhnogo federal'nogo okruga. Vladikavkaz: Proekt-press, 2005. 191 s.
- [10] Golik V., Komashchenko V., Morkun V. Innovative technologies of metal extraction from the ore processing mill tailings and their integrated use. Metallurgical and Mining Industry. 2015. T. 7. № 3. Pp. 49—52.
- [11] Golik V.I., Brjuhoveckij O.S., Gabaraev O.Z. Tehnologii osvoenija mestorozhdenij uranovyh rud. M.: MGIU, 2007. 131 s.
- [12] Golik V.I. Special'nye sposoby razrabotki mestorozhdenij. M.: Infra-M, 2014. 129 s.
- [13] Kelin V.N. Podzemnoe vyshhelachivanie svinca i cinka iz bednyh sul'fidnyh polimetallicheskikh rud na meste ih zaleganiya (na primere Kakadur-Hanikomskogo mestorozhdenija): avtoref. diss. ... kand. tehn. nauk. M.: MGRI, 1979. 22 s.
- [14] Dzasohov A.S., Golik V.I. Konceptija mezhdunarodnogo sotrudnichestva v reshenii problem gornyh regionov. Gornyj zhurnal. 2003. № 6. S. 12—17.
- [15] Pagiev K.H., Golik V.I., Gabaraev O.Z. Naukoemkie tehnologii dobychi i pererabotki rud. Vladikavkaz: Terek, 1998. 510 s.
- [16] Golik V.I., Stradanchenko S.G., Maslennikov S.A. Jeksperimental'noe obosnovanie vozmozhnosti utilizacii hvostov obogashhenija rud cvetnyh metallov. Cvetnaja metallurgija. M.: CNIIJeICM, 2011. № 3. S. 19—27.
- [17] Komashhenko V.I., Vasil'ev P.V., Maslennikov S.A. Tehnologijam podzemnoj razrabotki mestorozhdenij KMA — nadezhnuju syr'evuju osnovu. Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Nauki o Zemle. 2016. № 2. S. 101—114.
- [18] Golik Vladimir, Komashchenko Vitaly, Morkun Vladimir, Burdzieva Olga. Metal extraction in the case of non-waste disposal of enrichment tailings. Metallurgical and Mining Industry. 2015. No. 10. Pp. 213—217.
- [19] Golik V.I., Hasheva Z.M., Galachieva S.V. Diversification of the economic foundations of depressive mining region. Social Sciences (Pakistan). 2015. T. 10. № 6. Pp. 746—749.
- [20] Golik V., Komashchenko V., Morkun V., Khasheva Z. The effectiveness of combining the stages of ore fields development. Metallurgical and Mining Industry. 2015. T. 7. № 5. Pp. 401—405.

**Article history:**

Received: 19 December 2016

Accepted: 20 January 2017

**For citation:**

**Japarov V.H. (2017) Diversification of the mining production. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 149—156.**

**Bio Note:**

*Vyacheslav R. Japarov*, candidate of technical science, associated professor North-Caucasian mining and metallurgical Institute. *Contact information*: e-mail: v.i.golik@mail.ru.



DOI 10.22363/2312-8143-2017-18-1-157-159

## РЕЦЕНЗИЯ

Иванов В.Н., Романова В.А. Конструирование поверхностей пространственных конструкций. Визуализация поверхностей в системах MathCad и AutoCad: монография. М.: АСВ, 2016. 410 с.

Настоящая монография, подготовленная известными учеными В.Н. Ивановым и В.А. Романовой, весьма актуальна для современного градостроительства, как справедливо отмечают сами авторы во введении к ней. Действительно, современная архитектура нуждается в создании новых типов пространственных структур, обладающих большими потенциальными возможностями формообразования и организации архитектурных пространств нового поколения. Во многом это касается, например, активно развивающейся в мировой практике так называемой тентовой архитектуры. Это направление современной архитектуры и дизайна, обладающего выразительной пластикой и символической формой, предопределяет тем самым новое образное начало архитектуры XXI в. и логику ее развития. Именно тентовая архитектура в ее современной транскрипции ориентирована на формообразование поверхностей сложных форм, в том числе поверхностей с системой плоских координатных линий.

Однако в России это уже оформившееся в западной практике архитектурное направление еще не получило активного архитектурно-дизайнерского развития.

Поэтому данная монография, дающая российским архитекторам и конструкторам широкого профиля, в том числе в области промышленного дизайна, математический и формальный инструмент для реализации творческих поисков, остро востребована не только теорией, наукой, но и практикой для решения задач, связанных с использованием тонкостенных пространственных конструкций и оболочек в архитектуре, строительстве, промышленном дизайне.

Четко структурированная монография В.Н. Иванова и В.А. Романовой (общим объемом около 20 п.л.) включает краткое введение, две теоретические главы, посвященные систематизации методов образования поверхностей на основе движения плоских кривых вдоль направляющей пространственной или плоской кривой, и две последующие главы, в которых рассматриваются возможности и результаты построения изображения поверхностей в программных комплексах MathCad и AutoCad. Завершает работу имеющее самостоятельную ценность приложение, предьявляющее формулы и геометрические характеристики кривых, наиболее часто используемых при построении различных поверхностей.

При последовательном развертывании анализа в первой главе авторами получено векторное уравнение поверхностей, образованных движением плоской кривой, движущейся вдоль пространственной или плоской направляющей кривой. Образующая кривая при движении вдоль направляющей кривой может транс-

формироваться по некоторому закону, а секущая плоскость, в которой лежит образующая кривая, может менять свое положение относительно трехгранника Френе направляющей кривой. Такой подход позволяет получать уравнения самых разнообразных поверхностей. Достоинством монографии является широкое использование векторных уравнений поверхностей, которые более четко, нежели параметрические уравнения, отражают особенности формообразования поверхностей.

На основе векторного уравнения поверхностей авторами получены формулы коэффициентов 1-й и 2-й квадратичных форм поверхностей, а также условия, при которых образующие плоские кривые являются линиями кривизны поверхности. При анализе подклассов поверхностей с системой плоских координатных линий, авторы монографии задают различные типы направляющих и образующих кривых, законы преобразования образующих кривых при движении вдоль направляющих кривых и законы изменения плоскостей образующих кривых. Это дает возможность рассмотрения многочисленных подклассов поверхностей с приведением их уточненных векторных и параметрических уравнений, формул коэффициентов квадратичных форм и радиусов кривизны.

Исследованы нормальные поверхности (образующие кривые лежат в нормальной плоскости направляющей кривой), поверхности в плоскостях пучка (образующие кривые лежат во вращающейся плоскости), циклические поверхности (т.е. поверхности с образующими окружностями), каналовые поверхности (линиями кривизны являются образующие окружности), линейчатые и торсовые поверхности, винтовые, винтообразные, спиральные и другие типы поверхностей.

Это описание подклассов поверхностей наглядно иллюстрировано выполненными в системе MathCad рисунками (схемами) поверхностей, которые показывают не только возможности образования разнообразных типов поверхностей с системой плоских координатных линий, но и специфику формирования тех отсеков поверхностей, предвидеть которые при исследовании уравнения поверхности подчас невозможно.

Столь же детально и с использованием многочисленных рисунков во второй главе монографии рассмотрено образование поверхностей на четырех- и треугольных планах с различными плоскими и пространственными опорными кривыми. Описано также построение поверхностей на произвольных четырех- и треугольных планах путем задания вертикальной координаты в каждой точке плана, рассматривается формообразование поверхностей на базовой циклической поверхности и как ее частный случай — криволинейная коробчатая поверхность.

Из обилия программных комплексов, позволяющих воспроизводить чертежи конструкций, пространственные графики и поверхности, визуально воспроизводить формы, описываемые полученными уравнениями в первой и второй главе, для построения рисунков поверхностей авторами выбраны программные комплексы MathCad и AutoCad. В 3-й главе вопросы построения изображения поверхностей рассматриваются в программном комплексе MathCad. Здесь приводятся программы для визуализации различных типов поверхностей и показана возможность использования для большинства поверхностей стандартных блоков, в том числе с использованием векторных уравнений поверхностей. Для

построения обобщенной программы вводится матрица наиболее часто используемых кривых. Матрица кривых позволяет строить изображения разнообразных поверхностей, используя стандартный программный комплекс. В то же время в монографии приводятся программные блоки, отражающие особенности формообразования различных подклассов поверхностей.

Возможность построения поверхностей по кинематическому способу образования в системе AutoCad с использованием функционального языка AutoLips рассмотрена в 4-й главе монографии. В отличие от системы MathCad, где поверхности строятся на координатной сетке, в системе AutoCad поверхности строятся движением заданной образующей кривой по направляющей кривой, отображая способ образования поверхности и давая возможность получить на компьютере видеофильм этого процесса.

Органичное соединение теоретического математического исследования многочисленных возможных типов поверхностей с системой плоских координатных линий и технологии визуализации этих поверхностей с использованием программных комплексов, впервые выполненных в столь исчерпывающем по объему масштабе, определяет научную новизну данной книги и ее не только теоретическую, но и практическую ценность.

Таким образом, монография В.Н. Иванова и В.А. Романовой «Конструирование поверхностей пространственных конструкций. Визуализация поверхностей в системах MathCad и AutoCad», существенно развивая опубликованные работы авторов, представляет собой оригинальное научное произведение. Несомненно, что эта книга будет использована архитекторами, дизайнерами и конструкторами как в сфере строительства, так и в различных отраслях технического конструирования и производства, станет важным учебным пособием при подготовке специалистов целого ряда направлений, послужит проводником для включения их в современный процесс формотворчества.

*Мыскова Ольга Владимировна*  
кандидат технических наук, доцент,  
заведующая кафедрой промышленного дизайна,  
Московский государственный университет  
дизайна и технологии

ф. СП-1

ФГУП «ПОЧТА РОССИИ»

**АБОНЕМЕНТ** на журнал

**18230**

(индекс издания)

**ВЕСТНИК РУДН**  
**Серия «Инженерные исследования»**

Количество комплектов:

на 2017 год по месяцам

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Куда

(почтовый индекс)

(адрес)

Кому

(фамилия, инициалы)

**ДОСТАВОЧНАЯ КАРТОЧКА**

на журнал

**18230**

(индекс издания)

ПВ	место	литер

**ВЕСТНИК РУДН**

**Серия «Инженерные исследования»**

Стоимость	подписки	_____ руб. ____ коп.	Количество комплектов:	
	переадресовки	_____ руб. ____ коп.		

на 2017 год по месяцам

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Куда

(почтовый индекс)

(адрес)

Кому

(фамилия, инициалы)