

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

УДК 69.04

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ КОЛОННЫ КРЫТОГО КОНЬКОБЕЖНОГО ЦЕНТРА В КРЫЛАТСКОМ И ВЫБОР ЧИСЛА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ЕЕ РАСЧЕТА

А.Ф. Шакиров

Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

Рассмотрены вопросы, связанные с разработкой математической модели монолитной железобетонной свободно опертой колонны крытого конькобежного центра в Крылатском и вычислением ее динамических параметров. Выполнены вычисление частот ее собственных продольных и поперечных колебаний для двух видов загрузений и выбор числа конечных элементов для ее расчета.

Ключевые слова: математическая модель, свободно опертая колонна, поперечные колебания.

В последнее время большое распространение и развитие получили методы диагностики конструкций на основе анализа изменения динамических параметров конструкций или частей объекта как неразрушающие методы, наиболее поддающиеся процессу автоматизации сбора и анализа информации [1; 2].

Методы диагностики конструкций на основе анализа изменения динамических параметров конструкций нашли широкое применение при разработке стационарных автоматизированных станциях мониторинга, в том числе на крытом конькобежном центре в Крылатском (ККЦ).

В качестве основного несущего элемента покрытия ККЦ применены радиальные деревометаллические фермы, образующие двухпролетную неразрезную систему с опиранием внутренних ферм на монолитную железобетонную опору, внешних — на монолитные железобетонные колонны по скользящим опорам.

Для контроля деревометаллических ферм покрытия и несущих железобетонных колонн использовался разработанный ГУП МНИИТЭП новый способ определения технического состояния строительных конструкций и (или) их частей и их

элементов [3]. Способ определения технического состояния строительных конструкций и (или) их частей и их элементов состоит в возможности установления, для какого элемента строительной конструкции или ее части степени снижения или потери несущей способности.

Реализацию этого способа на примере монолитных железобетонных колонн условно можно поделить на два этапа. Первый этап — разработка математических моделей колонн для разных типов колонн и степеней загрузки и вычисление значений требуемых динамических параметров. Второй этап — проведение измерений с помощью установленной стационарной станции мониторинга на реальном объекте, где определяются те же динамические параметры. После определения этих параметров на реальном объекте и, сравнивая результаты измерений с аналогичными величинами, судят о степени приближения несущей способности фермы к ее предельной несущей способности [4].

Для анализа зависимости изменения динамических параметров колонн ККЦ от изменения их крена и прочности необходимо вначале разработать математические модели колонн. Рассмотрим пример свободно опертой монолитной железобетонной колонны с жестким защемлением высотой 27,4 м и круглым сечением радиусом 0,5 м, что соответствует одному из типов колонн ККЦ.

С помощью методов математического моделирования вычисляют частоты основного тона и нескольких первых обертонов собственных колебаний колонны в минимально нагруженном состоянии и в максимально нормативно нагруженном состоянии, характеризующем ее предельную несущую способность. Расчетная схема железобетонной колонны представлена в виде жестко защемленного стержня.

В качестве основного метода расчета был использован программный комплекс Лира 9.2. В основу расчета колонны положен метод конечных элементов в перемещениях. Задача рассматривалась как плоская, состоящая из стержневых элементов; расчет производился на статические и динамические воздействия, был проведен модальный анализ (определение периодов и форм собственных колебаний). Ниже приведены результаты модального анализа колонны для двух видов загрузок: с учетом только собственного веса и с дополнительной массой 100 т.

Таблица 1

Значения частот собственных (вертикальных) колебаний монолитной железобетонной свободно опертой колонны с учетом ее веса

№ формы	Частота, Гц, 40 КЭ	Частота, Гц, 20 КЭ	Частота, Гц, расчет по формулам	Разница, % 40/20	Разница, % 40/фор	Разница, % 20/фор
Основной тон	32,827	32,824	32,850	0,01	0,07	0,08
1-й обертон	98,355	98,270	98,549	0,09	0,20	0,28
2-й обертон	163,505	163,109	164,249	0,24	0,45	0,70
3-й обертон	228,026	226,944	229,948	0,48	0,84	1,32
4-й обертон	291,676	289,379	295,648	0,79	1,34	2,17
5-й обертон	354,215	350,029	361,347	1,20	1,97	3,23

Таблица 2

Значения частот собственных (вертикальных) колебаний монолитной железобетонной свободно опертой колонны с учетом ее веса и массы 100 т

№ формы	Частота, Гц, 40 КЭ	Частота, Гц, 20 КЭ	Частота, Гц, расчет по формулам	Разница, % 40/20	Разница, % 40/фор	Разница, % 20/фор
Основной тон	14,083	14,082	14,091	0,01	0,05	0,06
1-й обертон	69,018	68,954	69,077	0,09	0,08	0,18
2-й обертон	132,948	132,516	133,162	0,33	0,16	0,49
3-й обертон	197,710	196,307	198,285	0,71	0,29	1,01
4-й обертон	262,454	259,180	263,689	1,26	0,47	1,74
5-й обертон	326,910	320,576	329,212	1,98	0,70	2,69

Таблица 3

Значения частот собственных (горизонтальных) колебаний монолитной железобетонной свободно опертой колонны с учетом ее веса

№ формы	Частота, Гц, 40 КЭ	Частота, Гц, 20 КЭ	Частота, Гц, расчет по формулам	Разница, % 40/20	Разница, % 40/фор	Разница, % 20/фор
Основной тон	0,670	0,670	0,671	0,04	0,13	0,17
1-й обертон	4,192	4,185	4,204	0,15	0,30	0,45
2-й обертон	11,718	11,690	11,772	0,24	0,46	0,71
3-й обертон	22,925	22,847	23,067	0,34	0,63	0,96
4-й обертон	37,833	37,666	38,130	0,44	0,79	1,23
5-й обертон	56,418	56,112	56,955	0,55	0,96	1,50

Таблица 4

Значения частот собственных (горизонтальных) колебаний монолитной железобетонной свободно опертой колонны с учетом ее веса и массы 100 т

№ формы	Частота, Гц, 40 КЭ	Частота, Гц, 20 КЭ	Частота, Гц, расчет по формулам	Разница, % 40/20	Разница, % 40/фор	Разница, % 20/фор
Основной тон	0,228	0,228	0,228	0,01	0,06	0,08
1-й обертон	3,031	3,030	3,032	0,02	0,06	0,08
2-й обертон	9,627	9,625	9,633	0,02	0,06	0,08
3-й обертон	19,979	19,975	19,991	0,02	0,06	0,09
4-й обертон	34,095	34,085	34,116	0,03	0,06	0,12
5-й обертон	51,975	51,947	52,007	0,05	0,06	0,16

Предварительно колонна была рассмотрена в виде 20 конечных элементов (КЭ) и был осуществлен расчет. Были вычислены частоты, отдельно, продольных и поперечных колебаний до пятого обертона колебаний включительно. В целях определения точности расчета колонна также была рассчитана с разбивкой на 40 КЭ. В таблицах 1—4 приведены также сравнения значений обоих расчетов в процентах. Для сравнения, частоты были также вычислены математическим способом по формулам.

Частоты и периоды колебаний вычислялись следующим образом.

Для продольных колебаний с учетом только собственного веса. Уравнение колебаний:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Общий вид частных решений уравнения колебаний (1):

$$U_i = \cos \frac{i\pi x}{l} \left(A_i \cos \frac{i\pi a t}{l} + B_i \sin \frac{i\pi a t}{l} \right). \quad (2)$$

Для стержня, один конец которого закреплен, а другой остается незакрепленным, с учетом соответствующих конечных условий находим следующие значения частот и периодов различных форм колебаний:

$$p_i = \frac{i\pi a}{2l}; \quad \tau_i = \frac{2\pi}{p_i}, \quad i = 1, 3, 5, \dots \quad (3)$$

Общее решение для продольных колебаний получаем суммированием всех решений, что дает [6. С. 328]:

$$U_i = \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \sin \frac{i\pi a}{2l} \left(A_i \cos \frac{i\pi a t}{2l} + B_i \sin \frac{i\pi a t}{2l} \right). \quad (4)$$

Для частот продольных колебаний с учетом дополнительной массы. Выражение для i -й формы колебаний [6]:

$$U_i = X_i (A_i \cos(p_i t) + B_i \sin(p_i t)). \quad (5)$$

Для частот поперечных колебаний — с учетом только собственного веса. Уравнение колебаний:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Общее выражение для нормальной функции в следующей эквивалентной форме:

$$X = C_1(\cos kx + ch kx) + C_2(\cos kx - ch kx) + C_3(\sin kx + sh kx) + C_4(\sin kx - sh kx). \quad (7)$$

Из соответствующих конечных условий получаем частотное уравнение [6]:

$$\cos kl \operatorname{ch} kl = -1. \quad (8)$$

Для частот поперечных колебаний — с учетом дополнительной массы. Основное дифференциальное уравнение:

$$y^{IV} + \frac{1}{a} \ddot{y} = 0, \quad (9)$$

где $a = \sqrt{\frac{EJ}{m}}$,

$$\ddot{y} = -p^2 X(A \cos pt + B \sin pt) = -p^2 y, \quad (10)$$

где p — частота колебаний.

Учитывая результаты работы [5], и анализируя результаты расчета, можно сделать вывод, что разбивка колонны на 40 конечных элементов позволила реализовать расчет с достаточной точностью. Таким образом, в качестве рационального числа расчетного количества конечных элементов математической модели для расчетной схемы монолитной железобетонной свободно опертой колонны принято число 40.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Дорофеев В.М.* Вопросы безопасности эксплуатации спортивных сооружений с большепролетными конструкциями // *Строительство и недвижимость*. — 2007. — № 22.
- [2] *Гурьев В.В., Дорофеев В.М., Лысов Д.А.* Опыт проектирования автоматизированных систем мониторинга технического состояния зданий и сооружений с большепролетными конструкциями. [Электронный ресурс] / *Строительная наука*. — М., 2008. Режим доступа: <http://www.stroinauka.ru>.
- [3] *Гурьев В.В., Дорофеев В.М., Лысов Д.А.* Патент РФ № 2341623. Способ определения технического состояния строительных конструкций и/или их частей и их элементов.
- [4] *Дорофеев В.М., Лысов Д.А., Хайнер Е.П.* К вопросу о контроле состояния ферм крытого Конькобежного центра в Крылатском // *Промышленное и гражданское строительство*. — 2009. — № 1.
- [5] *Дорофеев В.М., Булыкин И.И., Назьмов Н.В.* Методика определения периода и логарифмического декремента основного тона собственных колебаний зданий и сооружений // *Промышленное и гражданское строительство*. — 2006. — № 4.
- [6] *Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У.* Колебания в инженерном деле / Под ред. Э.И. Григолюка. — М.: Машиностроение, 1985.

THE ELABORATION OF COLUMN MODEL OF SKATING FIELD HOUSE IN KRYLATSKOE AND SAMPLING OF NUMBER OF FINITE ELEMENTS FOR ITS CALCULATION

A. Shakirov

Peoples' Friendship University of Russia
Mikluho-Maklaja str., 6, Moscow, Russia, 117198

The elaboration of mathematical model of monolithic concrete free-ended column of Skating field house in Krylatskoe and calculation of its dynamic parameters. The calculations of frequencies of self-induced longitudinal and lateral vibrations for two types of loadings and sampling of number of finite elements for its calculation.

Key words: mathematical model, free-ended column, lateral vibrations.