

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ КУНСА

В.А. Романова, Г.Н. Оськина

Кафедра прочности материалов и конструкций
Кафедра начертательной геометрии и черчения
Инженерный факультет
Российский университет дружбы народов
ул. Орджоникидзе, 3, Москва, Россия, 115419

Образование поверхностей по методу Кунса находит широкое применение при создании новых форм в архитектуре, кораблестроении, машиностроении. Рассматривается возможность визуализации процесса образования поверхностей Кунса путем создания минифильма, который можно демонстрировать студентам во время лекции.

Ключевые слова: поверхность, Кунс, визуализация, образование, минифильм, демонстрировать, лекция.

Поверхность Кунса задается четырьмя пересекающимися контурными линиями общего вида l_1, l_2, l_3, l_4 и точками их пересечения T_0, T_1, T_2, T_3 (рис. 1). Образуется поверхность Кунса как сумма двух линейчатых поверхностей, которые строятся движением прямой линии по двум контурным противоположащим линиям, за вычетом косо́й поверхности, которая строится на базе точек пересечения контурных линий. Уравнения для вычисления координат точек известны [2. С. 403].

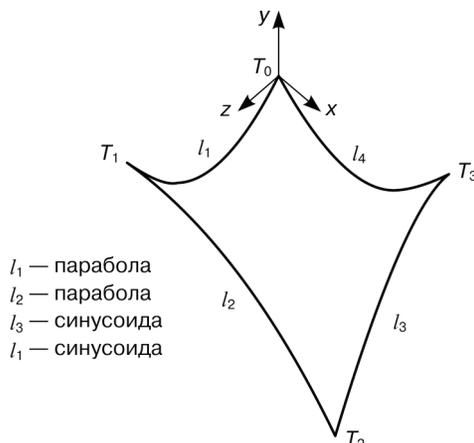


Рис. 1

Для построения такой поверхности по заданным четырем пересекающимся линиям имеется команда Edgesurf в программе AutoCAD [1. С. 387—388]. Вычерчивание поверхности по этой команде происходит мгновенно, и процесс ее образования не ясен. Использование новых компьютерных технологий, в частности программы AutoCAD совместно с программами на языке AutoLISP создает возможность создания фильмов, необходимых в учебном процессе.

Программа по визуализации процесса образования поверхности Кунса включает три модуля: построение четырех пересекающихся контурных линий поверх-

ности, заданных функционально, построение двух линейчатых и кривой поверхностей, образование на их базе поверхности Кунса. Контурные линии представлены на рис. 1.

Построение контурных линий поверхности Кунса. Программа AutoCAD позволяет легко переносить систему координат. Это дает возможность не усложнять запись уравнений кривых.

Контурная линия l_1 — парабола, которая расположена в плоскости yoz . Для ее построения задается величина y_{\max} . Область определения функции: $0 \leq z \leq z_{T_1}$.

Ее точки вычисляются по уравнению

$$y = \frac{(z - z_{T_1}/2)^2}{2p_1}, \quad (1)$$

где p_1 — полюсное расстояние, определяемое из уравнения (1) при $z = 0$.

Чтобы контурная линия l_2 была расположена в плоскости xou , переносим систему координат в точку T_1 и направляем ось x по линии T_1T_2 . Линия l_2 — парабола, область определения которой $x_{T_1} \leq x \leq x_{T_2}$, следовательно, ее точки вычисляются по уравнению

$$x^2 = -2p_2y. \quad (2)$$

Полюсное расстояние p_2 определяется из условия $x = x_{T_2}$, $y = y_{T_2}$.

Чтобы контурная линия l_3 была расположена в плоскости yoz , переносим систему координат в точку T_3 и направляем ось z по линии T_3T_2 . Линия l_3 — синусоида, область определения которой $90^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$. Точки линии l_3 вычисляются по уравнению

$$y = k_3 \cdot (1 - \sin \varphi). \quad (3)$$

Коэффициент k_3 задается.

Чтобы контурная линия l_4 была расположена в плоскости xou , переносим систему координат в точке T_0 . Линия l_4 — синусоида, область определения которой $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$, следовательно, точки линии l_4 вычисляются по уравнению

$$y = k_4 \cdot \sin \varphi. \quad (4)$$

Коэффициент k_4 задается.

Для вычисления координат точек контурных линий l_1 , l_2 , l_3 и l_4 разработаны пользовательские функции соответственно (fun1), (fun2), (fun3) и (fun4).

Построение линейчатых поверхностей. Поскольку для построения поверхности Кунса необходимо выполнить сложение линейчатых поверхностей, при их построении следует не только вычерчивать прямые — образующие, но и вычислять координаты точек, принадлежащих этим прямым. В этом случае будут получены массивы точек, которые можно складывать.

Для построения первой линейчатой поверхности выбираем в качестве направляющих линии l_1 , l_3 и выполняем движение отрезка прямой T_0T_3 по этим направляющим с определенным шагом, одновременно изменяя длину отрезка. Для про-

ведения образующих прямых организуется двойной цикл. Вычисления координат точек образующих выполняются во внутреннем цикле с параметром j , $0 \leq j \leq m_1$, где m_1 — число точек на образующей. Вычерчивание образующих выполняется во внешнем цикле с параметром i , $0 \leq i \leq m_2$, где m_2 — число образующих. Для вычисления координат точек K_1 на образующих прямых используются пользовательская функция (ptk pt1 pt3), содержащая следующие выражения, записанные на языке AutoLISP:

$$\begin{aligned} &(\text{setq } x (+ (* (- 1 v) (\text{car } pt1)) (* (\text{car } pt3) v))) \\ &(\text{setq } y (+ (* (- 1 v) (\text{cadr } pt1)) (* (\text{cadr } pt3) v))) \\ &(\text{setq } z (+ (* (- 1 v) (\text{caddr } pt1)) (* (\text{caddr } pt3) v))) \\ &(\text{setq } K1 (\text{list } x y z)), \end{aligned} \quad (5)$$

где v и u — параметры, которые вводятся для деления проекций кривых на равные отрезки, $0, 0 \leq v \leq 1, 0, 0, 0 \leq u \leq 1, 0$, $pt3$ — точки линии l_3 , $pt1$ — точки линии l_1 , $K1(x, y, z)$ — точки на образующих n_i .

Между крайними точками во внешнем цикле проводятся отрезки n_i — образующие линейчатой поверхности (рис. 2). Для использования координат точек $K1(x, y, z)$ при построении поверхности Кунса выполняется их сохранение путем создания списков $Sp_0, Sp_1, Sp_3, \dots, Sp_m$ точек, лежащих на образующих прямых n_i (точка — это список ее координат). Количество списков равно количеству образующих. Фрагмент программы по вычерчиванию образующих прямых между линиями l_1 и l_3 , а также созданию списков точек, лежащих на этих прямых, приведен ниже.

```
(setq k13 (* (cadr t2) -1) fimax2 180.0 fimin2 90.0 ymax2 50.0 z 0.0 fig fimin2)
(while (< i m2)
(while (< j m1)
(fun1);      Определение координат точек параболы  $l_1$ 
(fun3);      Определение координат точек синусоиды  $l_3$ 
(ptk pt1 pt3)
; Вычисление координат точек на образующих  $n_i$ 
(setq k1 k);  Формирование списков точек на прямых между линиями  $l_1$  и  $l_3$ .
(if (= v 0)(setq sp0 (list (list x y z)))
(setq sp0 (cons (list x y z) sp0)) )
(if (= v 0) (setq k01 (list x y z))
(setq k10 (list x y z)); k01 и k10 — точки на линиях  $l_1$  и  $l_3$ 
(setq v (+ v dv) j (1+j) )
(command "_pline" k01 k10 ""); вычерчивание образующих  $n_i$ 
(setq len (length sp0));
; Организация массива списков  $Sp_0, Sp_1, Sp_3 \dots Sp_m$ 
(if (= i 0) (setq sp00 sp0))
(if (= i 1) (setq sp1 sp0))
(if (= i 2) (setq sp2 sp0))
(if (= i 3) (setq sp3 sp0))
(if (= i 4) (setq sp4 sp0))
```

```
(if (= i 5) (setq sp5 sp0))
(if (= i 6) (setq sp6 sp0))
(if (= i 7) (setq sp7 sp0))
(if (= i 8) (setq sp8 sp0))
(if (= i 9) (setq sp9 sp0))
(if (= i 10) (setq sp10 sp0))
(setq u (+ u du) i (1+ i) v 0.0 j 0)
(setq z (+ (caddr t0) (* (- (caddr t3) (caddr t0)) u)))
(setq fig (+ fimin2 (* (- fimax2 fimin2) u)))
```

Выбирая в качестве направляющих линии l_2 и l_4 , получаем второй массив образующих m_i , показанный на рис. 3, и списки точек K_2 , лежащих на этих образующих. Координаты точек K_2 вычисляет пользовательская функция (ptk pt2 pt4).

Создание массива образующих для косо́й поверхности выполняется перемещением прямой T_0T_3 по направляющим прямым T_0T_1 и T_2T_3 , а также перемещением прямой T_0T_1 по направляющим прямым T_0T_3 и T_1T_2 . Координаты точек косо́й поверхности вычисляются с помощью пользовательской функции *kosaya*. На виде сверху массивы образующих трех поверхностей проецируются в сетку, на которой узлы косо́й поверхности помечены окружностями (рис. 4).

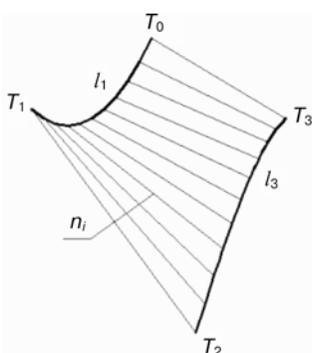


Рис. 2

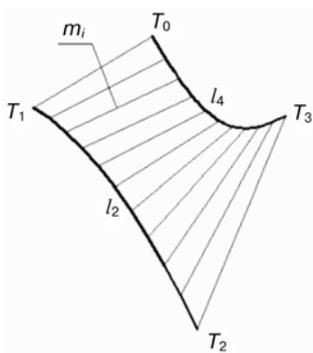


Рис. 3

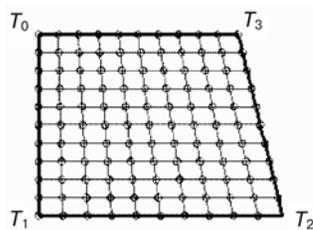


Рис. 4

Для образования линейчатых и косо́й поверхностей разработан специальный программный модуль, включающий аналогичный двойной цикл. Во внешний цикл включена функция *Loft*. Эта функция по заданным сечениям — образующим поверхности — строит поверхность, которая медленно заполняет пространство между образующими. Обе линейчатые поверхности представлены на рис. 5. Вид 3D-swiso на три поверхности показан на рис. 6, а вид на них сверху — на рис. 7.



Рис. 5



Рис. 6



Рис. 7

Образование поверхности Кунса. Построение поверхности Кунса путем сложения линейчатых поверхностей и вычитания косо́й поверхности в среде AutoCAD возможно, если на каждом шаге вычислений на каждый узел сетки проецируются три точки: по одной от каждой поверхности. Образующие первой и косо́й поверхностей проецируются одновременно на один отрезок сетки, точки второй линейчатой поверхности проецируются на отрезок сетки другого направления. Для обеспечения появления проекций точек второй поверхности в тех же узлах сетки, куда проецируются точки первой и косо́й поверхностей, используются списки точек второй поверхности $Sp_0, Sp_1, Sp_3, \dots, Sp_m$.

Определение координат точек поверхности Кунса выполняется в двойном цикле с параметрами i и j . Во внутреннем цикле с параметром j для каждого узла сетки определяются координаты точек трех поверхностей, а координаты поверхности Кунса вычисляются, при этом точки поверхности Кунса соединяются сплайновой кривой, являющейся образующей поверхности Кунса. Координаты точек второй поверхности считываются по одной из каждого списка $Sp_0, Sp_1, Sp_3, \dots, Sp_m$.

Образующие поверхности Кунса отличаются друг от друга по форме.

Таким образом, во внутреннем цикле формируются линии переменной формы — образующие поверхности Кунса (рис. 8, 9, 10).

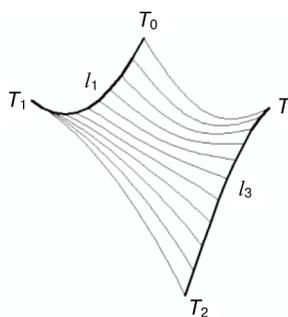


Рис. 8

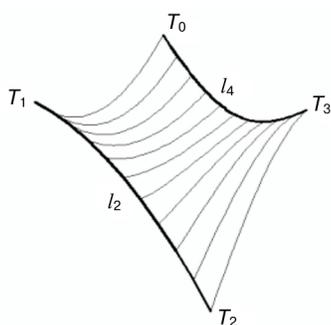


Рис. 9

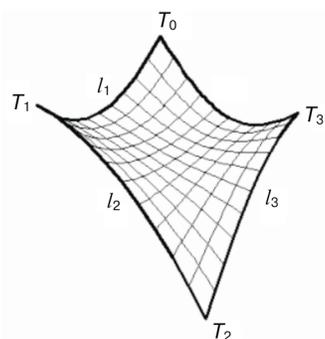


Рис. 10

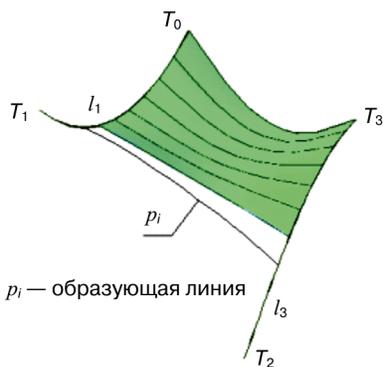


Рис. 11

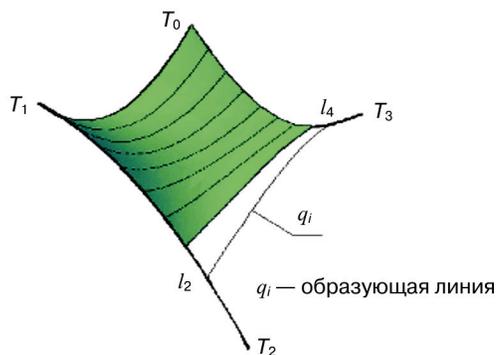


Рис. 12

Во внешнем цикле выполняется построение поверхности Кунса посредством функции Loft. Используется выражение (command "_loft" e1 e2 "" ""), где e1, e2 —

идентификаторы образующих Кунса, при этом поверхность заполняет пространство между образующими e_1 и e_2 , движущимся по двум противоположащим контурным линиям (см. рис. 11, 12).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Альф Яреуд*. AutoCAD 2008. Основы проектирования в 2D и 3D.— М.: NT Press, 2008.
- [2] *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Энциклопедия аналитических поверхностей. — М., 2010.

VISUALIZATION OF FORMATION KUNS'S SURFACE

V.A. Romanova, G.N. Oskina

Department of Strength of Materials and Designs

Department of Descriptive Geometry

Engineering Faculty

People's Friendship University of Russia

Ordzhonikidze str., 3, Moscow, Russia, 115419

Formation of surfaces on the method of Kuns finds a wideuse at creation of new forms in architecture, shipbuilding, motor industry. Possibility of visualization of process of formation Kuns surfaces is examined by creation of mini-film, which can be demonstrated to the students during a lecture.

Key words: surface, Kuns, visualization, formation, mini-film, to demonstrate, lecture.