



DOI 10.22363/2312-8143-2019-20-3-220-228

УДК 629.78

Научная статья

## Анализ энергетических затрат на поддержание конфигурации спутниковой группы типа TerraSAR-X – TanDEM-X

А.А. Баранов

Российский университет дружбы народов, *Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6*  
Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН, *Российская Федерация, 125047, Москва, Миусская пл., 4*

Н.В. Чернов

Российский университет дружбы народов, *Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6*

### История статьи:

Поступила в редакцию: 15 августа 2019

Доработана: 10 октября 2019

Принята к публикации: 18 октября 2019

### Ключевые слова:

группа спутников, поддержание орбиты, поддержание относительной конфигурации, суммарная характеристическая скорость, межорбитальные перелеты, маневры переходов, маневры встречи

Рассмотрено поддержание заданной конфигурации спутниковой группы типа TerraSAR-X – TanDEM-X. Предполагается, что ведущий спутник выполняет только маневры поддержания рабочей орбиты, а ведомый спутник совершает идентичные маневры для поддержания рабочей орбиты и дополнительно выполняет маневры, обеспечивающие поддержание заданной относительной конфигурации группы. Для рабочей орбиты ведущего спутника исследована зависимость затрат суммарной характеристической скорости на поддержание в заданных диапазонах большой полуоси, эксцентриситета, наклона и их различных сочетаний от точности поддержания. Установлены минимальные границы точности поддержания по каждому из элементов, при которых маневрирование не требуется. Данное исследование носит общий характер и позволяет спланировать будущие миссии, обеспечив необходимый компромисс между точностью поддержания и затратами суммарной характеристической скорости, которые растут при повышении точности поддержания. Также проведено исследование затрат на относительное поддержание при условии, что двигатели у ведущего и ведомого спутников работают практически одинаково. Показано, что относительное поддержание требует существенно меньших затрат топлива, даже при точностях, требуемых в проекте. Разработанный для данного исследования программный продукт имеет универсальное применение и будет использован для исследования затрат на поддержание более сложной системы из четырех спутников, в которой три спутника вращаются относительно базового спутника.

### Введение

Для спутниковых систем решаются два основных типа задач маневрирования: маневры создания спутниковой системы и маневры под-

держания созданной конфигурации спутниковой системы.

Маневры формирования *спутниковых систем* (Satellite Constellation, SC) и *спутниковых групп* (Satellite Formation, SF) имеют свои особенности. Можно выделить два типа задач формирования спутниковых систем. В первом типе задач плоскости начальной и конечной орбит близки, и для расчета маневров, переводящих космический аппарат (КА) в заданную позицию, достаточно решить классическую задачу встречи [1–3]. Если долгота восходящего узла начальной и конечной орбиты отличается на несколько десятков

*Баранов Андрей Анатольевич*, ведущий научный сотрудник в ИПМ имени М.В. Келдыша РАН, профессор департамента механики и мехатроники Института космических технологий Инженерной академии РУДН, доктор физико-математических наук; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-1823-9354>, e-LIBRARY SPIN-код: 6606-3690.

*Чернов Никита Владимирович*, старший преподаватель департамента механики и мехатроники Института космических технологий Инженерной академии РУДН; [nikita145@yandex.ru](mailto:nikita145@yandex.ru); ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8421-9768>, e-LIBRARY SPIN-код: 5425-7960.

© Баранов А.А., Чернов Н.В., 2019

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

градусов, что имеет место, когда спутник необходимо перевести в другую рабочую плоскость, требуются специальные методы расчета параметров маневров [4–7]. При расчете маневров формирования спутниковых групп возникает необходимость учитывать возможность столкновения спутников [8; 9].

Для поддержания конфигурации спутниковых систем различают две основных стратегии: жесткое и гибкое поддержание (в зарубежной литературе используются термины абсолютное и относительное поддержание). При жестком поддержании движение каждого из спутников согласуется с некоторым заданным движением, что позволяет рассчитывать параметры маневров каждого спутника независимо от положения других спутников, входящих в систему. При гибком поддержании – обеспечивается согласованное движение всех спутников системы. Гибкое поддержание требует меньших затрат суммарной характеристической скорости и меньшего числа импульсов скорости [10].

Наиболее сложной является задача поддержания заданной конфигурации спутниковой группы. Объекты данного вида спутниковых систем находятся в непосредственной близости друг от друга и ошибка в управлении их движением может привести к столкновению этих объектов и тем самым к потере этой системы. Кроме того, для успешного выполнения задач спутниковой группой требуется высочайшая точность поддержания ее конфигурации. В нашей стране еще нет примера успешного создания и эксплуатации спутниковой группы. На западе спутниковые группы успешно эксплуатируются уже более двух десятков лет, хотя число таких успешных систем относительно невелико.

Для спутниковых групп одновременно применяются оба типа поддержания. Для орбиты основного (ведущего) спутника используется жесткое (абсолютное) поддержание, в то время как для второго спутника (остальных спутников группы) кроме аналогичного жесткого поддержания используется и гибкое (относительное) поддержание.

### **1. Общие принципы поддержания заданной конфигурации спутниковой группы**

В процессе поддержания ведущий спутник должен находиться в заданном диапазоне по каждому из контролируемых элементов орбиты (находиться в боксе заданного размера). Когда спутник в

процессе эволюции его орбиты достигает одной из стенок бокса, с помощью маневров его переводят на противоположную стенку. Ведомый спутник (или спутники) должен одновременно выполнять точно такие же маневры, чтобы поддерживать свою орбиту.

Дополнительно, для ведомого спутника задаются номинальные значения отклонений элементов его орбиты от элементов орбиты ведущего спутника и диапазоны допустимых отклонений от этих номинальных значений. Когда значения относительных отклонений элементов его орбиты от элементов орбиты ведущего спутника выходят из допустимого диапазона, рассчитываются параметры маневров, возвращающих ведомый спутник на его номинальную орбиту относительно ведущего спутника. Ведущий спутник в этот момент не маневрирует. Сколько бы не было спутников в спутниковой группе, если каждый из них поддерживает заданное положение относительно ведущего спутника, то все спутники поддерживают заданное положение и относительно друг друга.

### **2. Выбор безопасной конфигурации Satellite Formation TerraSAR-X – TanDEM-X**

Примером чрезвычайно успешного создания и функционирования спутниковой группы является SF TerraSAR-X – TanDEM-X [11–13]. Основная цель запуска данной спутниковой группы – создание глобальной цифровой модели высот повышенной точности для широкого диапазона научных исследований и коммерческого использования. Эта задача была успешно выполнена.

Нас в первую очередь интересует выбор конфигурации этой спутниковой группы и поддержание с высокой точностью этой заданной конфигурации.

Даже небольшое расхождение в величинах больших полуосей орбит спутников постепенно приводит к существенному изменению их взаимного положения вдоль орбиты и, следовательно, развалу системы. Наличие разных значений наклона и/или большой полуоси также приводит к развалу конфигурации системы из-за увеличения расхождения по долготе восходящего узла (ДВУ). Обеспечить безопасное и продолжительное функционирование близко расположенной группы спутников можно за счет разнесения следа орбит в плоскости, перпендикулярной вектору скорости и/или их сдвигу вдоль траектории движения. Напри-

мер, для создания устойчивой SF можно использовать разницу в ДВУ и разницу в векторе эксцентриситета. Разница в ДВУ приведет к обеспечивающему безопасности смещению вдоль экватора, однако в апексе и вертексе орбиты это смещение исчезнет. Исправить ситуацию поможет разница в векторе эксцентриситета, направленная на апекс или вертекс орбиты. Тогда в точках, наиболее удаленных от экватора, будет максимальное относительное смещение в радиальном направлении. Подбором величин отклонений по ДВУ и вектору эксцентриситета можно добиться, чтобы ведомый спутник двигался относительно ведущего почти по окружности в плоскости, перпендикулярной вектору скорости ведущего спутника. Именно такая схема отклонений была применена в спутниковой группе TerraSAR-X – TanDEM-X. Отклонение в горизонтальном направлении было 362 м, а в вертикальном 400 м. Для предотвращения смещения трассы отклонение вдоль орбиты было уменьшено до 5,5 км, что соответствует разнице во времени пересечения экватора 0,72 с.

Чтобы получить радиальное смещение в апексе 400 м, надо приложить на экваторе радиальный импульс скорости, направленный вверх (1). Этот импульс скорости даст направленное вниз изменение вектора эксцентриситета:

$$\Delta V_r = \frac{\Delta r}{r_0} V_0 = \frac{0,4}{6886} 7609,2 \approx 0,5 \text{ м/с},$$

$$\Delta e = \frac{\Delta V_r}{V_0} = \frac{0,5}{7609,2} = 0,000066. \quad (1)$$

В результате действия этого импульса скорости произойдет смещение спутника вдоль орбиты (2) в нисходящем узле (будет отставать от ведущего спутника) за счет того, что ведомый спутник от восходящего до нисходящего узла летит по более высокой орбите:

$$\Delta n = \Delta u r_0 = -4 \frac{\Delta V_r}{V_0} r_0 \approx 1600 \text{ м}. \quad (2)$$

Расстояние между спутниками вдоль орбиты увеличится в нисходящем узле до 7,1 км. На участке траектории ниже плоскости экватора ведомый спутник будет лететь ближе к Земле, и это отставание будет компенсировано.

Необходимое смещение по ДВУ ( $\Delta\Omega$ ) в восходящем узле:

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta r}{r_0} = \frac{0,4}{6886} = 0,000053, \quad (3)$$

таким образом,  $\Delta\Omega \approx 0,003^\circ$ .

В результате действия этих отклонений относительная траектория спутника лежит на поверхности отрезка трубы радиусом примерно 400 м и длиной 1600 м (см. рисунок).

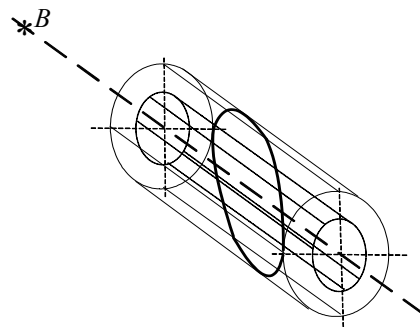
В табл. 1 приведены параметры орбит ведущего (объект 1) и ведомого (объект 2) спутников, отклонения вектора эксцентриситета и ДВУ которых соответствуют вычисленным отклонениям.

Таблица 1

**Параметры орбит ведущего (объект 1) и ведомого (объект 2) спутников**  
 [Table 1. The orbital parameters of the master (object 1) and slave (object 2) satellites]

	Объект 1 [Object 1]	Объект 2 [Object 2]
<b>a</b>	6892,93	6892,93
<b>ex</b>	0,000468	0,000468
<b>ey</b>	0,001238	0,001171
<b>i</b>	97,44	97,44
<b>Ω</b>	66,733	66,736
<b>U</b>	360	359,95
<b>Дата [Date]</b>	7/1/2005 20:31:56,14	7/1/2005 20:31:56,14
<b>Баллистический коэффициент [Ballistic coefficient]</b>	0,01	0,01

Эти начальные условия были использованы для изучения движения первого аппарата (ведущего спутника) и относительного движения ведомого спутника.



**Рисунок.** Траектория ведомого спутника относительно траектории ведущего спутника  
 [Figure. The trajectory of the slave satellite relative to the trajectory of the master satellite]

Сама относительная траектория движения ведомого спутника по поверхности трубы изображена на рисунке сплошной жирной линией, а траектория движения ведущего спутника жирной пунктирной линией. Положение ведущего спутника *B* обозначено звездочкой.

### 3. Поддержание заданной орбиты ведущего спутника

Задача поддержания рабочей конфигурации группы спутников разбивается на две подзадачи. В первой подзадаче требуется обеспечить синхронизированное поддержание рабочей орбиты каждого из спутников, входящих в группировку, во второй – обеспечить необходимую конфигурацию положения спутников внутри самой группировки.

Предполагается, что текущая орбита ведущего спутника должна находиться в пределах трубы радиусом 250 м вокруг номинальной орбиты (на рисунке основание трубы и ее образующие нарисованы линиями, состоящими из точек). Очень важно, что маневры, исполняемые ведущим спутником, не должны выводить его за круг радиуса 250 м в плоскости, перпендикулярной вектору скорости. Таким образом, останется не менее 150 м между TSX и TDX в плоскости, перпендикулярной направлению движения спутника, что обеспечивает безопасное функционирование SF. Чтобы удовлетворить ограничению в 250 м в плоскости, перпендикулярной направлению движения спутника, изменение большой полуоси не должно превышать 250 м ( $\Delta V_r < 0,16$  м/с), изменение наклона  $\Delta i < 0,002^\circ$  ( $\Delta V_z < 0,27$  м/с), изменение эксцентриситета  $\Delta e < 0,000041$  ( $\Delta V_r < 0,31$  м/с,  $\Delta V_t < 0,16$  м/с), изменение ДВУ  $\Delta \Omega < 0,002^\circ$  ( $\Delta V_z < 0,27$  м/с).

Для того чтобы заданная конфигурация спутниковой группы не распадалась, необходимо одновременно выполнять идентичные маневры поддержания орбиты не только ведущего, но и ведомого спутника. Если для поддержания орбиты корректируются большая полуось и/или наклонение, то для их коррекции достаточно одного импульса скорости, прикладываемого в районе экватора. Если одновременно корректируется еще и вектор эксцентриситета, то необходимо использовать два или три импульса скорости. Расчет параметров таких маневров не представляет собой сложности [14; 15].

Далее на основании нескольких примеров анализируются частота выполнения маневров и

затраты суммарной характеристической скорости (СХС) в зависимости от точности поддержания орбиты ведущего КА. Перед каждым примером указано, отклонение каких элементов контролируется, а также величина самих максимальных контролируемых отклонений. Поддержание рассматривается на интервале времени длиною в пять месяцев.

Файлы с результатами в программе достаточно большие, содержат много промежуточной информации о параметрах орбиты до и после каждого маневра, поэтому в статье приводится только наиболее важная информация, которая позволяет понять, сколько маневров и какие затраты СХС требуются на поддержание орбиты.

Для каждого примера (табл. 2–5) приводится число маневров, число подъемов (если двухимпульсный маневр, то число маневров в 2 раза больше числа подъемов), затем суммарная характеристическая скорость всех маневров и отдельно затраты на маневрирование в плоскости орбиты и на поворот плоскости орбиты.

Затем идет информация о каждом из маневров: его номер, номер витка, на котором выполнялся маневр, аргумент широты начала маневра, составляющие импульса скорости, угловая продолжительность маневра. Поскольку маневров может быть очень много, то приводится информация о двух первых и двух последних маневрах.

Таблица 2

**Примеры результатов при поддержании большой полуоси**  
 [Table 2. Examples of results when maintaining a large semi-axis]

Пример 1. Точность поддержания:  $a = 0,200$  км  
 [Example 1. Maintenance accuracy:  $a = 0.200$  km]

Num. of Imp.	$N_{\text{ит}}$	$dV_{\text{sum}}$ (m/s)	$dV_{\text{plsum}}$ (m/s)	$dV_{\text{zsum}}$ (m/s)
392	196	23.186899	23.186899	0.000000

Num. Imp.	REV	$U$ (deg.)	$dV_r$ (m/s)	$dV_t$ (m/s)	$dV_z$ (m/s)	$dU$ (deg.)
1	59	70,413095	0,00000000	0,06242040	0,00000000	3,957064
2	59	250,413095	0,00000000	0,06271513	0,00000000	3,957064
391	2257	67,940506	0,00000000	-0,05718145	0,00000000	3,583502
392	2257	247,940506	0,00000000	-0,05745051	0,00000000	3,583502

Пример 2. Точность поддержания:  $a = 0,250$  км  
 [Example 2. Maintenance accuracy:  $a = 0.250$  km]

Num. of Imp.	$N_{\text{ит}}$	$dV_{\text{sum}}$ (m/s)	$dV_{\text{plsum}}$ (m/s)	$dV_{\text{zsum}}$ (m/s)
2	1	0,139744	0,139744	0,000000

Num. Imp.	REV (deg.)	$U$ (m/s)	$dV_r$ (m/s)	$dV_t$ (m/s)	$dV_z$ (m/s)	$dU$ (deg.)
1	89	70,289161	0,00000000	0,06970808	0,00000000	4,419048
2	89	250,289161	0,00000000	0,07003587	0,00000000	4,419048

Таблица 3

**Примеры результатов при поддержании большой полуоси и наклона**  
 [Table 3. Examples of results in maintaining a large semi-axis and inclination]

Пример 3. Точность поддержания:  $a = 0,250$  км,  $i = 0,0040^\circ$   
 [Example 3. Maintenance accuracy:  $a = 0.250$  km,  $i = 0.0040^\circ$ ]

Num. of Imp.	$N_{\text{fit}}$	$dV_{\text{sum}}$ (m/s)	$dV_{\text{plsum}}$ (m/s)	$dV_{\text{zsum}}$ (m/s)
102	102	55,649149	4,636243	55,346186

Num. Imp.	REV (deg.)	$U$ (m/s)	$dV_r$ (m/s)	$dV_t$ (m/s)	$dV_z$ (m/s)	$dU$ (deg.)
1	88	360,000000	0,00000000	0,13922012	0,48351157	31,830354
2	92	360,000000	0,00000000	-0,06287404	0,54503071	34,699967
101	2229	360,000000	0,00000000	0,07273763	-0,53638274	33,317671
102	2293	360,000000	0,00000000	-0,07333842	0,53656962	33,326187

Пример 4. Точность поддержания:  $a = 0,250$  км,  $i = 0,0043^\circ$   
 [Example 4. Maintenance accuracy:  $a = 0.250$  km,  $i = 0.0043^\circ$ ]

Num. of Imp.	$N_{\text{fit}}$	$dV_{\text{sum}}$ (m/s)	$dV_{\text{plsum}}$ (m/s)	$dV_{\text{zsum}}$ (m/s)
32	32	18,566270	2,285957	18,372802

Num. Imp.	REV (deg.)	$U$ (m/s)	$dV_r$ (m/s)	$dV_t$ (m/s)	$dV_z$ (m/s)	$dU$ (deg.)
1	88	360,000000	0,00000000	0,13922012	-0,483512	31,830354
2	122	360,000000	0,00000000	-0,028862	0,583749	36,965446
31	1333	360,000000	0,00000000	0,111494	-0,580231	37,048646
32	1367	360,000000	0,00000000	-0,028437	0,571256	35,855597

Таблица 4

**Поддержание большой полуоси и эксцентриситета**  
 [Table 4. Maintaining a large semi-axis and eccentricity]

Пример 5. Точность поддержания:  $a = 0,200$  км,  $e = 0,00004$   
 [Example 5. Maintenance accuracy:  $a = 0.200$  km,  $e = 0.00004$ ]

Num. of Imp.	$N_{\text{fit}}$	$dV_{\text{sum}}$ (m/s)	$dV_{\text{plsum}}$ (m/s)	$dV_{\text{zsum}}$ (m/s)
100	50	8,393690	8,393690	0,000000

Num. Imp.	REV (deg.)	$U$ (m/s)	$dV_r$ (m/s)	$dV_t$ (m/s)	$dV_z$ (m/s)	$dU$ (deg.)
1	59	70,413064	0,00000000	0,09552725	0,00000000	6,055792
2	59	250,413064	0,00000000	0,02946955	0,00000000	1,859329
99	2284	254,699446	0,00000000	0,07966285	0,00000000	5,005170
100	2285	74,699446	0,00000000	-0,08158077	0,00000000	5,150533

Пример 6. Точность поддержания:  $a = 0,250$  км,  $e = 0,000040$   
 [Example 6. Maintenance accuracy:  $a = 0.250$  km,  $e = 0.000040$ ]

Num. of Imp.	$N_{\text{fit}}$	$dV_{\text{sum}}$ (m/s)	$dV_{\text{plsum}}$ (m/s)	$dV_{\text{zsum}}$ (m/s)
92	46	7,658421	7,658421	0,000000

Num. Imp.	REV (deg.)	$U$ (m/s)	$dV_r$ (m/s)	$dV_t$ (m/s)	$dV_z$ (m/s)	$dU$ (deg.)
1	89	70,289119	0,00000000	0,12456869	0,00000000	7,896774
2	89	250,289119	0,00000000	0,01494584	0,00000000	0,942972
91	2284	254,698455	0,00000000	0,07960424	0,00000000	5,003325
92	2285	74,698455	0,00000000	-0,08151828	0,00000000	5,148478

Пример 7. Точность поддержания:  $a = 0,250$  км,  $e = 0,000050$   
 [Example 7. Maintenance accuracy:  $a = 0.250$  km,  $e = 0.000050$ ]

Num. of Imp.	$N_{\text{fit}}$	$dV_{\text{sum}}$ (m/s)	$dV_{\text{plsum}}$ (m/s)	$dV_{\text{zsum}}$ (m/s)
36	18	3,436308	3,436308	0,000000

Num. Imp.	REV (deg.)	$U$ (m/s)	$dV_r$ (m/s)	$dV_t$ (m/s)	$dV_z$ (m/s)	$dU$ (deg.)
1	89	70,289119	0,00000000	0,12456869	0,00000000	7,896774
2	89	250,289119	0,00000000	0,01494584	0,00000000	0,942972
35	2284	253,190702	0,00000000	0,09585113	0,00000000	6,037372
36	2285	73,190702	0,00000000	-0,10079034	0,00000000	6,379022

Таблица 5

**Поддержание большой полуоси, наклона и эксцентриситета**  
 [Table 5. Maintaining the large semi-axis, inclination and eccentricity]

Пример 8. Точность поддержания:  $a = 0,200$  км,  $e = 0,000040$ ,  $i = 0,0050^\circ$   
 [Example 8. Maintenance accuracy:  $a = 0.200$  km,  $e = 0.000040$ ,  $i = 0.0050^\circ$ ]

Num. of Imp.	$N_{\text{fit}}$	$dV_{\text{sum}}$ (m/s)	$dV_{\text{plsum}}$ (m/s)	$dV_{\text{zsum}}$ (m/s)
84	42	8,356246	7,399970	3,061436

Num. Imp.	REV (deg.)	$U$ (m/s)	$dV_r$ (m/s)	$dV_t$ (m/s)	$dV_z$ (m/s)	$dU$ (deg.)
1	59	360,000000	0,00000000	0,04211674	-0,35432236	22,573248
2	60	126,773035	0,00000000	0,04979374	0,00000000	3,039900
83	2223	76,000000	0,00000000	-0,09911209	-0,00087498	6,258485
84	2223	252,795666	0,00000000	0,09984579	-0,00089311	6,274116

Пример 9. Точность поддержания:  $a = 0,250$  км,  $e = 0,000040$ ,  $i = 0,0070^\circ$   
 [Example 9. Maintenance accuracy:  $a = 0.250$  km,  $e = 0.000040$ ,  $i = 0.0070^\circ$ ]

Num. of Imp.	$N_{\text{fit}}$	$dV_{\text{sum}}$ (m/s)	$dV_{\text{plsum}}$ (m/s)	$dV_{\text{zsum}}$ (m/s)
130	65	13,256772	11,461227	5,602099

Num. Imp.	REV (deg.)	$U$ (m/s)	$dV_r$ (m/s)	$dV_t$ (m/s)	$dV_z$ (m/s)	$dU$ (deg.)
1	89	360,000000	0,00000000	0,03193747	-0,45166000	28,643946
2	90	88,821038	0,00000000	0,09470102	0,00000000	6,002449
129	2268	94,000000	0,00000000	-0,11033447	0,03132133	7,225086
130	2268	221,273429	0,00000000	0,06262888	0,04754978	4,934365

**4. Поддержание относительного положения ведомого спутника**

При поддержании положения ведомого спутника относительно ведущего выполнялась одно-временная коррекция всех элементов орбиты. Таким образом, по существу, решалась задача неком-

планарной встречи. Рассмотрим процедуру определения параметров оптимальных двухимпульсных маневров встречи, когда КА необходимо перевести в заданную точку на произвольной некомпланарной орбите за фиксированное время.

В этой задаче имеется восемь свободных переменных (два угла приложения импульсов скорости  $\varphi_1, \varphi_2$  и шесть составляющих импульсов  $\Delta V_{r1}, \Delta V_{r2}, \Delta V_{z1}, \Delta V_{z2}$ ) и шесть ограничений в виде равенств. Система из шести линейных уравнений, которую необходимо решить, приведена в [16]. Можно зафиксировать значение двух переменных, например углы приложения первого и второго импульсов скорости  $\varphi_1 = \varphi_{1f}$  и  $\varphi_2 = \varphi_{2f}$ , а затем, решив систему линейных уравнений, определить величины составляющих импульсов скорости  $\Delta V_{r1}, \Delta V_{r2}, \Delta V_{z1}, \Delta V_{z2}$ .

Далее достаточно перебором провести оптимизацию по двум переменным  $\varphi_1, \varphi_2$ , чтобы найти параметры оптимального решения. Чтобы обеспечить необходимую методическую точность решения задачи, параметры маневров уточнялись с помощью известной итерационной процедуры [17].

В первом примере отклонения для орбиты ведущего КА брались номинальные, чтобы он не выходил за пределы круга радиуса 250 м. Поддержание рассматривалось на интервале в один месяц. Потребовалось 123 раза (табл. 6) изменить орбиту ведущего КА, в основном из-за нарушения ограничения по наклонению, но иногда и по эксцентриситету.

Таблица 6

**Пример результатов при поддержании положения ведомого спутника**  
[Table 6. Example of results when maintaining the position of the slave satellite]

	Num. of Imp.	$N_{\text{fit}}$	$dV_{\text{sum}}$ (m/s)	$dV_{\text{plum}}$ (m/s)	$dV_{\text{zsum}}$ (m/s)
КА 1	246	123	56,631043	16,776420	50,576005

Относительное поддержание потребовало существенно меньше коррекций движения. Ниже приведены значения поддерживаемых относительных отклонений (обозначены буквой  $d$ ) и точностей поддержания соответствующих отклонений (обозначены буквами  $dd$ ):  $da = 0,0$  км,  $dda = 0,15$  км,  $dex = 0$ ,  $ddex = 0,000025$ ,  $dex = 0,000066$ ,  $ddey = 0,000025$ ,  $di = 0,0^\circ$ ,  $ddi = 0,00115^\circ$ ,  $dOMG = -0,003^\circ$ ,  $ddOMG = 0,00115^\circ$ ,  $dn = -5,5$  км,  $ddn = 0,1$  км.

Ограничения были нарушены всего шесть раз, два раза нарушено ограничение  $ddn$  (положение

вдоль орбиты) и четыре раза нарушено ограничение  $ddex$  (составляющая вектора эксцентриситета). Было произведено шесть изменений орбиты (12 маневров). Затраты составили всего 1,67 м/с, 1,00 м/с в плоскости орбиты и 0,96 м/с на поворот плоскости орбиты.

В табл. 7 приведена информация об импульсах скорости.

Таблица 7

**Информация об импульсах скорости при поддержании положения ведомого спутника**  
[Table 7. Information about speed pulses while maintaining the position of the slave satellite]

Num. Imp.	REV	$U$ (deg.)	$dV_r$ (m/s)	$dV_t$ (m/s)	$dV_z$ (m/s)	$dU$ (deg.)
1	0	52,44	0,001	-0,015	0,001	0,94
2	1	356,44	-0,02	0,015	0,001	1,54
3	4	15,01	-0,004	-0,003	-0,03	1,69
4	5	179,01	-0,045	0,002	0,45	28,43
5	101	86,12	0,17	-0,001	0,001	10,82
6	102	350,12	0,001	0,011	-0,001	0,68
7	198	86,08	0,17	-0,011	0,002	10,77
8	199	350,08	0,001	0,011	0,001	0,67
9	295	86,05	0,17	-0,010	-0,0014	10,74
10	296	350,05	0,001	0,010	-0,001	0,65
11	392	40,90	0,068	0,024	-0,16	10,93
12	393	340,90	-0,281	0,054	-0,318	26,47
12	393	340,900006	-0,28189176	0,05404431	-0,31841602	26,471034

Относительное поддержание не требует коррекций, если допустимые относительные отклонения больше следующих значений:  $dda = 0,15$ ,  $ddex = 0,000066$ ,  $ddey = 0,000132$ ,  $ddi = 0,001120$ ,  $ddOMG = 0,001120$ ,  $ddn = 3,300000$ .

## Заключение

Проведенные исследования показали высокую зависимость затрат СХС на поддержание орбиты ведущего КА и, соответственно, на аналогичное поддержание орбиты ведомого КА от точности поддержания рабочей орбиты.

Если при точности поддержания большой полуоси (табл. 2) орбиты 200 м на интервале в пять месяцев требуется 196 изменений орбиты (392 маневра) и затраты 23,19 м/с, то при точности поддержания большой полуоси рабочей орбиты 250 м на этом же интервале требуется всего одно изменение орбиты (2 маневра) и затраты 0,139 м/с. Изменение точности поддержания всего на 50 м делает практически нулевыми затраты на поддержание большой полуоси.

Для точности поддержания большой полуоси орбиты 250 м была исследована зависимость затрат СХС от *точности поддержания наклона* (табл. 3). При точности поддержания наклона  $0.004^\circ$  на интервале в пять месяцев требуется 102 изменения орбиты (102 маневра) и затраты 55,65 м/с (4,63 м/с в плоскости орбиты и 55,34 м/с на поворот плоскости орбиты). При точности поддержания наклона  $0.0043^\circ$  требуется 32 изменения орбиты (32 маневра), затраты 18,57 м/с (2,29 м/с в плоскости орбиты и 18,37 м/с на поворот плоскости орбиты). Однако уже при точности поддержания наклона  $0.0045^\circ$  коррекция наклона не требуется.

Была исследована также зависимость затрат СХС от *точности поддержания большой полуоси орбиты и эксцентриситета* (табл. 4). Для точности поддержания большой полуоси орбиты 200 м и точности поддержания эксцентриситета  $0,00004$  требуется 50 изменений орбиты (100 маневров) и затраты СХС 8,39 м/с. Для точности поддержания большой полуоси орбиты 250 м и точности поддержания эксцентриситета  $0,00004$  требуется 46 изменений орбиты (92 маневра) и затраты СХС 7,66 м/с. Маневрирование происходит в основном из-за нарушения ограничения по эксцентриситету. Маневры чередуются через один. Один маневр увеличивает эксцентриситет, когда достигается нижняя граница, следующий уменьшает эксцентриситет, когда достигается верхняя граница. Интересно, что коррекция эксцентриситета существенно меняет картину коррекции большой полуоси. Точность поддержания большой полуоси практически не влияет на частоту проведения маневров. При точности поддержания эксцентриситета  $0,00005$  требуется 18 изменений орбиты (36 маневров) и затраты СХС 3,43 м/с, а при точности поддержания эксцентриситета  $0,000051$  коррекция эксцентриситета не требуется.

Та же картина имеет место и при *одновременном поддержании большой полуоси орбиты, эксцентриситета и наклона* (табл. 5). При одинаковой точности поддержания эксцентриситета  $0,00004$  для точности поддержания большой полуоси орбиты 200 м и точности поддержания наклона  $0,005^\circ$  требуется 42 изменения орбиты (84 маневра) и затраты СХС 8,36 м/с (7,40 м/с в плоскости орбиты и 3,06 м/с на поворот плоскости орбиты), а для точности поддержания большой полуоси орбиты 250 м и точности поддержания наклона  $0,007^\circ$  требуется

65 изменений орбиты (130 маневров) и затраты СХС 13,26 м/с (11,46 м/с в плоскости орбиты и 5,60 м/с на поворот плоскости орбиты). Результат довольно парадоксальный, так как точность поддержания большой полуоси орбиты и точность поддержания наклона уменьшились, а число маневров увеличилось. Все маневры нужны для коррекции эксцентриситета, причем они попеременно уменьшают и увеличивают эксцентриситет, что явно не является оптимальным. Такая картина была и при неоптимальном поддержании большой полуоси орбиты.

Исследование показало, что при уменьшении точности поддержания по эксцентриситету до  $\Delta e = 0,000056$  необходимость в маневрировании практически исчезает. Остается только один маневр для поднятия высоты.

Данные результаты свидетельствуют о чрезвычайной важности правильного выбора максимальных точностей поддержания по каждому из элементов орбиты, при которых затраты на поддержание минимальны. Для рассматриваемой системы это  $\Delta a = 0,250$  м,  $\Delta i = 0,0045^\circ$ ,  $\Delta e = 0,000056$ .

Следовательно, диаметр трубы, внутри которой должен находиться ведущий спутник, целесообразно увеличить до 600 м вместо 250 м, что практически избавит от необходимости проводить маневры поддержания. Увеличение диаметра до этих размеров в первую очередь связано с ограничением по эксцентриситету.

Относительное поддержание требует существенно меньших затрат, даже при точностях, требуемых в проекте.

Для поддержания заданной конфигурации спутников в течение одного месяца затраты суммарной характеристической скорости составили всего 1,67 м/с, 1,00 м/с в плоскости орбиты и 0,96 м/с на поворот плоскости орбиты.

Относительное поддержание не требует коррекций, если допустимые относительные отклонения больше следующих значений:  $dda = 0.15$ ,  $ddex = 0,000066$ ,  $ddey = 0,000132$ ,  $ddi = 0.001120$ ,  $ddOMG = 0,001120$ ,  $ddn = 3,300000$ .

#### Список литературы

1. *Marec J.-P.* Optimal Space Trajectories // Studies in Astronautics. Amsterdam – Oxford – New York: Elsevier Sci. Pub. Co., 1979. Vol. 1. P. 329.
2. *Jones J.B.* Optimal Rendezvous in the Neighborhood of a Circular Orbit // Journal of the Astronautical Sciences. 1976. Vol. XXIV. No. 1. Pp. 55–90.

3. Баранов А.А. Численно-аналитическое определение параметров маневров многовитковой встречи КА на близких околокруговых некомпланарных орбитах // Космические исследования. 2008. Т. 46. № 5. С. 430–439.
4. Damario L., Bollman W., Lee W., Roncoli R., Smith J. Mars Orbit Rendezvous Strategy for the Mars 2003/2005 Sample Return Mission // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference (Girwood, Alaska, 16–19 August 1999). Paper AAS 99-306. Pp. 1–19.
5. Ocampo C., Guinn J., Breeden J. Rendezvous options and dynamics for the Mars sample return mission // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. Paper AAS 01-415. 2001. Pp. 1–20.
6. Баранов А.А., Баранов А.А. Алгоритм расчета параметров маневров формирования спутниковых систем // Космические исследования. 2009. Т. 47. № 3. С. 256–262.
7. Разумный В.Ю., Баранов А.А. Планирование обслуживания разнородных спутниковых систем // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2016. Т. 17. № 4. С. 16–26.
8. Boutonnet A., Baranov A., Martinot V., Escudier B., Noailles J. Optimal Small Formation Flying Initialization in Circular Orbit // Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Symposium on Space Flight Dynamics (16–20 June 2003). Moscow, 2003. Pp. 83–96.
9. Boutonnet A., Martinot V., Baranov A., Escudier B. Optimal Invariant Spacecraft Formation Deployment with Collision Risk Management // Journal of Spacecraft and Rockets. Vol. 42. No. 5. Pp. 913–920.
10. Можяев Г.В. Решение некоторых задач оптимизации процессов гибкой коррекции движения спутниковых систем. Ч. I // Космические исследования. 2001. Т. 39. № 5. С. 518–530.
11. Можяев Г.В. Решение некоторых задач оптимизации процессов гибкой коррекции движения спутниковых систем. Ч. II // Космические исследования. 2001. Т. 39. № 6. С. 634–647.
12. Krieger G., Moreira A., Fiedler H., Hajnsek I., Eineder M., Zink M., Werner M. TanDEM-X: A Satellite Formation for High Resolution SAR Interferometry // FRINGE 2005 Workshop. ESA/ESRIN (Frascati, Italy, 28 November – 2 December 2005). URL: [http://earth.esa.int/fringe2005/proceedings/papers/382\\_krieger.pdf](http://earth.esa.int/fringe2005/proceedings/papers/382_krieger.pdf)
13. Krieger G., Moreira A., Fiedler H., Hajnsek I., Werner M., Younis M., Zink M. TanDEM-X: A Satellite Formation for High-Resolution SAR Interferometry // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2007. Vol. 45. No. 11. Pp. 3317–3341.
14. Edelbaum T.N. Minimum Impulse Transfer in the Vicinity of a Circular Orbit // Journal of the Astronautical Sciences. 1967. Vol. XIV. No. 2. Pp. 66–73.
15. Баранов А.А. Маневрирование космических аппаратов в окрестности круговой орбиты. М.: Спутник+, 2016. 512 с.
16. Баранов А.А. Алгоритм расчета параметров многовитковых маневров дальнего наведения // Космические исследования. 1990. Т. 28. № 1. С. 69–76.
17. Баранов А.А. О геометрическом решении задачи встречи на близких почти круговых компланарных орбитах // Космические исследования. 1989. Т. 27. № 6. С. 808–816.

#### Для цитирования

Баранов А.А., Чернов Н.В. Анализ энергетических затрат на поддержание конфигурации спутниковой группы типа TerraSAR-X – TanDEM-X // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2019. Т. 20. № 3. С. 220–228. <http://dx.doi.org/10.22363/2312-8143-2019-20-3-220-228>

Research paper

## Energy cost analysis to station keeping for satellite formation type “TerraSAR-X – TanDEM-X”

Andrey A. Baranov

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation  
Keldysh Institute of Applied Mathematics Russian Academy of Sciences, 4 Miusskaya Sq., Moscow, 125047, Russian Federation

Nikita V. Chernov

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation

#### Article history:

Received: August 15, 2020

Revised: October 10, 2020

Accepted: October 18, 2020

The maintenance of a given configuration of the satellite formation of the “TerraSAR-X – TanDEM-X” type is considered. It is assumed that the master satellite performs only maneuvers to maintain the working orbit, and the slave satellite performs identical maneuvers to maintain the working orbit and additionally performs maneuvers to maintain a given relative

Andrey A. Baranov, leading researcher at KIAM RAS, Professor at the Department of Mechanics and Mechatronics of Institute of Space Technologies at Academy of Engineering in RUDN University, PhD (Physics and Mathematics); ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-1823-9354>, eLIBRARY SPIN-code: 6606-3690.  
Nikita V. Chernov, senior lecturer at the Department of Mechanics and Mechatronics of Institute of Space Technologies at Academy of Engineering in RUDN University; [nikita145@yandex.ru](mailto:nikita145@yandex.ru); ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8421-9768>, eLIBRARY SPIN-code: 5425-7960.



**Keywords:**

satellite formation, maintaining orbit, station keeping of relative configuration, total delta-v, inter-orbital flights, transfer maneuvers, rendezvous maneuvers

configuration of the group. For the working orbit of the master satellite, the dependence of the total characteristic velocity costs for maintaining a large semi-axis, eccentricity, inclination, and their various combinations on the maintenance accuracy is studied. The minimum limits of accuracy at which maneuvering is not required are set for each of the elements. This study is general in nature and allows future missions to be planned, providing the necessary trade-offs between the accuracy of maintenance and the total characteristic speed costs that increase as maintenance accuracy increases. Also, a study of the energy costs of relative maintenance, provided that the engines of the master and slave satellites operate almost the same. It is shown that the relative maintenance requires significantly lower fuel costs, even with the accuracy required in the project. The software product developed for this study is of universal application and will be used to investigate the cost of maintaining a more complex system of four satellites, in which three satellites rotate relative to the base satellite.

**References**

1. Marec JP. Optimal Space Trajectories. *Studies in Astronautics*. 1979;1:329.
2. Jones JB. Optimal Rendezvous in the Neighborhood of a Circular Orbit. *Journal of the Astronautical Sciences*. 1976;XXIV(1):55–90.
3. Baranov AA. Numerical and analytical determination of the parameters of multi-turn rendezvous maneuvers spacecrafts in close nearly circular non-coplanar orbits. *Space research*. 2008;46(5):430–439. (In Russ.)
4. Damario L, Bollman W, Lee W, Roncoli R, Smith J. Mars Orbit Rendezvous Strategy for the Mars 2003/2005 Sample Return Mission. *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference (Girwood, Alaska, 16–19 August 1999)*. Paper AAS 99-306. pp. 1–19.
5. Ocampo C, Guinn J, Breeden J. Rendezvous options and dynamics for the Mars sample return mission. *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*. Paper AAS 01-415. 2001. pp. 1–20.
6. Baranov AA, Baranov AA. Algorithm of calculation of parameters of maneuvers of formation of satellite systems. *Space researches*. 2009;47(3):256–262. (In Russ.)
7. Razoumny VYu, Baranov AA. Planning for on-orbit servicing of various satellite systems. *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2016;17(4):16–26. (In Russ.)
8. Boutonnet A, Baranov AA, Martinot V, Escudier B, Noailles J. Optimal Small Formation Flying Initialization in Circular Orbit. *Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Symposium on Space Flight Dynamics (16–20 June 2003)*. Moscow; 2003. pp. 83–96.
9. Boutonnet A, Martinot V, Baranov A, Escudier B. Optimal Invariant Spacecraft Formation Deployment with Collision Risk Management. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2005;42(5):913–920.
10. Mozhaev GV. Decision of some problems of optimization of processes of relative correction of motion of satellite systems. Part I. *Space researches*. 2001;39(5): 518–530. (In Russ.)
11. Mozhaev GV. Decision of some problems of optimization of processes of relative correction of motion of satellite systems. Part. II. *Space researches*. 2001; 39(6): 634–647. (In Russ.)
12. Krieger G, Moreira A, Fiedler H, Hajnsek I, Eineder M, Zink M, Werner M. TanDEM-X: A Satellite Formation for High Resolution SAR Interferometry. *FRINGE 2005 Workshop, ESA/ESRIN (Frascati, Italy, 28 November – 2 December 2005)*. Available from: [http://earth.esa.int/fringe2005/proceedings/papers/382\\_krieger.pdf](http://earth.esa.int/fringe2005/proceedings/papers/382_krieger.pdf)
13. Krieger G, Moreira A, Fiedler H, Hajnsek I, Werner M, Younis M, Zink M. TanDEM-X: A Satellite Formation for High-Resolution SAR Interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2007; 45(11):3317–3341.
14. Edelbaum TN. Minimum Impulse Transfer in the Vicinity of a Circular Orbit. *Journal of the Astronautical Sciences*. 1967;XIV(2):66–73.
15. Baranov AA. The maneuvering of the spacecraft in the vicinity of a circular orbit. Moscow: Sputnik+ Publ.; 2016. (In Russ.)
16. Baranov AA. An Algorithm for Calculating the Parameters of Multi-orbit Maneuvers in Remote Guidance. *Cosmic research*. 1990;28(1):69–76. (In Russ.)
17. Baranov AA. Geometric Solution of the Problem of a Rendezvous on Close Nearly Circular Coplanar Orbits. *Space research*. 1989;27(6):808–816. (In Russ.)

**For citation**

Baranov AA, Chernov NV. Energy cost analysis to station keeping for satellite formation type “TerraSAR-X – TanDEM-X”. *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2019;20(3):220–228. <http://dx.doi.org/10.22363/2312-8143-2019-20-3-220-228>. (In Russ.)