

## **АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАСКРОЯ ДЕТАЛЕЙ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ИЗ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

**А.У. Нуримбетов**

Кафедра механики машин и механизмов  
МАТИ — Российский государственный технологический  
университет им. К.Э. Циолковского  
*ул. Оршанская, 3, Москва, Россия, 117513*

Предложена программа «РАС» автоматического разбиения физически неоднородных составных областей произвольного очертания. Она предполагает определение граничных точек для исследуемой области и построение внутренних точек области так, чтобы нумерация узловых точек учитывала физическую неоднородность слоев и максимальная разность номеров была наименьшей.

Содержание программы «РАС» — построение координат слоев текущего сечения — описывается на примере сечения вида авиационного профиля.

**Ключевые слова:** автоматизированное проектирование, граничные точки.

Стержни из композиционных материалов могут изготавливаться из отдельных жгутов, слоев ленты или ткани. В этих случаях сечение стержня имеет слоистую регулярную структуру. В связи с этим для стержней постоянного и переменного сечения возникает специфическая для армированных стержней задача укладки в сечении слоев постоянной толщины. Так как размеры сечений могут меняться вдоль длины стержня, число слоев в каждом сечении будет различным. В плоскости, содержащей ось стержня, отдельно слои представляются в виде лепестков. В связи с этим возникает технологическая задача раскроя таких лепестков.

Предлагаемая программа «РАС» автоматического разбиения физически неоднородных составных областей произвольного очертания многостадийна. Она предполагает:

- 1) определение граничных точек для исследуемой области;
- 2) построение внутренних точек области так, чтобы нумерация узловых точек учитывала физическую неоднородность слоев и максимальная разность номеров была наименьшей.

**1. Определение граничных точек для исследуемой области.** Процесс определения граничных точек области состоит из одной процедуры. Исходные реперные точки на границе задаются вручную двумя основными опорными точками — началом и концом. Если граничные линии лежат не на одной прямой, то дополнительными точками задается число звеньев ломаной, на которое подразделяется граничная линия.

Дальнейшее построение координат внутренних слоев сечения полностью автоматизировано. Содержание программы «РАС» — построение координат слоев текущего сечения — в дальнейшем описывается на примере сечения вида авиационного профиля.

**2. Построение внутренних точек области.** Исходными параметрами для установления координат отдельных слоев являются граничные координаты «спинки»  $x_j^c$  и «корытца»  $x_j^k$  ( $j = 1, 2$ ), а также толщина монослоя  $t_c$ .

При проведении расчетов на границе сечения известно множество точек разбиения для «спинки»  $C_j$  ( $j = 1, 2, \dots, M$ ) и для «корытца»  $K_m$  ( $m = 1, 2, \dots, N$ ), имеющих координаты  $x_j^c, x_j^k$ , ( $j = 1, 2$ ) соответственно и расположенных друг от друга начиная с начала «спинки» и «корытца» на расстояниях, равных толщине  $t_c$  монослоя (рис. 1).

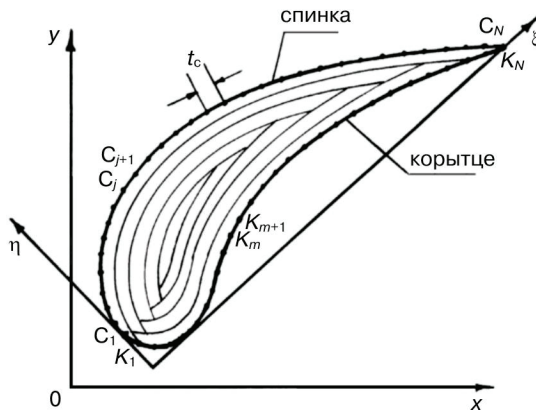


Рис. 1. Глобальная и местная система координат

Дальнейшее построение удобно осуществлять в местной системе координат, у которой ось абсцисс  $\xi$  совпадает с линией, соединяющей середины отрезков  $C_1K_1$  и  $C_MK_N$  начальных и конечных точек «спинки» и «корытца», т.е.

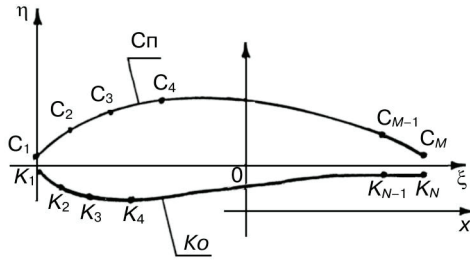
$$\xi_{H,j} = 0,5(x_{1,j}^c + x_{1,j}^k), \quad (j = 1, 2), \quad \xi_{K,j} = 0,5(x_{M,j}^c + x_{N,j}^k).$$

Ось ординат  $\xi_2 = \eta$  ортогональна оси  $\xi_1 = \xi$  и проходит через начальную точку  $\xi_{H,j}$  (рис. 2).

Точки  $C_j, K_m$  в местной системе будут иметь следующие координаты:

$$\begin{aligned} \xi_{p,j} &= r_{pn,j} v_{ij}; \quad r_{pn,j} = x_{pn,j} - \xi_{H,p}, \quad v_{11} = v_{22} = r_{kn,1} / L_{kn}; \\ v_{21} &= -v_{12} = r_{kn,2} / L_{kn}, \quad L_{kn}^2 = r_{k,1}^2 + r_{k,2}^2; \quad r_{kn,j} = \xi_{k,j} - \xi_{H,j}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $r_{pn,j}$  — проекция на ось  $j$  расстояния между точками  $x_{p,j}^\alpha$  и  $\xi_{H,j}$  ( $i, j = 1, 2$ );  $\alpha = c, k$ . По одинаковым индексам  $j$  необходимо суммировать.



**Рис. 2.**

Сп — «спинка», Ко — «корытца»;  $x, y$  — глобальная система координат;  
 $M$  — количество точек на Сп (спинка),  $N$  — количество точек на Ко (корытца)

Максимальная толщина  $c_{\max}$  сечения профиля определяет число слоев  $K_c$  в текущем сечении

$$K_c = \text{entier}(c_{\max} / (2 \cdot t_c)) + 1. \quad (3)$$

Слои, прилегающие к «спинке» профиля (или к ее «корытцу»), могут пересекать линию «корытца» («спинки»). Поэтому при проведении вычислений постоянно приходится сравнивать координаты линий, ограничивающих текущий слой и линий «корытца» или «спинки». Локальная система  $(\xi, \eta)$  выбрана так, что указанные сравнения ограничиваются лишь сравнением ординат линии текущего (расчетного) слоя и линий «спинки» или «корытца» профиля.

Вычисления координат точек, оформляющих внутренние слои, начинается со входной кромки (точка  $C_1$ ) по линии, ограничивающей «спинку» профиля.

В точке  $C_1$  к стороне  $C_1C_2$ , уравнение которой  $(\eta_2^c - \eta_1^c)\xi - (\xi_2^c - \xi_1^c)\eta = 0$ , восстанавливается перпендикуляр

$$(\eta_2^c - \eta_1^c)\eta - (\xi_2^c - \xi_1^c)\xi = 0. \quad (4)$$

На расстоянии  $t_c$  от точки на прямой (4) находится точка  $A$  с координатами

$$\begin{aligned} R &= \xi_{1,i+1}^c = \xi_1^c + t_c(\eta_2^c - \eta_1^c) / r_{21}, \\ S &= \eta_{1,i+1}^c = \eta_1^c - t_c(\xi_2^c - \xi_1^c) / r_{21}, \quad r_{21}^2 = (\xi_2^c - \xi_1^c)^2 + (\eta_2^c - \eta_1^c)^2, \end{aligned} \quad (5)$$

наиболее близкая к линии «корытце».

Точка  $A(\xi_{1,i+1}^c, \eta_{1,i+1}^c)$  может находиться внутри или вне области, ограниченной линиями «спинки» и «корытца». Этот факт устанавливается сравнением ординаты  $\eta_{1,i+1}^c$  с ординатой точки  $D$  «корытца»

$$T = \eta_j^k = \eta_j^k + (\xi_{1,i+1}^c - \xi_j^k)(\eta_{j+1}^k - \eta_j^k) / (\xi_{j+1}^k - \xi_j^k), \quad \xi_j^k \leq R \leq \xi_{j+1}^k. \quad (6)$$

Если  $T \leq S = \eta_{1,i+1}^c$ , (случай а, рис. 3), то точка  $A(R, S)$  может принадлежать строящемуся слою в отличие от случая  $T > S = \eta_{1,i+1}^c$  (случай б, рис. 4). Эти случаи рассматриваются отдельно.

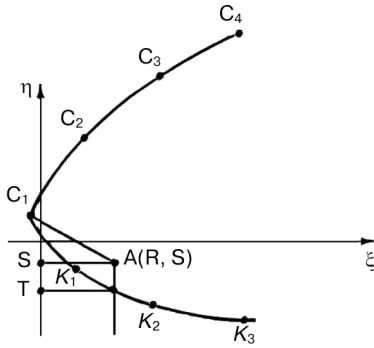


Рис. 3. Построение первой точки нового слоя ( $T \leq S$ )

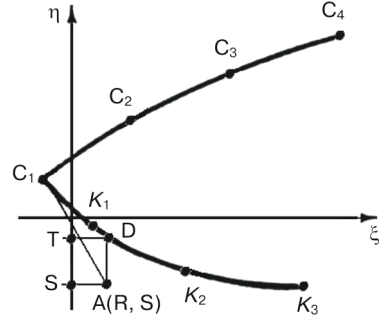


Рис. 4. Случай, когда построенная точка находится вне области сечения ( $T > S$ )

**Случай а.** При  $T \leq S = \eta_{1,i+1}^c$  вычисляется расстояние от точки  $A(R, S)$  до прямой  $K_1K_2$

$$d = \left| (\xi_2^k - \xi_1^k)(S - \eta_1^k) - (\eta_2^k - \eta_1^k)(R - \xi_1^k) \right| / r_{21}^k, \quad r_{21}^k = \left[ (\xi_2^k - \xi_1^k)^2 + (\eta_2^k - \eta_1^k)^2 \right]^{0,5}.$$

Если  $d \geq t_c$ , то точка  $A$  принимается за первую точку  $C_1^{i+1}$  строящегося слоя. В противном случае ( $d < t_c$ ) через точку  $A$  проводится прямая  $AA'$ , параллельная стороне  $C_1C_2$   $(\eta_2^c - \eta_1^c)(\xi - R) - (\xi_2^c - \xi_1^c)(\eta - S) = 0$ . В точке  $K_1$  восстанавливается перпендикуляр к прямой  $K_1K_2$   $(\xi - \xi_1^k)(\eta_2^k - \eta_1^k) + (\eta - \eta_1^k)(\xi_2^k - \xi_1^k) = 0$ , и на нем на расстоянии  $t_c$  от точки  $K_1$  строится точка  $D$  с координатами

$$R = \xi_{1,i+1}^k = \xi_{1,i}^k - t_c(\eta_2^k - \eta_1^k) / r_{21}^k, \quad S = \eta_{1,i+1}^k = \eta_{1,i}^k + t_c(\xi_2^k - \xi_1^k) / r_{21}^k, \quad r_{21}^k = \left[ (\xi_2^k - \xi_1^k)^2 + (\eta_2^k - \eta_1^k)^2 \right]^{0,5}. \quad (7)$$

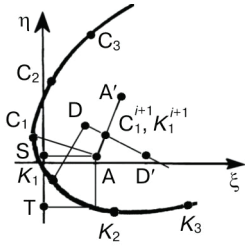
Через точку  $D$  проводится прямая  $DD'$  параллельная прямой  $K_1K_2$

$$(\xi - \xi_{1,i+1}^k) / (\xi_2^k - \xi_1^k) - (\eta - \eta_{1,i+1}^k) / (\eta_2^k - \eta_1^k) = 0.$$

Точка пересечения прямых  $AA'$  и  $DD'$  принимается за искомую первую точку слоев

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}_{1,i+1}^c &= \xi_{1,i+1}^k = (\eta_{1,i+1}^k - \eta_{1,i+1}^c + \xi_{1,i+1}^c \rho^c - \xi_{1,i+1}^k \rho^k) / (\rho^c - \rho^k), \\ \tilde{\eta}_{1,i+1}^c &= \eta_{1,i+1}^k = \eta_{1,i+1}^c + \rho^c (\tilde{\xi}_{1,i+1}^c - \xi_{1,i+1}^c), \\ \rho^c &= (\eta_2^c - \eta_1^c) / (\xi_2^c - \xi_1^c), \\ \rho^k &= (\eta_2^k - \eta_1^k) / (\xi_2^k - \xi_1^k), \end{aligned} \quad (8)$$

прилегающих к «спинке» и «корытцу» соответственно (рис. 5).



**Рис. 5.** Первая точка новых слоев, прилегающих к Сп и К<sub>0</sub> ( $T \leq S$ )

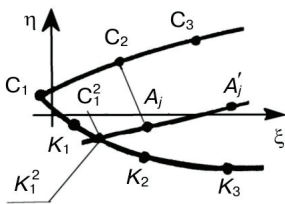
не является внутренней точкой сечения стержня. В этом случае последовательно перебираются точки «спинки»  $C$  и в каждой из них восстанавливается перпендикуляр к прямой  $(C_{j-1}C_j)$

$$(\xi_j^c - \xi_{j-1}^c)(\eta - \eta_j^c) - (\eta_j^c - \eta_{j-1}^c)(\xi_j^c - \xi_j^c) = 0,$$

на которой откладывается отрезок длиной  $t_c$  и находится точка

$$\begin{aligned} R &= \xi_{j,i+1}^c = \xi_j^c - t_c (\eta_j^c - \eta_{j-1}^c) / r_{j,j-1}, \\ S &= \eta_{j,i+1}^c = \eta_j^c + t_c (\xi_j^c - \xi_{j-1}^c) / r_{j,j-1}, \\ r_{j,j-1}^2 &= (\xi_j^c - \xi_{j-1}^c)^2 + (\eta_j^c - \eta_{j-1}^c)^2. \end{aligned} \tag{9}$$

После нахождения точек  $A_j(R, S)$ , по формуле (5), в которой точка  $A$  заменяется на точку  $A_j$ , вычисляется ордината  $\eta_i^k$ , лежащей на корытце точки с абсциссой, равной  $\xi_j^c$ . Путем сравнения  $S$  из (9) и  $\eta_i^k$  устанавливается принадлежность точки  $A_j$  области сечения профиля ( $S \leq \eta_j^k$ ). Если  $S > \eta_j^k$ , то рассматривается следующий отрезок  $C_jC_{j+1}$ , «спинки». Это продолжается до тех пор, пока не найдется точка  $A_j$ , принадлежащая сечению стержня, или не переберутся все точки «корытца».



**Рис. 6.** Первая точка новых слоев, прилегающих к Сп и К<sub>0</sub> ( $T > S$ )

В последнем случае счет прекращается из-за того, что точки «корытца» лежат на расстоянии, меньшем толщины слоя. Если точка  $A_j$  попала вовнутрь сечения профиля ( $S \leq \eta_j^k$ ), то находится точка пересечения  $D$  прямой  $A_jA'_j$  параллельной  $C_jC_{j+1}$  ( $(\xi - R)(\eta_{j+1}^c - \eta_j^c) - (\eta - S)(\xi_{j+1}^c - \xi_j^c) = 0$ , и с отрезком  $K_jK_{j+1}$  «корытца» (рис. 6).

$$\begin{aligned} \xi_{j,i+1}^c &= \xi_{m,i+1}^k = (\eta_m^k - \eta_j^c + \rho_j^c \xi_j^c - \rho_m^k \xi_m^k) / (\rho_j^c - \rho_m^k), \\ \eta_{j,i+1}^c &= \eta_{m,i+1}^k = \eta_j^c + \rho_j^c (\xi_{j,i+1}^c - \xi_j^c), \\ \rho_m^k &= (\eta_{m+1}^k - \eta_m^k) / (\xi_{m+1}^k - \xi_m^k), \\ \rho_j^c &= (\eta_{j,i+1}^c - \eta_j^c) / (\xi_{j+1}^c - \xi_j^c). \end{aligned} \tag{10}$$

Точка  $D$  принимается за первую точку строящегося у «спинки»  $C_j$  и у корытца  $K_m$  слоя. Точке  $C_j$  придается номер  $j$ , если  $\xi_{j,i+1}^c - \xi_j^c \leq \xi_{j+1}^c - \xi_{j,i+1}^c$  и  $j + 1$  в противном случае. Аналогично точке  $K_m$  придается номер  $m$ , если  $\xi_{m,i+1}^k - \xi_m^k \leq \xi_{m+1}^k - \xi_{m,i+1}^k$  и  $m + 1$  в противном случае (рис. 7).

Описанная процедура используется при построении первой точки вновь строящегося у «спинки» и «корытца» слоя.

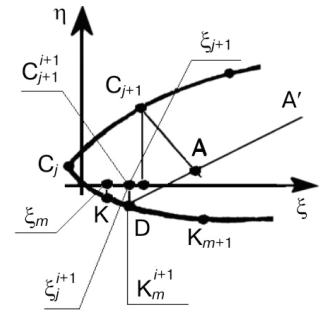
**Построение слоя у «спинки».** Пусть предварительно построена точка  $C_j^{i+1}(\xi_{j,i+1}^c, \eta_{j,i+1}^c)$  и следует найти следующую точку  $C_{j+1}^{i+1}$  нового слоя.

С этой целью рассматривается угол  $\beta = \angle C_j^i C_{j+1}^i C_j^{i+1}$  треугольника  $C_j^i C_{j+1}^i C_j^{i+1}$  с известными вершинами. Нетрудно определить

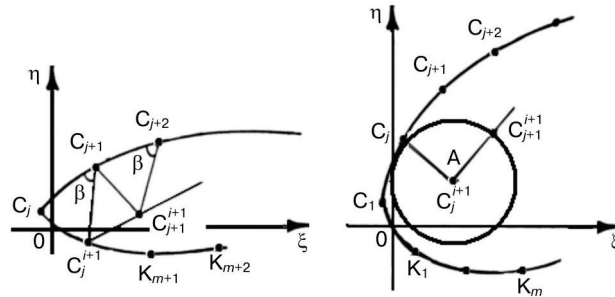
$$\cos \beta = [\rho_1 - \rho_2 - (\xi_{j,i+1}^c - \xi_{j+1}^c)^2 - (\eta_{j,i+1}^c - \eta_{j+1}^c)^2] / \sqrt{\rho_1 \rho_2},$$

$$\rho_1 = |C_j^{i+1} C_j^i|, \quad \rho_2 = |C_{j+1}^i C_j^i|.$$

Угол  $\beta$  характеризует степень отставания или опережения точки  $C_j^{i+1}$  относительно  $C_j$  (рис. 8).



**Рис. 7.** Координату точки  $C_{j+1}^{i+1}$  придается номер  $j+1$  для начала нового слоя Сп, для Ко —  $K_m^{i+1} - m$



**Рис. 8.** Степень отставания или опережения точки  $C_j^{i+1}$  относительно  $C_j$

**Случай  $T = \cos \beta \leq 0,2$ .** Около точки  $C_j^{i+1}$ , как около центра, строится окружность

$$(\xi_j^c + \xi_{j,i+1}^c)^2 + (\eta_j^c + \eta_{j,i+1}^c)^2 = t_c^2 \tag{11}$$

радиусом  $t_c$ . В точке  $C_j$  восстанавливается к прямой  $C_j C_{j+1}$  перпендикуляр, и на расстоянии  $t_c$  от точки  $C_j$  на перпендикуляре фиксируется точка  $A_j(R_j, S_j)$ :

$$R_j = \xi_{j,i+1}^c = \xi_j^c + t_c(\eta_{j+1}^c - \eta_j^c) / r_{12}, \tag{12}$$

$$S_j = \eta_{j,i+1}^c = \eta_j^c - t_c(\xi_{j+1}^c - \xi_j^c) / r_{12}, \quad r_{12}^2 = (\xi_{j+1}^c - \xi_j^c)^2 + (\eta_{j+1}^c - \eta_j^c)^2.$$

Через точку  $A_j(R_j, S_j)$  проводится прямая, параллельная отрезку  $C_j C_{j+1}$

$$(\eta - S_j)(\xi_{j+1}^c - \xi_j^c) - (\xi - R_j)(\eta_{j+1}^c - \eta_j^c) = 0. \quad (13)$$

Пересечение прямой (13) с окружностью (11) определяет координаты искомой точки  $C_{j+1}^{i+1}$  (рис. 8)

$$\begin{aligned} \xi_{j+1, i+1}^c &= \xi_j^c + \left( \sqrt{(1 + \rho_j^2)t_c^2 - \xi - \rho_j \xi} \right) / (1 + \rho_j^2), \\ \rho_j &= (\eta_{j+1}^c - \eta_j^c) / (\xi_{j+1}^c - \xi_j^c), \\ \eta_{j+1, i+1}^c &= \eta_j^c + \rho_j (\xi_{j+1, i+1}^c - \xi_j^c) + \xi, \\ \xi &= S_j - \eta_{j, i+1}^c + \rho_j (\xi_{j, i+1}^c - R_j). \end{aligned} \quad (14)$$

Если абсцисса точки  $C_{j+1}^{i+1}$  такова, что  $\xi_{j+1, i+1}^c \leq \xi_j^c$ , т.е. если вновь построенная точка  $C_{j+1}^{i+1}$  по абсциссе, от рассматриваемого участка  $C_j C_{j+1}$  строится точка  $C_{j+2}^{i+1}$ . После построения точки  $C_{j+1}^{i+1}$  сразу на линии «корытце» по формуле (5), в которой точка  $A$  заменена на  $C_{j+1}^{i+1}$  находится ордината  $\tilde{\eta}_{j+1}^k$  точки, имеющей абсциссу  $\xi_{j+1, i+1}^c$ . Если  $\eta_{j+1, i+1}^c > \tilde{\eta}_{j+1}^k$ , то точка  $C_{j+1}^{i+1}$  принадлежит строящему слою. В этом случае координаты новой точки вычисляются по формуле (10). В противном случае ( $\eta_{j+1, i+1}^c < \tilde{\eta}_{j+1}^k$ ) отыскиваются координаты точки пересечения прямой  $C_j C_{j+1}^{i+1}$  с прямой  $K_j K_{j+1}$ . Точка пересечения будет иметь координаты

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}_{j+1, i+1}^c &= \xi_{m, i+1}^k (\eta_m^k - \eta_{j, i+1}^c - \rho^k \xi_m^k) / (\rho^c - \rho^k), \\ \tilde{\eta}_{j+1, i+1}^c &= \eta_{m, i+1}^k = \eta_{j, i+1}^c + \rho^k (\tilde{\xi}_{j+1, i+1}^c - \xi_{j, i+1}^c), \\ \rho^c &= (\eta_{j+1, i+1}^c - \eta_{j, i+1}^c) / (\xi_{j+1, i+1}^c - \xi_{j, i+1}^c), \\ \rho^k &= (\eta_{m+1}^k - \eta_m^k) / (\xi_{m+1}^k - \xi_m^k). \end{aligned} \quad (15)$$

Точка  $\tilde{C}_{j+1}^{i+1}(\tilde{\xi}_{j+1, i+1}^c, \tilde{\eta}_{j+1, i+1}^c)$  и совпадающая с ней точка  $K_m^{i+1}(\xi_{m, i+1}^k, \eta_{m, i+1}^k)$  принимается за последнюю точку строящихся около «спинки» и «корытца» линий. При этом точке  $C_{j+1}^{i+1}$  придается номер  $j$ , если  $\tilde{\xi}_{j+1, i+1}^c - \xi_{j, i+1}^c \leq \xi_{j+1, i+1}^c - \xi_{j+1, i+1}^c$  и  $j + 1$  в противном случае. Аналогично точке  $K_m^{i+1}$  придается номер  $m$ , если  $\xi_{m, i+1}^k - \xi_m^k \leq \xi_{m+1}^k - \xi_{m, i+1}^k$ .

**Случай  $\cos \beta > 0,2$ .** Проверяется удаленность точки  $C_j^{i+1}$  от прямой  $C_j C_{j+1}$ , которая определяется расстоянием

$$\begin{aligned} d &= |(\xi_{j+1}^c - \xi_j^c)(\eta_{j, i+1}^c - \eta_j^c) - (\eta_{j+1}^c - \eta_j^c)(\xi_{j, i+1}^c - \xi_j^c)| / r_{21}, \\ r_{21}^2 &= (\xi_{j+1}^c - \xi_j^c)^2 + (\eta_{j+1}^c - \eta_j^c)^2. \end{aligned}$$

Если расстояние  $\overset{o}{d} < t_c$ , то отыскивается пересечение прямой  $C_{j-1}^{i+1}C_j^{i+1}$  и прямой параллельной отрезку  $C_jC_{j+1}$  и отстоящей от нее на расстояние  $t_c$ . Уравнение последней прямой определяется выражением

$$\eta - \eta_{j+1}^c - \rho(\xi - \xi_{j+1}^c) = 0, \quad \rho = (\eta_{j+1}^c - \eta_j^c) / (\xi_{j+1}^c - \xi_j^c),$$

$$\tilde{\xi}_{j+1}^c = \xi_{j+1}^c - t_c(\eta_{j+1}^c - \eta_j^c) / r_{21}, \quad \tilde{\eta}_{j+1}^c = \eta_{j+1}^c + t_c(\xi_{j+1}^c - \xi_j^c) / r_{21}.$$

Координаты точки пересечения указанных прямых находятся из равенств

$$\tilde{\xi}_{j,i+1}^c = (\eta_{j,i+1}^c - \tilde{\eta}_{j+1}^c + \rho\tilde{\xi}_{j+1}^c - \gamma\tilde{\xi}_{j,i+1}^c) / (\rho - \gamma),$$

$$\eta_{j,i+1}^c = \eta_{j,i+1}^c + \gamma(\tilde{\xi}_{j,i+1}^c - \xi_{j,i+1}^c), \quad \gamma = (\eta_{j,i+1}^c - \eta_{j-1,i+1}^c) / (\xi_{j,i+1}^c - \xi_{j-1,i+1}^c), \quad (16)$$

в которых  $\rho$  по-прежнему находится из (14). После проведенного анализа точка  $C_j^{i+1}(\xi_{j,i+1}^c, \eta_{j,i+1}^c)$  и вместо нее в дальнейшем участвует точка  $C_j^{i+1}(\tilde{\xi}_{j,i+1}^c, \tilde{\eta}_{j,i+1}^c)$  из (16) с измененными координатами.

Если расстояние  $\overset{o}{d} \geq t_c$ , то никакие действия не производятся. В любом из этих случаев происходит уточнение номера построенной точки и дальнейшие операции производятся относительно следующей по порядку  $C_{j+1}C_{j+2}$  ломаной, ограничивающей «спинку» до тех пор, пока не будут просмотрены все участки ломаной линии, представляющих линию «спинки».

**Слои у «корытца» сечения профиля.** Ранее (соотношения (7), (8), (10)) были найдены координаты первой точки  $K_m^{i+1}$  строящегося у «корытца» слоя. Только в случае, определяемом равенствами (10), точка  $K_m^{i+1}$  лежит на линии «корытца», а не на расстоянии  $t_c$  от нее. В этом случае проверяется удаленность точки  $K_m^{i+1}$  от прямой  $K_mK_{m+1}$ . При этом одним из неперемных условия должно быть  $\xi_m^k \leq \xi_{m+1,i+1}^k \leq \xi_{m+1}^k$ . Если расстояние

$$d = \left| (\xi_m^k - \xi_{m-1}^k)(\eta_{m,j+1}^k - \eta_m^k) - (\eta_m^k - \eta_{m-1}^k)(\xi_{m,j+1}^k - \xi_m^k) \right| / r_{m,m-1},$$

$$r_{m,m-1}^2 = (\xi_m^k - \xi_{m-1}^k)^2 + (\eta_m^k - \eta_{m-1}^k)^2 \quad (17)$$

окажется меньше  $t_c$  толщины монослоя, то рассматривается следующая точка  $C_{j+1}^{i+1}$ , координатам которой придается  $K_{m+1}^{i+1}$ . Если расстояние (17) превысит значение  $t_c$ , то отыскивается пересечение прямой  $K_m^{i+1}K_{m+1}^{i+1}$  с прямой, параллельной стороне  $K_mK_{m+1}$  и отстоящей от нее на расстоянии  $t_c$  (рис. 9). Координаты указанной точки находятся из равенств

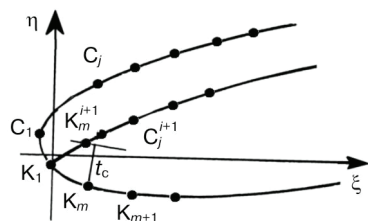


Рис. 9. Первая точка  $K_m^{i+1}$  нового слоя «корытца»

$$\tilde{\xi}_{m+1,i+1}^k = (\eta_{m+1}^k - S - \xi_{m+1,i+1}^k \rho + R \rho^k) / (\rho^k - \rho),$$

$$\tilde{\eta}_{m+1,i+1}^k = \eta_{m+1,i+1}^k + \rho(\tilde{\xi}_{m+1,i+1}^k - \xi_{m+1,i+1}^k), \quad (18)$$



$$\begin{aligned} \text{где } \rho &= (\eta_{m+1, i+1}^k - \eta_{m, i+1}^k) / (\xi_{m+1, i+1}^k - \xi_{m, i+1}^k), \\ \rho^k &= (\eta_{m+1}^k - \eta_m^k) / (\xi_{m+1}^k - \xi_m^k), \quad R = \xi_m^k + t_c (\eta_{m+1}^k - \eta_m^k) / r_{km}, \\ S &= \eta_m^k - t_c (\xi_{m+1}^k - \xi_m^k) / r_{km}, \quad r_{km}^2 = (\xi_{m+1}^k - \xi_m^k)^2 + (\eta_{m+1}^k - \eta_m^k)^2. \end{aligned}$$

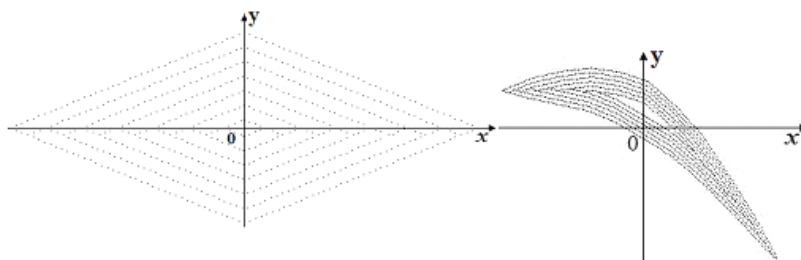
Далее сравнивается абсцисса точки  $\tilde{K}_{m+1}^{i+1}(\tilde{\xi}_{m+1, i+1}^k, \tilde{\eta}_{m+1, i+1}^k)$  с абсциссами точек  $K_m^{i+1}$  и  $K_{m+1}^{i+1}$ . Если  $\tilde{\xi}_{m+1, i+1}^k - \xi_m^k \leq \xi_{m+1, i+1}^k - \tilde{\xi}_{m+1, i+1}^k$ , то точке  $K_m^{i+1}$  придаются координаты  $\tilde{K}_{m+1}^{i+1}(\tilde{\xi}_{m+1, i+1}^k, \tilde{\eta}_{m+1, i+1}^k)$ . В противном случае точка  $K_m^{i+1}$  будет иметь координаты (18). Одновременно к точке  $K_m^{i+1}$  подтягивается точка  $C_{j-1}^{i+1}$ . Если  $\tilde{\xi}_{m+1, i+1}^k - \xi_{j, i+1}^c \leq \xi_{j+1, i+1}^c - \tilde{\xi}_{m+1, i+1}^k$ , то  $C_j^{i+1} = \tilde{K}(\tilde{\xi}_{m+1, i+1}^k, \tilde{\eta}_{m+1, i+1}^k)$ , в противном случае  $C_{j+1}^{i+1} = \tilde{K}_{m+1}^{i+1}$ .

Таким образом, в рассмотренных случаях строится точка  $K_m^{i+1}$ , удаленная от линии «корытца» на расстоянии  $t_c$  и являющаяся первой. Если ранее была установлена точка  $K_m^{i+1}$ , то точка  $K_{m+1}^{i+1}$  строится так же, как и при построении слоя у «спинки». После того как координаты новой точки  $K_{m+1}^{i+1}$  до соответствующего по абсциссе участка нового слоя, построенного у «спинки». Так же, как у входной кромки, оформляется точка пересечения ломаных  $C_j C_{j+1}$  и  $K_m K_{m+1}$  у входной кромки. Тем самым завершается построение прилегающих к «спинке» и «корытцу» слоев.

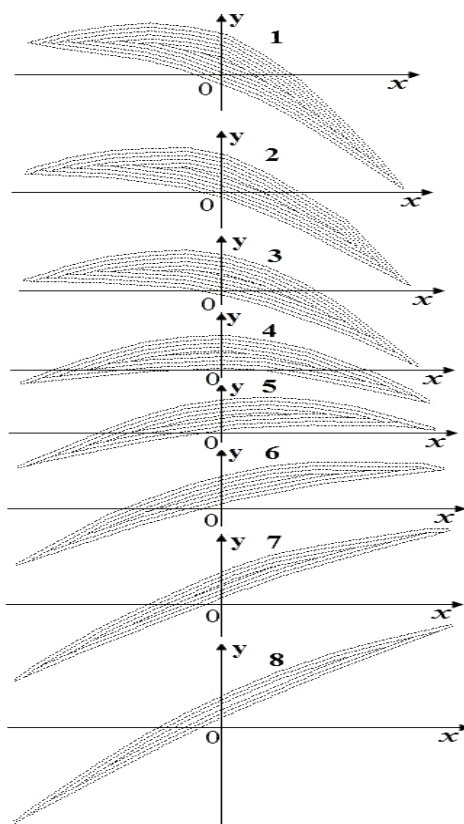
После построения множества точек  $C_j$  и  $K_m$ , окаймляющую внутреннюю поверхность нового слоя у «спинки» и «корытца» соответственно их координаты являются исходными для установления координат следующего слоя. Это продолжается до тех пор, пока не будут найдены координаты всех возможных слоев  $K_c$  в рассматриваемом сечении профиля. После построения слоя уточняются координаты пересечения нового слоя со старым слоем «корытца», а также начало и конец каждого слоя «спинки» и «корытца». Здесь необходимо отметить процесс построения начала и конца каждого слоя «спинки» («корытца») со старой линией «корытца» («спинки») и определяются независимо друг от друга.

Такой порядок нумерации, во-первых, позволяет свести разность номеров узловых точек к минимуму. Например, для эллипса и авиационного профиля максимальное значение разности узловых номеров среди 1300 и 1678 точек было 4 и 6, а для ромба с 1260 точками составляло 2. Следовательно, при решении различных задач МКЭ автоматически получается оптимальная ширина ленты матрицы жесткости системы [1; 2]. Координаты и номера построенных точек сохраняются в памяти ЭВМ, и при необходимости можно получить их изображение с помощью отдельной процедуры (рис. 10).

На рис. 11 представлена лопатка с восемью сечениями различным образом уложенных слоев.



**Рис. 10.** Машинный раскрой по точкам сечения ромбовидной формы и авиационного профиля слоистого стержня



**Рис. 11.** Построенные слои поперечных сечений компрессорной лопатки  
номера сечений лопатки соответствуют сечениям, удаленным от ее корневого сечения

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Сакович А.И., Холмянский И.А. Минимизация ширины ленты системы в методе конечных элементов // Проблемы прочности. — 1981. — № 1. — С. 120—122.
- [2] Акьюц, Утку. Алгоритм автоматической перенумерации узлов для минимизации ширины ленты в матрицах жесткости // Ракетная техника и космонавтика. — 1968. — Т. 6. — № 4.

## **THE AUTOMATED DESIGNING NESTING OF BLANKS DETAILS OF ANY CROSS-SECTION SECTION FROM LAYERED COMPOSITE MATERIALS**

**A.U. Nurimbetov**

«Mechanics of machines and mechanisms» Department  
«МАТИ» — the Russian state technological university of K.E. Tsiolkovsky  
*Orshansky str., 3, Moscow, Russia, 117513*

The program of nesting of blanks of automatic splitting of physically non-uniform compound areas of any outline is offered. She assumes definition of boundary points for investigated area and construction of internal points of area so that numbering of central points considered physical heterogeneity of layers and the maximum difference of numbers was the least. The maintenance of the program of RACES — construction of co-ordinates of layers of current section is described on an example of section of a kind of an aviation profile.

**Key words:** Automated designing, boundary points.