



## Научная статья

DOI 10.22363/2312-8143-2018-19-4-438-456

УДК 514.8:72

## Классификация аналитических поверхностей применительно к параметрической архитектуре и машиностроению

Е.А. Гринько

Российский университет дружбы народов  
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

В связи с появлением новых материалов и технологий для изготовления строительных конструкций и сооружений к архитекторам возвращается интерес к созданию пространственных большепролетных форм. Немалую роль здесь также играют возросшие требования к эргономичности конструкций и сооружений. Эти веяния подтверждаются появлением довольно большого числа как воплощенных в материале, так и находящихся на стадии чертежей и эскизов проектов. В экономически благополучных странах уже произошел всплеск создания новых уникальных конструкций, в том числе и пространственных, со сложными поверхностями. К такой перспективе необходимо готовиться и в нашей стране. В настоящее время предложено большое количество классификаций поверхностей, но ни одна не охватывают всего их разнообразия. Статья вводит в обращение систематизацию новых и широко известных форм поверхностей применительно к конструкциям строительного и машиностроительного назначения. Составлена подробная классификация аналитических поверхностей 38 классов. Для облегчения поиска необходимых исследований в области геометрии и расчета на прочность тонких оболочек с неканоническими срединными поверхностями в статье приводится обширная библиография из 40 наименований.

**Ключевые слова:** аналитическая поверхность, классификация поверхностей, архитектура большепролетных тонкостенных структур, формирование тонкостенных машиностроительных изделий

### Введение

В свое время в СССР была мощная геометрическая школа, работавшая в направлении исследования новых форм поверхностей применительно к конструкциям строительного и машиностроительного назначения. Многим известны работы таких ученых-геометров, как Н.Н. Рыжов, В.А. Лебедев, Г.В. Брант, В.С. Обухова и др.

Однако в связи с утратой интереса к оболочкам в 1980—2000 гг. исследования новых поверхностей и их создание практически прекратились. Только на Украине, благодаря стараниям ряда ученых-энтузиастов (В.Е. Михайленко, А.Л. Подгорный, И.А. Скидан, С.Н. Ковалев и др.), исследования не были остановлены

и продолжают активно развиваться [1]. Геометрами неоднократно предпринимались попытки создать полную классификацию поверхностей. Л. Эйлер впервые разделил поверхности на алгебраические и трансцендентные и дал классификацию алгебраических поверхностей второго порядка. В зависимости от знака гауссовой кривизны  $K = k_1 k_2$  разделяют поверхности положительной, нулевой и отрицательной гауссовой кривизны. В отдельную группу можно выделить поверхности знакопеременной гауссовой кривизны [2].

В департаменте строительства Инженерной академии РУДН неоднократно приступали к составлению подробной классификации аналитических поверхностей, которые могут быть использованы в строительстве, архитектуре и машиностроении. Например, была составлена и опубликована наиболее полная энциклопедия [3], описывающая более 600 аналитических поверхностей 38 классов. Отдельно представлена классификация линейчатых [4] и циклических [5] поверхностей.

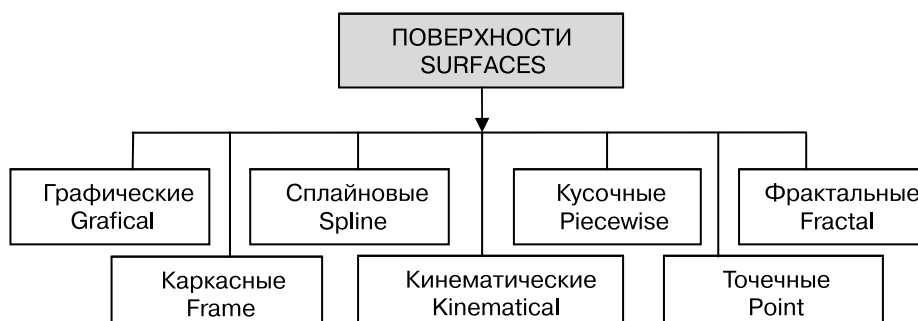
Результаты исследований докладывались на научно-технических конференциях [6].

Очевидно, вопросы классификации поверхностей интересуют не только ученых ИА РУДН, но и представителей других организаций. Так, в диссертации [7] предложено разделять поверхности в зависимости от метода их построения (рис. 1) или формирования (рис. 2). В литературе по начертательной геометрии встречается деление поверхностей на гладкие и складчатые. К решению вопроса классификации аналитических поверхностей учеными ИА РУДН привлекались и ученые других стран, например США [8].

В процессе работы над классификацией поверхностей были предложены новые группы и подгруппы поверхностей [9; 10].

### **Новая классификация аналитических поверхностей**

Составить таблицу или классификацию, куда входили бы более 600 известных в настоящее время поверхностей, по-видимому, невозможно. Инженер или геометр составляет классификацию или подбирает группу поверхностей, которая бы подтверждала его научные выводы, или находит поверхности, обладающие одинаковыми математическими свойствами. Отсюда появляются поверхности Хошимоты [11], Эдлингера [12], Бонне [13], Кунса или Каталана [4].



**Рис. 1.** Классификация поверхностей по методу их построения  
[Figure 1. Classification of surfaces with taking into account a method of their construction]



**Рис. 2.** Классификация поверхностей по методу их формирования  
[Figure 2. Classification of surfaces with taking into account a method of their forming]

На рис. 3 представлена наиболее полная классификация аналитических поверхностей, составленная на основе энциклопедии [3] с добавлением некоторых новых поверхностей, описания которых появились после публикации энциклопедии. Некоторые классы поверхностей не раскрыты полностью, но даны ссылки на литературу, где это сделано (например, для линейчатых поверхностей нулевой и отрицательной гауссовой кривизны, циклических и винтовых поверхностей и некоторых других). Поверхности, формирующие 38 классов, на рис. 3 показаны на затемненном фоне. Из них на рисунке указаны только 25 классов, оставшиеся 13 классов отсутствуют. Это резные, непрерывно-топографические и топографические поверхности, поверхности Веронезе, Цицейки, Безье, квази-эллипсоидные поверхности, поверхности со сферической направляющей кривой, специальные профили цилиндрических изделий, поверхности Бонне, Кунса, поверхности, задаваемые гармоническими функциями, квазимногогранники и эквидистанты двойных систем. Все они входят в соответствующие классы, указанные на рис. 3, или не представляют особого интереса для архитекторов и инженеров.

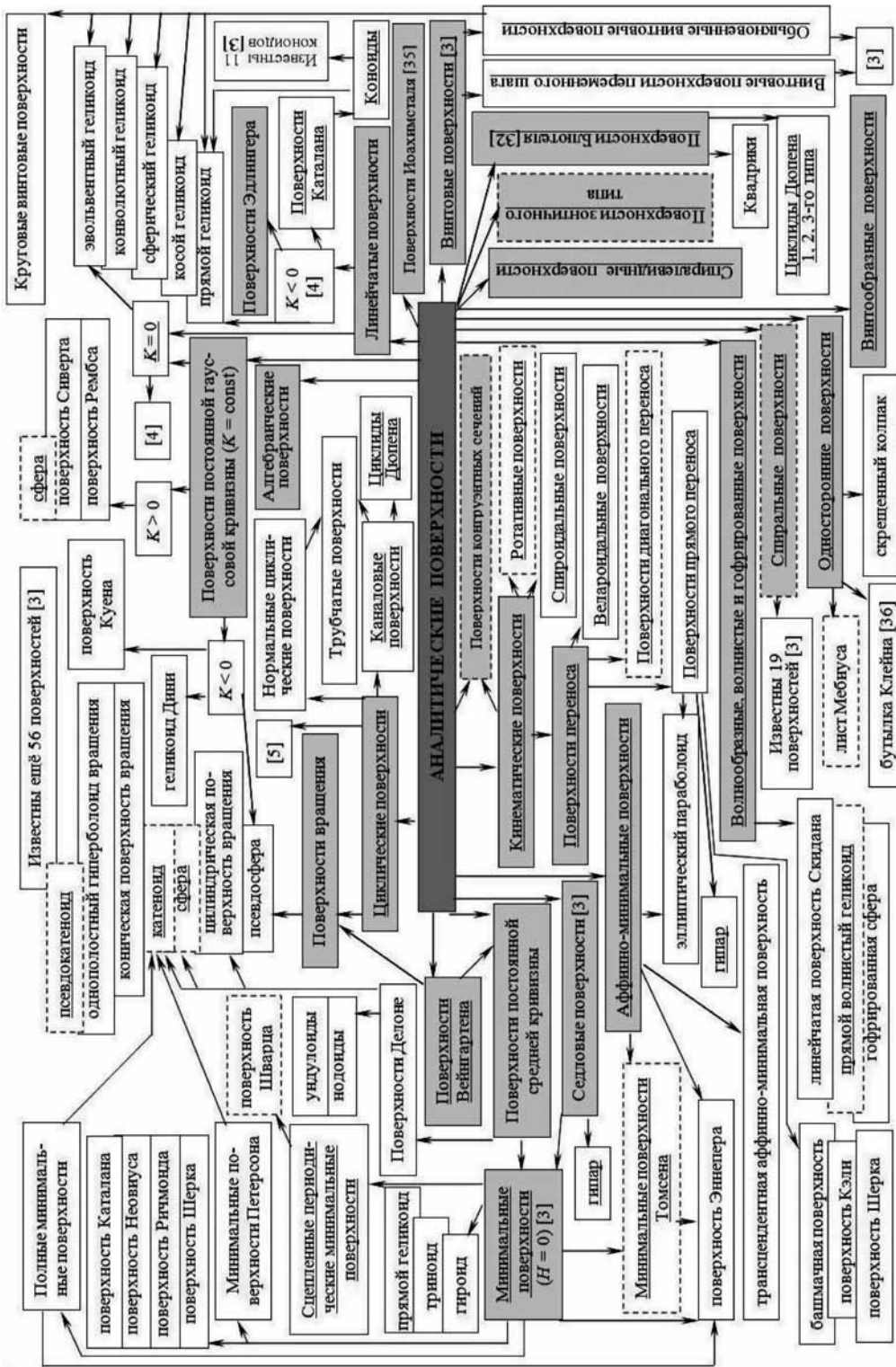


Рис. 3. Классификация аналитических поверхностей

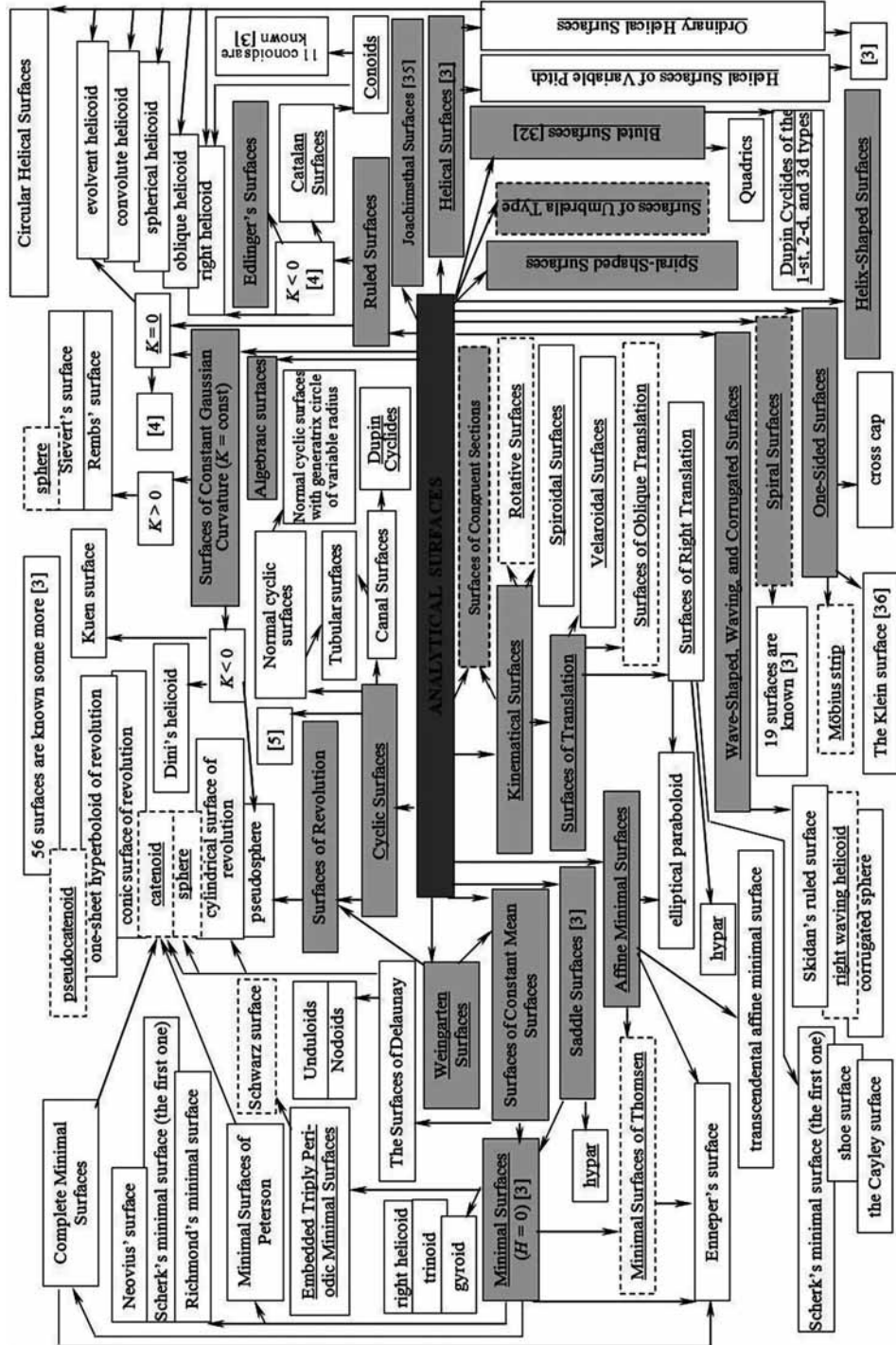


Figure 3. Classification of analytical surfaces

**Определения мало используемых, но имеющих перспективы  
в архитектурной или инженерной практике групп,  
подгрупп и отдельных поверхностей**

Проиллюстрируем некоторые классы, группы, подгруппы поверхностей конкретными примерами (на рис. 3 рамки выполнены пунктирной линией) и дадим определения поверхностям, которые хорошо известны геометрам, но редко или совсем не используются архитекторами и инженерами в проектной практике, хотя имеют ряд преимуществ перед каноническими поверхностями (на рис. 3 выделены подчеркиванием сплошной линией).

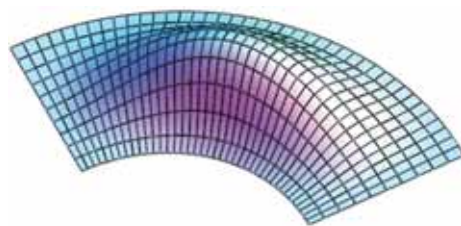
Поверхность Блютеля образовывается однопараметрическим семейством коник и одновременно огибает двухпараметрическое семейство конусов второго порядка. Полная классификация поверхностей Блютеля приведена в статье [14].

Поверхность Вейнгартена [15] — это поверхность, средняя кривизна  $H$  которой связана с ее гауссовой кривизной  $K$  функциональной зависимостью  $f(H, K) = 0$ . Часто поверхность Вейнгартена называют поверхностью  $W$ . Поверхности Вейнгартена разделяют на 3 группы (рис. 3): поверхности вращения, поверхности постоянной гауссовой и средней кривизн.

Велароидальной называется поверхность переноса на плоском прямоугольном плане с образующей кривой переменной кривизны. В настоящее время известны три вида велароидальных поверхностей: параболический, эллиптический и синусоидальный велароиды.

Поверхности велароидального типа — это велароидальные поверхности, но на плоском кольцевом плане (рис. 4) [10].

Винтовая поверхность образовывается жесткой кривой при ее винтовом движении. При винтовом движении образующая кривая равномерно вращается вокруг оси вращения и одновременно совершает поступательное перемещение в направлении этой же оси [16]. Если отношение величины скорости по прямой к величине угловой скорости постоянно, то винтовое движение называется обыкновенным. Поверхность, образованная обыкновенным винтовым движением, называется обыкновенной винтовой поверхностью. Траектории точек в обыкновенном винтовом движении будут представлять собой цилиндрические винтовые линии постоянного шага, лежащие на разных, но соосных круглых цилиндрах. На настоящее время наиболее известными архитекторам обыкновенными винтовыми поверхностями являются — прямой и косой геликоиды, а также трубчатая винтовая поверхность. Честь открытия минимальных поверхностей в форме прямого геликоида принадлежит Ж. Менье (1776). Э. Каталан (1842) доказал, что прямой геликоид является единственной линейчатой минимальной поверхностью. Если в винтовом движении отношение поступательной к угловой скорости есть величина переменная, то траектории точек образующей кривой будут представлять цилиндрические винтовые линии с пере-



**Рис. 4.** Поверхность велароидального типа на кольцевом плане  
**[Figure 4.** A surface of velaroidal type on the annular plan]

менным шагом, а сама винтовая поверхность будет называться винтовой поверхностью переменного шага.

Винтообразные поверхности [17] — поверхности, построенные образующими кривыми, которые помимо простого винтового движения относительно винтовой оси совершают какое-либо дополнительное движение или деформируются по определенному закону. При этом траектории точек образующей кривой при винтообразном движении не будут цилиндрическими винтовыми линиями.

Зонтичным куполом называется циклически симметричная пространственная конструкция, образованная из нескольких тождественных элементов, в результате пересечения срединных поверхностей которых получаются кривые, являющиеся образующими некоторой куполообразной поверхности вращения [18]. Формообразование зонтичной поверхности показывает, что она не является аналитической поверхностью в отличие от поверхностей зонтичного типа. Зонтичные оболочки обладают повышенной жесткостью, устойчивостью, архитектурной выразительностью.



**Рис. 5.** Поверхность зонтичного типа с параболическими образующими и круглым отверстием в вершине  
**[Figure 5.** A surface of umbrella type with parabolic generators and a round opening at the top]



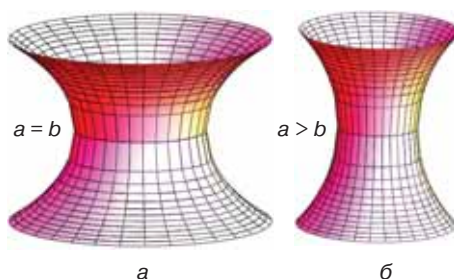
**Рис. 6.** Прямой волновой геликоид  
**[Figure 6.** A right wave helicoid]

Поверхностями зонтичного типа [19] называются циклически симметричные поверхности, состоящие из нескольких тождественных элементов, причем полная поверхность зонтичного типа и все поверхности составляющих ее тождественных элементов описываются одним и тем же явным, неявным или параметрическим уравнениями (рис. 5).

Определения для следующих четырех поверхностей возьмем из энциклопедии [3] без изменений. «Волнообразные поверхности формируются поступательно-колебательным движением жестких образующих кривых, колеблющихся относительно заранее выбранных базовых поверхностей, плоскости или линий (рис. 6). Эти поверхности могут быть включены также в класс поверхностей конгруэнтных сечений. В литературе встречаются и другие названия волнообразных поверхностей, например волновые. Волнистые поверхности формируются поступательно-колебательным движением образующих кривых, которые не только колеблются относительно выбранных базовых поверхностей, плоскости или линий, но и сами деформируются, оставаясь в одном и том же классе кривых. Рифленые поверхности свое название получили от английского слова “riffle — желобок, канавка”. Таким об-

разом, рифленые поверхности — это поверхности с закономерно расположенными на них углублениями или впадинами. Рифленые поверхности наиболее широко применяются в машиностроении.

Гофрированные изделия получают изгибанием листовых металлических и неметаллических материалов для придания их поверхностям волнообразной формы разных профилей с целью увеличения прочности».



**Рис. 7.** Катеноид (а) и псевдокатеноид (б)  
[Figure 7. Catenoid (a) and pseudo-catenoid (b)]

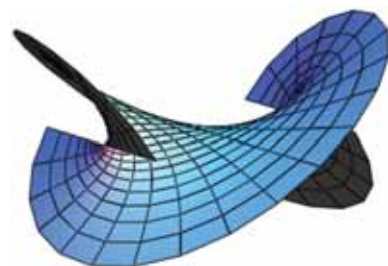
Катеноид образовывается вращением цепной линии  $x = ach(z/a)$  вокруг оси  $Oz$  (рис. 7, а). Катеноид является единственной минимальной поверхностью вращения, то есть средняя кривизна его поверхности во всех точках равна нулю. Честь открытия минимальной поверхности в форме катеноида принадлежит Л. Эйлеру (1774) и Ж. Менье (1776). О. Бонне (50-е гг. XIX в.) доказал, что катеноид — единственная минимальная поверхность вращения.

Псевдокатеноид образовывается вращением кривой  $x = bch(z/a)$  вокруг оси  $Oz$ . Псевдокатеноид — поверхность вращения строго отрицательной гауссовой кривизны, но она не является минимальной поверхностью (рис. 7, б).

Минимальная поверхность — это поверхность, у которой средняя кривизна  $H$  равна нулю во всех точках, следовательно, минимальная поверхность является поверхностью постоянной отрицательной гауссовой кривизны [20].

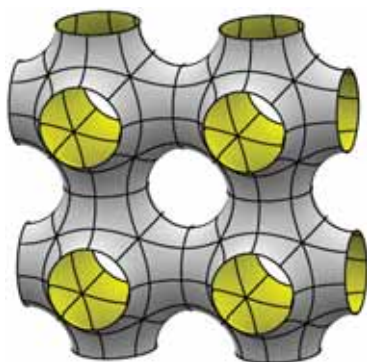
Г. Томсен (G. Thomsen) определил минимальные поверхности евклидова пространства, которые одновременно являются метрически и аффинно-минимальными поверхностями. Минимальная поверхность Томсена, допускающая переход к поверхности Эннепера, одновременно является аффинно-минимальной поверхностью. Архитектор, обладающий определенной фантазией, может найти применение этим поверхностям, имеющим ряд достоинств (рис. 8).

Аффинно-минимальная поверхность — это поверхность, средняя аффинная кривизна которой равна нулю. В отличие от обычных минимальных поверхностей, состоящих лишь из седловых точек, аффинно-минимальная поверхность может содержать эллиптические точки. Так, эллиптический параболоид состоит целиком из эллиптических точек и является аффин-



**Рис. 8.** Фрагмент минимальной поверхности Томсена  
[Figure 8. A fragment of Thomsen's minimal surface]





**Рис. 9.** Сцепленная периодическая минимальная поверхность Шварца  
[Figure 9. Schwarz embedded triply periodic minimal surface]

но-минимальной поверхностью. Из наиболее известных обычных минимальных поверхностей одновременно и к аффинно-минимальным относится поверхность Эннепера, скульптурное изображение которой выставлено в новом здании Математического института Университета г. Вюрцбурга.

Сцепленные периодические минимальные поверхности представляют собой минимальные поверхности, симметричные относительно трех независимых направлений. Общим свойством этих поверхностей является наличие базового куска поверхности. Самым первым примером сцепленной периодической минимальной поверхности можно считать минимальную поверхность Шварца (рис. 9). Эта же сцепленная периодическая минимальная поверхность является и одной из самых известных поверхностей этой группы. Она положена в основу некоторых архитектурных композиций.

Торсовые поверхности являются линейчатыми развертывающимися поверхностями, то есть они могут быть развернуты на плоскость всеми своими точками без разрывов и складок (рис. 10). Для того чтобы поверхность была развертывающейся, необходимым и достаточным условием является гауссова кривизна, всюду равная нулю ( $K = 0$ ). Невырожденные торсовые поверхности образуются касательными к своему ребру возврата. Поверхность касательных называют касательным торсом. Любую пространственную кривую можно принять за ребро возврата.



**Рис. 10.** Скульптурная композиция из торсовых оболочек, полученных параболическим изгибанием тонких металлических листов, Ирландия, Дублин  
[Figure 10. Sculptural composition from developable shells made by parabolic bending of thin metal sheets, Ireland, Dublin]

Поверхность Каталана — линейчатая поверхность, прямолинейные образующие которой параллельны одной и той же плоскости параллелизма.

Коноид — поверхность Каталана, все прямолинейные образующие которой пересекают фиксированную прямую — ось коноида [7]. Таким образом, коноид — это линейчатая поверхность (рис. 11), образованная движением прямой, остающейся параллельной фиксированной плоскости и пересекающей неподвижную прямую (ось коноида) и неподвижную направляющую кривую. В некоторых публикациях коноиды называют клиновидными поверхностями. Вопросы применения коноидов в строительной отрасли и архитектуре наиболее подробно рассмотрены в статье [21].



**Рис. 11.** Коноидальное покрытие железнодорожной станции “Oxford Road Station”, Манчестер, Англия, 1960

[Figure 11. Conoidal roofing of the railway station “Oxford Road Station”, England, Manchester, 1960]

Простейшим коноидом является гиперболический параболоид, образуемый прямой, движущейся по двум скрещивающимся прямым, оставаясь параллельной неподвижной плоскости.

Односторонние и двусторонние поверхности — два типа поверхностей, различающихся по способу их расположения в пространстве. Д. Гильберт считает, что всякая односторонняя замкнутая поверхность должна пересекать саму себя. Простейшей односторонней поверхностью является лист Мёбиуса.

Лента, закрученная один раз, называется лентой Мёбиуса, или листом Мёбиуса [22]. В отличие от своей модели лист Мёбиуса не имеет толщины. Много раз дизайнеры пытались воплотить модель листа Мёбиуса в натуральных объектах (рис. 12).



**Рис. 12.** Модель ленты Мебиуса  
[Figure 12. A model of a Möbius band]

Спиральная поверхность с произвольной жесткой образующей кривой в плоскостях пучка образовывается при винтовом движении этой линии с точкой, перемещающейся по конической спирали. Спиральная поверхность с прямыми образующими в плоскостях пучка формируется при винтовом движении прямой линии, пересекающей ось вращения под постоянным углом и другим концом движущейся по конической спирали (рис. 13). Все точки прямых образующих будут описывать конические спирали, которые являются линиями откоса.



**Рис. 13.** Спиральная крыша  
[Figure 13. A spiral roofing]

Спиралевидные поверхности внешне похожи на спиральные поверхности, но их нельзя отнести к одному классу, так как спиральные поверхности имеют в качестве направляющей кривой только спираль на круговом конусе, а образующая кривая в процессе движения вдоль конической винтовой направляющей кривой не изменяет свою форму. За направляющую кривую спиралевидной поверхности можно взять любую спираль на любой поверхности.

Сферическая поверхность (шаровая поверхность, сфера) образовывается вращением окружности постоянного радиуса вокруг своей оси. Сфера считается одной из самых простейших и наиболее используемых поверхностей, широко применяемых и сейчас (рис. 14). Это уникальная поверхность, которую одновременно можно причислить к классу поверхностей вращения, циклическим поверхностям, поверхностям постоянной гауссовой или средней кривизны [23].

Определение циклической поверхности, данное в [24]: «Циклическая поверхность — кривая поверхность, образованная движением окружности постоянного или переменного диаметра, центр которой перемещается по какой-либо направляющей линии, а плоскость окружности остается перпендикулярной этой линии» — некорректно. Это определение нормальной циклической поверхности

[25]. Правильное определение циклической поверхности: «Циклическая поверхность образуется движением окружности переменного или постоянного радиуса по произвольному закону в пространстве» [3; 5]. Иногда циклические поверхности берутся за основу при моделировании поверхностей других классов [26]. Циклические поверхности из определенных групп широко используются в архитектуре, строительстве и машиностроении [27].



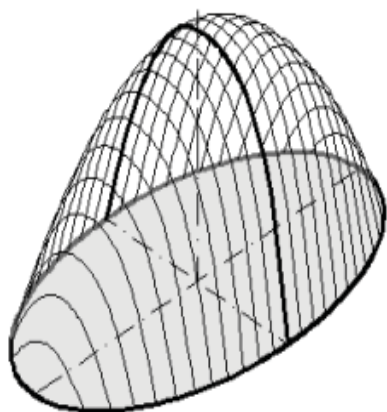
**Рис. 14.** Разорванная сфера, Ирландия, Дублин  
**[Figure 14.** The broken sphere, Ireland, Dublin]

Многие геометры считают каналовыми поверхностями нормальные циклические поверхности, у которых образующие окружности ортогональны линии центров. В классической книге В.И. Шуликовского [28] приводится несколько иное определение: «Каналовой называется поверхность, одно семейство линий кривизны которой состоит из окружностей. Каналовая поверхность является огибающей однопараметрического семейства сфер». По-видимому, определение В.И. Шуликовского необходимо признать основополагающим, следовательно, к каналовым поверхностям могут быть причислены только каналовые поверхности Иоахимстала в линиях кривизн, циклиды Дюпена и трубчатые поверхности.

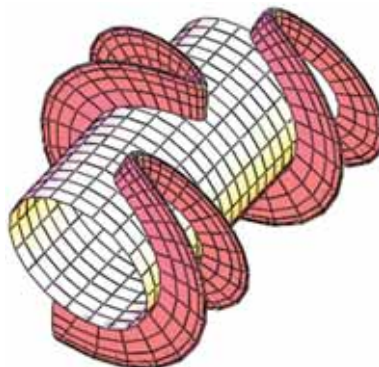
Циклидой Дюпена, или просто циклидой, называют поверхность, оба семейства линий кривизны которой состоят из окружностей, причем радиус одного семейства окружностей зависит только от одного параметра, а радиус второго семейства окружностей — только от другого переменного параметра.

В зависимости от вида перемещений производящей кривой кинематические поверхности общего вида подразделяются на: 1) поверхности переноса; 2) ротативные поверхности; 3) спироидальные поверхности (рис. 3).

Поверхность переноса может быть задана образующей линией в начальном положении и некоторой направляющей кривой, определяющей направление переноса. Направляющая и образующие кривые поверхности прямого переноса (плоскопараллельного) лежат во взаимно перпендикулярных плоскостях. Поверхности диагонального переноса образуются параллельным переносом плоской кривой так, что две ее симметричные точки непрерывно касаются плоского контура (рис. 15).

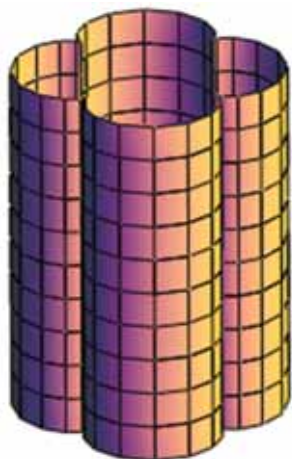


**Рис. 15.** Поверхность диагонального переноса параболической образующей на эллиптическом контуре  
[Figure 15. A surface of diagonal translation of the parabolic generator along the elliptical contour]



**Рис. 16.** Поверхность конгруэнтных сечений с образующей параболой [9]  
[Figure 16. A surface of congruent sections with parabolic generators]

Поверхностью конгруэнтных сечений называется поверхность, несущая на себе непрерывное однопараметрическое семейство плоских линий (рис. 16). Получается такая поверхность в результате перемещения какой-либо плоской линии (образующей). Выделение этих поверхностей в отдельный класс упростило изложение методов их построения средствами начертательной геометрии. Простейшими видами поверхностей конгруэнтных сечений являются поверхности плоскопараллельного переноса относительно плоскости проекций. Поверхности вращения также могут быть причислены к классу поверхностей конгруэнтных сечений. Резные поверхности Монжа подходят под определение поверхностей конгруэнтных сечений. Все циклические поверхности с образующей окружностью постоянного радиуса можно включать в класс поверхностей конгруэнтных сечений. Ротативные поверхности входят в одну из групп поверхностей конгруэнтных сечений. Винтовые поверхности образуются винтовым движением какой-либо линии, следовательно, они могут быть включены в класс поверхностей конгруэнтных сечений на круговом цилиндре.



**Рис. 17.** Эпициклоидный цилиндр  
[Figure 17. Epicycloidal cylinder]

Ротативная поверхность образуется произвольной пространственной кривой  $L$  при качении без скольжения подвижного тора, с которым жестко связана производящая кривая  $L$ , по неподвижному тору. В этом случае говорят, что производящая кривая  $L$  совершает ротативное движение. Торсовые поверхности, способствующие движению производящей кривой линии, называются подвижным и неподвижным аксоидами. Конус и цилиндр, цилиндр и торс не могут составить пар аксоидов для ротативного движения. Рассмотрим

для примера эпициклоидный цилиндр, формируемый прямой образующей подвижного аксоида — цилиндра с радиусом  $r$ , катящегося без скольжения по внешней поверхности неподвижного аксоида — цилиндра с радиусом  $R=4r$  (рис. 17).

Спироидальные поверхности создаются образующей кривой  $L$ , которая совершает винтовое перемещение с непрерывно изменяющимся положением и направлением винтовой оси, а также параметром винтового движения, т.е. спироидальная поверхность формируется при качении торса по торсу со скольжением вдоль соприкасающихся образующих прямых аксоидов [29].

### Заключение

Краткая информация о состоянии дел в области создания новых форм для сооружений и конструкций строительного и машиностроительного назначения показывает, что это научное направление в России сохранило свои позиции, хотя и держится на небольшом количестве энтузиастов [30]. Будет обидно, если оно после 15-летнего подъема снова начнет терять своих приверженцев. Особое внимание следует обратить на развитие интереса к использованию пространственных тонкостенных конструкций у молодежи.

Все более популярными среди архитекторов становятся бионические архитектурные формы, которые не описываются аналитическими формулами [31]. Знание принципов формирования и задания поверхностей поможет архитектору создать новое в архитектурной бионике [32]. Существуют сооружения, составленные из фрагментов оболочек, очерченных по поверхностям различных классов (рис. 18). В руках известных архитекторов они становятся шедеврами. Однако, используя принципы параметрической архитектуры, т.е. задавая поверхности аналитическими формулами, можно расширить применение компьютерного моделирования [33].



**Рис. 18.** Океанографический парк, Испания, Валенсия (архитектор — Ф. Кандела)  
**[Figure 18.** The Oceanographic Park, Spain, Valencia (architect — F. Candela)]

В машиностроительной индустрии получение и обработка деталей, очерченных по сложным поверхностям, представляет собой трудную самостоятельную задачу. Определенную помощь инженерам в решении ряда проблем в формообразовании изделий может оказать книга Стефана Радзевича [34].

В заключение приведем еще несколько работ [37—40], где рассматриваются вопросы классификации определенных поверхностей, нашедших применение на практике.

### Список литературы

- [1] Подгорный А.Л., Гринько Е.А., Соловей Н.А. Исследование новых форм поверхностей применительно к конструкциям различного назначения // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2013. № 2. С. 140—146.
- [2] Булыгин А.В. Об одном классе оболочек знакопеременной гауссовой кривизны // Механика твердого тела. 1977. № 5. С. 97—104.
- [3] Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Encyclopedia of Analytical Surfaces. Switzerland: Springer International Publishing, 2015. 752 p.
- [4] Кривошапко С.Н. Классификация линейчатых поверхностей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2006. № 1. С. 10—20.
- [5] Кривошапко С.Н., Иванов В.Н. Классификация циклических поверхностей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2006. № 2. С. 25—34.
- [6] Мамиева И.А. О классификации аналитических поверхностей // Международная научно-практическая конференция «Инженерные системы — 2011»: тез. докл. М.: РУДН, 2011. С. 63—65.
- [7] Белякова М.С. Повышение эффективности процессов конструкторско-технологического проектирования на основе разработки информационной системы моделирования поверхностей: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М.: МГТУ «Станкин», 2007.
- [8] Krivoshapko S.N., Bock Hyeng Ch.A. Classification of cyclic surfaces and geometrical research of canal surfaces // International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences. 2012. Vol. 12. Iss. 3. Pp. 360—374.
- [9] Кривошапко С.Н., Шамбина С.Л. Поверхности конгруэнтных сечений маятникового типа на круговом цилиндре // Геометрическое моделирование и компьютерные технологии: теория, практика, образование: материалы VI Международной научно-практической конференции, Украина, Харьков, 21—24 апреля 2009 г. Харьков: ХГУПТ, 2009. С. 34—39.
- [10] Кривошапко С.Н., Шамбина С.Л. Поверхности велароидального типа на кольцевом плане с двумя семействами синусоид // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: XI Міжн. науково-практ. конф. «Сучасні проблеми геометричного моделювання СПГМ-11», 9—12 червня 2009 р., Мелітополь, Україна. С. 29—33.
- [11] Nassar H. Abdel-All, Hussien R.A., Taha Youssef. Hasimoto surfaces // Life Science Journal. 2012. 9(3). Pp. 556—560.
- [12] Sachs Hans. Einige Kennzeichnungen der Edlinger — Flächen // Monatsh. Math. 1973. Vol. 77. No. 3. Pp. 241—250.
- [13] Lalan V. Les formes minima des surfaces d'Ossian Bonnet // Bull. Soc. Math. France. 1949. Vol. 77. Pp. 102—127.
- [14] Degen W. Die zweifachen Blutelschen Kegelschnittflächen // Manuscr. math. 1986. Vol. 55. No. 1. Pp. 9—38.
- [15] López R. Special Weingarten surfaces foliated by circles, Monatsh Math. 2008. Vol. 154. Pp. 289—302.
- [16] Гринько Е.А. Обзорные работы по геометрии, прочности, устойчивости, динамике и применению оболочек со срединными поверхностями различных классов // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2012. № 2. С. 15—21.
- [17] Кривошапко С.Н. Расчет и проектирование винтообразных конструкций, применяемых в строительстве и строительных машинах: обзорная информация. М.: РОССТРОЙ России; ВНИИТПИ, 2006. Вып. 1—2. 68 с. (Серия «Строительные конструкции и материалы»).
- [18] Лебедев В.А. Тонкостенные зонтичные оболочки. Л.: Госстройиздат, 1958. 172 с.

- [19] *Кривошапко С.Н.* Геометрические исследования поверхностей зонтичного типа // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2005. № 1. С. 11—17.
- [20] *Мифтахутдинов И.Х.* Наглядная геометрия оболочек минимальной поверхности. Казань: ЗАО «Новое знание», 2009. 40 с.
- [21] *Кривошапко С.Н.* Применение коноида и цилиндроида при формообразовании зданий и сооружений оболочечного типа // Строительство и реконструкция. 2017. № 5 (73). С. 34—44.
- [22] *Starostin E.L., Van Der Heijden G.H.M.* The shape of a Möbius strip // *Nat. Mater.* 2007. 6. Pp. 563—567.
- [23] *Nitsche J.C.C.* Cyclic surfaces of constant mean curvature // *Nachr. Akad. Wiss. Gottingen Math. Phys.* 1989. II. 1. Pp. 1—5.
- [24] Иллюстрированный толковый словарь русской научной и технической лексики / под ред. В.И. Максимова. М.: Русский язык, 1994. С. 379.
- [25] *Иванов В.Н., Шмелева А.А.* Геометрия и формообразование тонкостенных пространственных конструкций на основе нормальных циклических поверхностей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 6. С. 3—8.
- [26] *Иванов В.Н.* Геометрия и формообразование многогранных коробчатых криволинейных поверхностей на базовой циклической поверхности // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 2. С. 3—10.
- [27] *Vock Hyeng Ch.A., Yamb E.B.* Application of cyclic shells in architecture, machine design, and bionics // *Int. J. of Modern Engineering Research.* 2012. Vol. 2. Iss. 3. Pp. 799—806.
- [28] *Шуликовский В.И.* Классическая дифференциальная геометрия. М.: Физматгиз, 1963. С. 379.
- [29] *Мартиросов А.Л.* Ротативные преобразования пространства. Ростов-на-Дону, 2006. 248 с.
- [30] *Мамиева И.А., Разин А.Д.* Параметрическая архитектура в Москве // *Архитектура и строительство России.* 2014. № 6. С. 24—29.
- [31] *Вирченко Г.А., Шамбина С.Л.* Компьютерное вариантное моделирование поверхностей бионических архитектурных форм // *Вестник РУДН. Серия: Инженерные исследования.* 2016. № 3. С. 79—83.
- [32] *Салех М.С.* Применение современных методов автоматизированного проектирования для формообразования и расчета сооружений прогрессивной архитектуры // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений.* 2016. № 6. С. 8—13.
- [33] *Иванов В.Н., Романова В.А.* Конструкционные формы пространственных конструкций (визуализация поверхностей в системах MathCad, AutoCad). М.: АСВ, 2016. 412 с.
- [34] *Radzevich S.P.* Generation of surfaces: kinematic geometry of surface machining, 1st Edition. CRC Press, 2017. 738 p.
- [35] *Иванов В.Н., Валенсия Родригес Э.Г.* Тонкостенные пространственные конструкции на основе поверхностей Иохимсталя // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений.* 2016. № 2. С. 15—21.
- [36] *Чешкова М.А.* Тор Клиффорда и бутылка Клейна // *Известия Алтайского государственного университета.* 2017. № 1 (93). С. 144—147.
- [37] *Золотухин В.Ф.* Классификация поверхностей // *Волгоград. политехн. ин-т, Волгоград,* 1979. 11 с. Рукопись деп. в ВИНТИ 17 марта 1980 г., № 1007-89 Деп.
- [38] *Murre J.P.* Classification of algebraic varieties // *Nieuw. Arch. Wisk.* 1977. 25. № 3. P. 308—338.
- [39] *Баздерова Т.А.* Вопросы классификации линейчатых поверхностей и построение их разверток // *Кузбас. политехн. ин-т, Кемерово,* 1985. 53 с. Рукопись деп. в ВИНТИ 19 июня 1985 г., № 4375-85 Деп.
- [40] *Дружинский И.А.* Сложные поверхности: Математическое описание и технологическое описание: справочник. Л.: Машиностроение, 1985. 263 с.

© Гринько Е.А., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License



**История статьи:**

Дата поступления в редакцию: 09 сентября 2018

Дата поступления доработанного текста: 22 октября 2018

Дата принятия к печати: 10 ноября 2018

**Для цитирования:**

Гринько Е.А. Классификация аналитических поверхностей применительно к параметрической архитектуре и машиностроению // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2018. Т. 19. № 4. С. 438—456. DOI 10.22363/2312-8143-2018-19-4-438-456

**Сведения об авторе:**

Гринько Елена Алексеевна — заведующая лабораторией, ассистент департамента строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Область научных интересов:* исследование и систематизация аналитических поверхностей применительно к конструкциям строительного и машиностроительного назначения. *Контактная информация:* e-mail: grinko\_ea@rudn.university

**Scientific article**

## **Classification of analytical surfaces as applied to parametrical architecture and machine building**

**Elena A. Grinko**

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)  
6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation

**Abstract.** At present time, the architects began to show interest in the creation of space large-span shapes due to advent of new materials and building construction technologies. Increased ergonomic requirements for structures and erections are now a great significance. This approach can be seen in many projects, both implemented in material and still being at the stage of drafts and blueprints. Now in economically safe countries, there has already been a splash in the creation of new unique structures, including spatial ones with complex surfaces. It is necessary to prepare for such prospect also in our country. Currently, a large number of surface classifications is offered, but they do not cover the all variety of known surfaces. This article introduces a classification of both new and widely known surface shapes as applied to the structures of building and industrial purposes. A detailed classification of analytic surfaces of 38 classes is constituted. An extensive bibliography containing 40 references is presented for convenient search of studies in the field of geometry and strength analysis of thin shells with the non-canonical middle surfaces.

**Keywords:** analytic surface, classification of analytic surfaces, parametrical architecture, space large-span thin-walled structure, forming of thin-walled machine-building details

## References

- [1] Podgorniy A.L., Grinko E.A., Solovey N.A. Research of new forms of surfaces as applied to structures of divorce purposes. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 2013, No. 1, 140—145 (In Russ.)
- [2] Bulygin A.V. On one class of shells of reversed gauss curvature. *Mekhanika tverdogo tela [Mechanics of Solid Body]*, 1977, No. 5, 97—104. (In Russ.)
- [3] Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Encyclopedia of Analytical Surfaces. Springer International Publishing, Switzerland, 2015, 752.
- [4] Krivoshapko S.N. Classification of ruled surfaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2006, No. 1, 10—20. (In Russ.)
- [5] Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Classification of cyclic surfaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2006, No. 2, 25—34. (In Russ.)
- [6] Mamieva I.A. On classification of analytical surfaces. In: *International Scientific-and-Practical Conference “Engineering Systems — 2011”*. Moscow: RUDN Publ., 2011, 63—65. (In Russ.)
- [7] Belyakova M.S. *The Increasing Effectiveness of Process of Structural-and-Technological designing on the base of development of informational system of surface modeling*. PhD Diss. Moscow: MG TU Stankin Publ., 2007.
- [8] Krivoshapko S.N., Bock Hyeng Ch.A. Classification of cyclic surfaces and geometrical research of canal surfaces. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*, 2012, Vol. 12, Iss. 3, 360—374.
- [9] Krivoshapko S.N., Shambina S.L. Surfaces of congruent sections of the pendulum type on a circular cylinder. *Geometricheskoe modelirovanie i komp'yuternie tehnologii: teoriya, praktika, obrazovanie. Proc. VI Int. Scientific-and-Pract. Conf., Ukraine, Kharkov, April 21—24, 2009*. Kharkov: KhGUPT, 2009, 34—39. (In Russ.)
- [10] Krivoshapko S.N., Shambina S.L. Surfaces of velaroidal type on ring plan with two families of sinusoids. *Prazi Tavriyskogo Derzhavnogo Agrotekhnol. Univer.: XI Int. Scient.-and-Pract. Conf. “Suchasni problemy heometrychnoho modeliuвання SPHM-11”, 9—12 June 2009, Melitopol, Ukraine*. 2009. 29—33. (In Russ.)
- [11] Nassar H., Abdel-All R.A. Hussien and Taha Youssef. Hasimoto surfaces. *Life Science Journal*, 2012, 9(3), 556—560.
- [12] Sachs H. Einige Kennzeichnungen der Edlinger — Flächen. *Monatsh. Math.*, 1973, 77(3), 241—250.
- [13] Lalan V. Les formes minima des surfaces d'Ossian Bonnet. *Bull. Soc. Math.*, 1949, 77, 102—127.
- [14] Degen W. Die zweifachen Blutelschen Kegelschnittflächen. *Manuscr. math.*, 1986, 55(1), 9—38.
- [15] López R. Special Weingarten surfaces foliated by circles. *Monatsh Math.*, 2008, 154, 289—302.
- [16] Grinko E.A. Survey works on geometry, durability, stability, dynamics, and application of environments with median surfaces of various classes. *Montazhn. i spets. raboty v stroitelstve*, 2012, No. 2, 15—21 (in Russ.)
- [17] Krivoshapko S.N. Analysis and design of helical structures used in building and building machines: review. Moscow: Rosstroy Rossii, VNIINTPI Publ., 2006, Vol. 1—2, *Series Building Structures and Materials*, 68. (In Russ.)
- [18] Lebedev V.A. *Thin-Walled Umbrella Shells*. Leningrad: Gosstoyizdat Publ., 1958, 172. (In Russ.)
- [19] Krivoshapko S.N. Geometrical investigations of umbrella-type surfaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2005, No. 1, 11—17 (In Russ.)
- [20] Miftakhutdinov I.H. *Visual Geometry of Shells with Minimal Middle Surface*. Kazan: Novoe Znanie Publ., 2009, 40. (In Russ.)
- [21] Krivoshapko S.N. The application of conoid and cylindroid in forming of buildings and structures of shell type. *Building and Reconstruction*, 2017, No. 5(73), 34—44. (In Russ.)
- [22] Starostin E.L., Van Der Heijden G.H.M. The shape of a Möbius strip. *Nat. Mater.*, 2007, 6, 563—567.
- [23] Nitsche J.C.C. Cyclic surfaces of constant mean curvature. *Nachr. Akad. Wiss. Gottingen Math. Phys.*, 1989, II, 1, 1—5.

- [24] Maximov V.I. (ed.). The Illustrated Concise Dictionary of Russian Scientific and Technical Terms. Moscow: Russky Yazyk Publ., 1994, 379. (In Russ.)
- [25] Ivanov V.N., Shmeleva A.A. Geometry and formation of the thin-walled space shell structures on the base of normal cyclic surfaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2016, No. 6, 3—8. (In Russ.)
- [26] Ivanov V.N. Geometry and forming of the polyhedral box type surfaces on base cyclic surface. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2012, No. 2, 3—10. (In Russ.)
- [27] Bock Hyeng Ch.A., Yamb E.B. Application of cyclic shells in architecture, machine design, and bionics. *Int. J. of Modern Engineering Research*, 2012, 2(3), 799—806.
- [28] Shulikovskiy V.I. Classical Differential Geometry. Moscow: Fizmatgiz Publ., 1963, 379. (In Russ.)
- [29] Martirosov A.L. *Rotative Transformation of Space*. Rostov-na-Donu, 2006, 248. (In Russ.)
- [30] Mamieva I.A., Razin A.D. Parametrical architecture in Moscow. *Arkhitektura i stroitelstvo Rossii*, 2014, No. 6, 24—29. (In Russ.)
- [31] Virchenko G.A., Shambina S.L. Computer variant surface modeling of bionic architectural forms. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 2016, No. 3, 79—83. (In Russ.)
- [32] Saleh M.S. Application of modern techniques aided design for forming and calculation of erections of progressive architecture. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2016, No. 6, 8—13. (In Russ.)
- [33] Ivanov V.N., Romanova V.A. *Constructive Forms of Spatial Structures (Visualization of Surfaces in MathCad, AutoCad)*. Moscow: ASV Publ., 2016, 412. (In Russ.)
- [34] Radzevich S.P. *Generation of Surfaces: Kinematic Geometry of Surface Machining*. 1st Edition. CRC Press, 2017, 738.
- [35] Ivanov V.N., Valensya Rodrigues E.G. Thin-walled shell structures on the base of Joachimsthal canal surfaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2016, No. 2, 15—21. (In Russ.)
- [36] Cheshkova M.A. Clifford's torus and Klein's bottle. *Izvestiya Altayskogo Gosudarstvennogo Univ.*, 2017, No. 1(93), 144—147. (In Russ.)
- [37] Zolotukhin V.F. Classification of surfaces. Volgograd. Politekh. In-t, 1979, 11 p., Ruk. dep. v VINITI March 17, 1980, № 1007-89 Dep.
- [38] Murre J.P. Classification of algebraic varieties. *Nieuw. Arch. Wisk.*, 1977, 25(3), 308—338.
- [39] Bazderova T.A. Problems of classification of ruled surfaces and design of their developments. Kuzbas. Politekh. In-t, Kemerovo, 1985, 53 p., Ruk. dep. v VINITI June 19, 1985, № 4375-85 Dep.
- [40] Druzhinskiy I.A. Slozhnie Poverkhnosti [Complex Surfaces: Mathematical Description and Technological Description]. Leningrad: 1985, 263 p.

#### Article history:

Received: September 09, 2018

Revised: October 22, 2018

Accepted: November 10, 2018

#### For citation:

Grinko E.A. (2018). Classification of analytical surfaces as applied to parametrical architecture and machine building. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 19(4), 438—456. DOI 10.22363/2312-8143-2018-19-4-438-456 (In Russ.)

#### Bio Note:

*Elena A. Grinko* — Head of Laborite, Assistant, Department of Civil Engineering, Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Research interests*: research and systematization of analytical surfaces as applied to the structures of building and industrial purposes. *Contact information*: e-mail: grinko\_ea@rudn.university